ЗАДАЧИ ДЛЯ 5-го КЛАССА

5.1. Сколько двузначных чисел можно написать цифрами 1, 2 и 3 так, чтобы цифры в числе не повторялись?

Ответ. 6.

Решение. На первом месте, например, в разряде десятков, может быть написана любая из данных трёх цифр. Тогда в разряде единиц для каждой цифры в разряде десятков может быть использована любая из оставшихся двух цифр. Поэтому искомое количество двузначных чисел равно $3 \cdot 2 = 6$. Это числа: 12; 13; 21; 23; 31; 32.

5.2. Сколько двузначных чисел можно написать цифрами 1, 2 и 3 так, чтобы цифры в числе повторялись?

Ответ. 9.

Решение. На первом месте, например, в разряде десятков, может быть написана любая из трёх данных цифр. Но и в разряде единиц для каждой цифры в разряде десятков может быть использована любая из трёх данных цифр. Поэтому искомое количество двузначных чисел равно $3 \cdot 3 = 9$. Это числа: 11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33.

5.3. Сколько двузначных чисел можно написать цифрами 1, 2 и 0 так, чтобы цифры в числе не повторялись?

Ответ. 4.

Решение. В разряде десятков может быть написана либо цифра 1, либо цифра 2. А в разряде единиц для каждой цифры в разряде десятков может быть использована любая из оставшихся двух цифр. Если в разряде десятков написана цифра 1, то в разряде единиц могут быть написаны цифры 0 или 2. А если в разряде десятков написана цифра 2, то в разряде единиц могут быть написаны цифры 0 или 1. Поэтому искомое количество двузначных чисел равно $2 \cdot 2 = 4$. Это числа: 10; 12; 20; 21.

5.4. Сколько двузначных чисел можно написать цифрами 1, 2 и 0 так, чтобы цифры в числе повторялись?

Ответ. 6.

Решение. В разряде десятков может быть написана либо цифра 1, либо цифра 2. А в разряде единиц для каждой цифры в разряде десятков может быть использована любая из трёх данных цифр. Поэтому искомое количество двузначных чисел равно $2 \cdot 3 = 6$. Это числа: 10; 11; 12; 20; 21; 22.

5.5. Сколько трёхзначных чисел можно написать цифрами 1, 2 и 3 так, чтобы цифры в числе не повторялись?

Ответ. 6.

Решение. На первом месте, например, в разряде сотен, может быть написана любая из трёх данных цифр. В разряде десятков для каждой цифры в разряде сотен может быть использована любая из оставшихся двух цифр. Тогда в разряде единиц для каждой пары написанных цифр используем последнюю, оставшуюся цифру. Поэтому искомое количество трёхзначных чисел равно $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Это числа: 123; 132; 213; 231; 312; 321.

5.6. Сколько трёхзначных чисел можно написать цифрами 1, 2 и 3 так, чтобы цифры в числе повторялись?

Ответ. 27.

Решение. На первом месте, например, в разряде сотен, может быть написана любая из трёх данных цифр. В разряде десятков для каждой цифры в разряде сотен может быть использована любая из трёх данных цифр. Но и в разряде единиц для каждой полученной пары цифр может быть использована любая из трёх данных цифр. Поэтому искомое количество трёхзначных чисел равно $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$. Это числа: 111; 112; 121; 122; 113; 131; 133; 123; 132; 211; 212; 213; 221; 222; 223; 231; 232; 233; 311; 312; 313; 321; 322; 323; 331; 332; 333.

5.7. Сколько трёхзначных чисел можно написать цифрами 1, 2 и 0 так, чтобы цифры в числе не повторялись?

Ответ. 4.

Решение. В разряде сотен может быть написана либо цифра 1, либо цифра 2. В разряде десятков может быть за-

писана любая из двух оставшихся цифр. А в разряде единиц для каждой пары записанных цифр может быть использована оставшаяся третья цифра. Поэтому искомое количество трёхзначных чисел равно $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$. Это числа: 102; 120; 201; 210.

5.8. Сколько трёхзначных чисел можно написать цифрами 1, 2 и 0 так, чтобы цифры в числе повторялись?

Ответ. 18.

Решение. В разряде сотен может быть написана либо цифра 1, либо цифра 2. В разряде десятков для каждой цифры в разряде сотен может быть использована любая из трёх данных цифр. И в разряде единиц может быть использована любая из трёх данных цифр. Поэтому искомое количество трёхзначных чисел равно $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$. Это числа: 100; 101; 110; 111; 102; 120; 121; 122; 112; 200; 201; 210; 211; 212; 221; 222; 202; 220.

5.9. Сколько трёхзначных чисел, в записи которых используются только цифры 1 и 2?

Ответ. 8.

Решение. В разряде сотен может быть написана либо цифра 1, либо цифра 2. В разряде десятков также может быть написана либо цифра 1, либо цифра 2. И в разряде единиц также может быть написана либо цифра 1, либо цифра 2. Поэтому искомое количество трёхзначных чисел равно $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Это числа: 111; 112; 121; 122; 211; 212; 221; 222.

5.10. Сколько трёхзначных чисел в записи которых используются только цифры 1 и 0.

Ответ. 4.

Решение. В разряде сотен может быть написана только цифра 1. В разряде десятков может быть написана либо цифра 1, либо цифра 0. И в разряде единиц может быть написана либо цифра 1, либо цифра 0. Поэтому искомое количество трёхзначных чисел равно $1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$. Это числа: 100; 101; 110; 111.

5.11. Для того чтобы открыть дверь подъезда, необходимо набрать трёхзначный код замка. Сколькими способами можно набрать код замка, если в каждом из трёх разрядов кода замка может быть любая из десяти цифр, но код 000 отсутствует?

Ответ. 999.

Решение. В каждом из трёх разрядов кода замка может быть любая из десяти цифр. Но код 000 отсутствует. Поэтому искомое количество трёхзначных чисел кода замка равно $10 \cdot 10 \cdot 10 - 1 = 1000 - 1 = 999$.

5.12. Сколько можно составить трёхбуквенных наборов, в которых используется каждая буква слова КОТ?

Ответ. 6.

Решение. На первом месте может быть написана любая из данных трёх букв. На втором месте после каждой первой буквы может быть написана любая из двух не использованных букв. И, наконец, на третьем месте после каждой пары написанных букв должна быть написана оставшаяся третья буква. Таким образом, получаем $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Это наборы: КОТ; КТО; ОКТ; ОТК; ТКО; ТОК.

5.13. Сколько можно составить трёхбуквенных наборов, в которых используется каждая буква слова КОК?

Ответ. 3.

Решение. На первом месте может быть написана любая из двух различных букв. Если это буква К, то следующей может быть буква К или О. Получаем два набора из двух букв: КК и КО, к которым можно присоединить оставшуюся букву. Если первой написана буква О, то к ней можно приписать только набор КК. Итак, получилось $2 + 1 = 3$ набора: ККО; КОК; ОКК.

Если решена предыдущая задача **5.12**, то её решение может быть использовано при решении данной. Заменим в слове КОТ букву Т на букву К. Тогда наборы КОТ; КТО; ОКТ; ОТК; ТКО; ТОК превратятся в наборы КОК; ККО; ОКК; ККО; ККО; КОК. Уберём одинаковые и получим искомые три набора: ККО; КОК; ОКК.

5.14. Сколько можно составить четырёхбуквенных наборов, в которых используется каждая буква слова КИНО?

Ответ. 24.

Решение. На первом месте может быть написана любая из данных букв. На втором месте после каждой первой буквы может быть написана любая из трёх не использованных букв. На третьем месте после каждой пары написанных букв должна быть написана одна из двух оставшихся букв. И, наконец, к полученным тройкам букв приписывается оставшаяся четвёртая буква. Таким образом, получаем $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ набора. Это наборы: КИНО; КИОН; КОНИ; КОИН; КНИО; КНОИ; ИКНО; ИКОН; ИНКО; ИНОК; ИОКН; ИОНК; НКИО; НКОИ; НОКИ; НОИК; НИОК; НИКО; ОКНИ; ОКИН; ОНКИ; ОНИК; ОИКН; ОИНК.

5.15. Сколько можно составить четырёхбуквенных наборов, в которых используется каждая буква слова ОКНО?

Ответ. 12.

Решение. На первом месте может любая из букв О, К или Н. Если первой будет буква О, то для неё существует 6 комбинаций остальных букв О, К и Н. Если первой будет буква К, то для неё существуют 3 комбинации из букв О и Н. Если же первой будет буква Н, то для неё существуют 3 комбинации из букв К и О. Таким образом, получаются $6 + 3 + 3 = 12$ наборов: ОКНО, ОКОН, ОНКО, ОНОК, ООКН, ООНК, КОНО, КООН, КНОО, НКОО, НОКО, НООК.

Если решена предыдущая задача **5.14**, то её решение может быть использовано при решении данной. Заменим в слове КИНО букву И на букву О. После чего в 24 наборах, полученных из слова КИНО, уберём одинаковые комбинации и получим искомые 12 наборов.

5.16. Сколько существует двузначных чисел?

Ответ. 90.

Решение. В разряде десятков может быть любая из девяти цифр, не равная нулю. А в разряде единиц — для каждой из девяти цифр, любая из десяти. Итого $9 \cdot 10 = 90$ двузначных чисел.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Задачи для 5-го класса 4
Задачи для 6-го класса 34