

ОГЛАВЛЕНИЕ

От авторов	4
АЛГЕБРА	6
§ 1. Числа и вычисления	6
§ 2. Степень числа	20
§ 3. Одночлены	26
§ 4. Многочлены	30
§ 5. Формулы сокращённого умножения	36
§ 6. Приближённые вычисления	41
§ 7. Алгебраические дроби	46
§ 8. Линейные уравнения	54
§ 9. Числовые неравенства и неравенства с переменными	63
§ 10. Множества	69
ГЕОМЕТРИЯ	72
§ 1. Начальные понятия геометрии	72
§ 2. Треугольники	78
§ 3. Прямоугольный треугольник	86
§ 4. Параллельные прямые	91
§ 5. Геометрические места точек. Симметричные фигуры	97
Ответы	105

АЛГЕБРА

§ 1. Числа и вычисления

Для записи чисел мы пользуемся десятью знаками — цифрами (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), а также десятичной позиционной системой счисления, то есть такой системой счисления, в которой значение цифры в записи числа зависит от её позиции в числе.

Число 121 (сто двадцать один) записано с помощью цифр 1 и 2, при этом цифру 1, записанную справа, мы понимаем как единицу, а слева — как одну сотню, так $121 = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1$.

Числа, служащие для счёта предметов или людей, называют натуральными числами. Множество натуральных чисел обозначают N : 1, 2, 3, 4, ...

Говорят, что натуральное число a делится на натуральное число b , если существует такое натуральное число c , что $a = bc$, в противном случае говорят, что a не делится на b или a делится на b с остатком $a = kb + r$, $0 \leq r < b$. Например, число 156 делится на 12, так как $156 = 12 \cdot 13$. Число 144 делится на 15 с остатком: $144 = 9 \cdot 15 + 9$, 9 — остаток.

Чётное число — это натуральное число, которое делится на 2, например, 14 — чётное число, так как $14 = 2 \cdot 7$. Чётное число можно записать в виде $2n$, где $n \in N$.

Нечётное число — это натуральное число, которое не делится на 2, например, 17 — нечётное число. Нечётное число можно записать в виде $2n - 1$, где $n \in N$.

Простое число — это натуральное число, у которого два делителя: 1 и само число. Например, 2 — простое число, так как $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. 9 не является простым числом, так как $9 = 1 \cdot 9 = 3 \cdot 3$. Число 1 не является простым, так как у него всего один делитель.

Составное число — это натуральное число, у которого больше двух делителей. Например, 15 — составное число, так как его делителями являются 1, 3, 5, 15.

Наибольший общий делитель (НОД) двух чисел a и b — наибольшее натуральное число, на которое делятся без остатка числа a и b .

Наибольший общий делитель чисел a и b можно искать разными способами.

1. Разложить на простые множители числа a и b и перемножить между собой простые множители этих чисел.

Найдём НОД(28, 70).

$$\begin{array}{r|l} 28 & \textcircled{2} \\ 14 & 2 \\ 7 & \textcircled{7} \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 70 & \textcircled{2} \\ 35 & 5 \\ 7 & \textcircled{7} \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{НОД}(28, 70) = 2 \cdot 7 = 14.$$

2. Разделить большее число на меньшее. Пусть $a > b$. Если большее число делится на меньшее без остатка, то $\text{НОД}(a, b) = b$. Если большее число делится на меньшее с остатком, тогда делим меньшее число на полученный остаток от деления. Продолжаем этот процесс до тех пор, пока не получим нуль в остатке. Последний ненулевой остаток и есть $\text{НОД}(a, b)$. Такой способ нахождения $\text{НОД}(a, b)$ называется **алгоритмом Евклида**.

Найдём $\text{НОД}(28, 70)$ с помощью алгоритма Евклида.

$$70 : 28 = 2 \cdot 28 + 14,$$

$$28 : 14 = 2 \cdot 14 + 0.$$

$$\text{НОД}(28, 70) = 14.$$

3. $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a - b, b) = \text{НОД}(a, a - b)$.

$$\text{Найдём } \text{НОД}(28, 70) = \text{НОД}(70 - 28, 28) = \text{НОД}(28, 42 - 28) = \text{НОД}(14, 14) = 14.$$

Наименьшее общее кратное двух чисел a и b ($\text{НОК}(a, b)$) — это наименьшее натуральное число, которое делится на a и на b .

Пример. $\text{НОК}(42, 70) = 210$.

Пример. Числа 16 и 25 взаимно простые, так как $\text{НОД}(16, 25) = 1$.

Признаки делимости

1. Натуральное число делится на 2, если оно оканчивается чётной цифрой. Если число оканчивается нечётной цифрой, то оно не делится на 2.
2. Натуральное число делится на 3 (или на 9), если сумма его цифр делится на 3 (или на 9). Если сумма цифр числа не делится на 3 (или на 9), то число не делится на 3 (или на 9).
3. Натуральное число делится на 5, если оно оканчивается на 0 или на 5. Если число оканчивается на одну из других цифр, то оно не делится на 5.
4. Натуральное число делится на 4, если последние две цифры (в том же порядке) составляют число, которое делится на 4. В противном случае оно не делится на 4.

Существуют признаки делимости на 7, 8, 11, 13 и др.

§ 2. Степень числа

Степень числа с натуральным показателем

Степень с натуральным показателем определяется формулой

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}},$$

где n — число сомножителей ($n \in N$), a называют основанием степени, а n — показателем степени.

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5; (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = (-5)^3; (-x) \cdot (-x) \cdot (-x) = (-x)^3.$$

Для произвольных натуральных чисел m и n справедливы свойства:

$$1. a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad 3. (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n; \quad 5. (a^m)^n = a^{m \cdot n}.$$

$$2. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0); \quad 4. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0);$$

Найдите значение выражения:

$$1) 8^3 \cdot 5^3;$$

$$2) (3^2)^3;$$

$$3) 25^7 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{10}.$$

Решение.

$$1) \text{ Применяя свойство 3 о степени произведения, получаем } 8^3 \cdot 5^3 = (8 \cdot 5)^3 = 40^3 = 64\,000.$$

$$2) \text{ Применяя свойство 5 о возведении степени в степень, получаем } (3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6. \text{ Далее, } 3^6 = 3^{3+3} = 3^3 \cdot 3^3 = 27 \cdot 27 = 729.$$

$$3) 25 = 5^2, \text{ поэтому } 25^7 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{10} = (5^2)^7 \cdot \frac{1^{10}}{5^{10}} = 5^{2 \cdot 7} \cdot \frac{1}{5^{10}} = \frac{5^{14}}{5^{10}}.$$

Далее, по свойству 2 деления степеней с одинаковыми основаниями

$$\frac{5^{14}}{5^{10}} = 5^{14-10} = 5^4 = 625.$$

Степень числа с целым показателем

Степень отличного от нуля числа с целым отрицательным показателем определяется формулой

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \in N).$$

a называют основанием степени, n — показателем степени.

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}; (2,4)^{-5} = \frac{1}{(2,4)^5}; (-x)^{-6} = \frac{1}{(-x)^6}.$$

Нулевой степенью числа a ($a \neq 0$) считается число 1, $a^0 = 1$.

$2^0 = 1$; $(-5)^0 = 1$; $x^0 = 1$ ($x \neq 0$); 0^0 не определено.

Для степени с целым показателем справедливы все ранее указанные свойства 1–5 степени с натуральным показателем.

Найдите значение выражения:

$$1) 3^{-2} \cdot 3^5; \quad 2) \left(\frac{1}{49}\right)^{-2}; \quad 3) \frac{2^5 \cdot 7^{-3}}{2^4 \cdot 7^{-5}}.$$

Решение.

1) Применяя свойство 1 о произведении степеней с одинаковыми основаниями, получаем $3^{-2} \cdot 3^5 = 3^{-2+5} = 3^3 = 27$.

2) Применяя свойство 5 о возведении степени в степень, получаем $\left(\frac{1}{49}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{7^2}\right)^{-2} = (7^{-2})^{-2} = 7^{(-2) \cdot (-2)} = 7^4 = (7^2)^2 = 2401$.

3) Применяя правило умножения дробей и свойство 2 о делении степеней с одинаковыми основаниями, получаем $\frac{2^5 \cdot 7^{-3}}{2^4 \cdot 7^{-5}} = \frac{2^5}{2^4} \cdot \frac{7^{-3}}{7^{-5}} = 2^{5-4} \cdot 7^{-3-(-5)} = 2^1 \cdot 7^2 = 2 \cdot 49 = 98$.

Запишите выражение в виде степени с целым показателем, отличным от ± 1 :

$$1) \frac{64}{125}; \quad 2) 196a^6y^8.$$

Решение.

1) Согласно определению степени и свойству 4 о степени частного получаем $\frac{64}{125} = \frac{4^3}{5^3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$.

2) Согласно определению степени и свойству 3 о степени произведения получаем $196a^6y^8 = 14^2(a^3)^2(y^4)^2 = (14a^3y^4)^2$.

Запишите выражение в виде степени с натуральным показателем, отличным от 1:

$$1) \left(\frac{1}{36}\right)^{-2}; \quad 2) \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}.$$

Решение.

1) Согласно определению степени и свойству 4 о степени частного получаем $\left(\frac{1}{36}\right)^{-2} = (36^{-1})^{-2} = 36^{(-1) \cdot (-2)} = 36^2$.

2) Согласно определению степени и свойству 5 о возведении степени в степень получаем $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\left(\frac{5}{4}\right)^{-1}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^{(-1) \cdot (-3)} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$.

Степень числа с натуральным показателем

Найдите значение выражения:

1. 2^4 .

2. 5^3 .

3. 5^0 .

4. $-(3)^0$.

5. 0^{17} .

6. 0^9 .

7. $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$.

8. $-\left(-\frac{2}{7}\right)^2$.

9. $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$.

10. $-\left(1\frac{1}{2}\right)^2$.

11. $-\frac{1}{7} \cdot (-7)^2$.

12. $-\frac{3}{2} \cdot (-4)^2$.

13. $(-1)^3 \cdot (-2)^2$.

14. $-6 \cdot (-3)^2$.

15. $\frac{1}{4} \cdot (-2)^2$.

16. $(-6)^2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)$.

17. $\frac{6^3 \cdot 7^4}{6^2 \cdot 7^3}$.

18. $\frac{12^5 \cdot 5^2}{12^4 \cdot 5}$.

19. $\frac{169 \cdot 3^3}{13 \cdot 9}$.

20. $\frac{7^2 \cdot 49 \cdot 8}{7^3 \cdot 2^2}$.

21. $\frac{5^3 \cdot 13 \cdot 8}{25 \cdot 2^3}$.

22. $\frac{3^7 \cdot 3^4 \cdot 11}{3^7 \cdot 3^3}$.

Запишите выражение в виде степени:

23. $a^7 \cdot a^3$.

24. $\left(\frac{1}{3}b\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}b\right)^2$.

25. $(-1,7c)^3 \cdot (1,7c)^4$.

26. $\left(-\frac{5x}{8}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5x}{8}\right)^7$.

27. $\left(-\frac{1}{13}\right)^{20} : \left(-\frac{1}{13}\right)^{11}$.

28. $(-3t)^{15} : (-3t)^{11}$.

§ 7. Алгебраические дроби

Дробь, числителем и знаменателем которой являются многочлены, называют **алгебраической**: $\frac{x^3 + 1}{5x^4 - 3x^2 + 2}; \frac{3x^2 - 8x + 1}{-4x + 2}$.

Действия над алгебраическими дробями производятся по тем же правилам, что и действия над обыкновенными дробями.

Найдите сумму алгебраических дробей:

$$1) \frac{x+3}{x+2} - \frac{x^2-1}{x^2+2x}; \quad 2) \frac{x-1}{x^2-6x+9} - \frac{-2x+5}{x+3} + \frac{2x^2}{9-x^2}.$$

Решение.

1) Приведём дроби к общему знаменателю. Им будет многочлен наименьшей степени, который делится на знаменатель каждой дроби. Для его нахождения разложим знаменатели дробей на множители.

Знаменатель первой дроби на множители не раскладывается, так как его степень равна единице. Разложим на множители знаменатель второй дроби вынесением за скобки x : $x^2 + 2x = x(x + 2)$.

Выражение $x(x + 2)$ делится на знаменатель первой дроби $(x + 2)$ и знаменатель второй дроби $x(x + 2)$, поэтому его можно взять в качестве общего знаменателя.

Умножаем числитель и знаменатель первой дроби на x , а второй дроби — на 1. У каждой дроби получится знаменатель $x(x + 2)$. Тот множитель, на который мы умножаем числитель и знаменатель дроби, называют **дополнительным множителем** (дополнительным до общего знаменателя). Тогда

$$\begin{aligned} \frac{x+3}{x+2} - \frac{x^2-1}{x^2+2x} &= \frac{x(x+3)}{x(x+2)} - \frac{x^2-1}{x(x+2)} = \frac{x(x+3) - (x^2-1)}{x(x+2)} = \frac{x^2+3x-x^2+1}{x(x+2)} = \\ &= \frac{3x+1}{x(x+2)}. \end{aligned}$$

2) Для нахождения общего знаменателя всех дробей разложим на множители их знаменатели. Знаменатель первой дроби разложим, пользуясь формулой квадрата разности: $x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x - 3)^2$; знаменатель второй дроби $x + 3$ на множители не раскладывается; знаменатель третьей дроби разложим на множители по формуле разности квадратов: $9 - x^2 = 3^2 - x^2 = (3 - x)(3 + x) = -(x - 3)(x + 3)$.

Произведение $(x - 3)^2(x + 3)$ делится на знаменатель каждой дроби. Дополнительными множителями для слагаемых дробей будут соответственно: $x + 3$; $(x - 3)^2$; $-(x - 3)$.

$$\begin{aligned}
& \text{Тогда } \frac{x-1}{x^2-6x+9} - \frac{-2x+5}{x+3} + \frac{2x^2}{9-x^2} = \\
& = \frac{(x-1) \cdot (x+3)}{(x-3)^2(x+3)} - \frac{(-2x+5) \cdot (x-3)^2}{(x-3)^2(x+3)} + \frac{2x^2 \cdot (-(x-3))}{(x-3)^2(x+3)} = \\
& = \frac{(x-1) \cdot (x+3) - (-2x+5) \cdot (x-3)^2 + 2x^2 \cdot (-(x-3))}{(x-3)^2(x+3)} = \\
& = \frac{(x-1) \cdot (x+3) - (-2x+5) \cdot (x^2-6x+9) + 2x^2 \cdot (-(x-3))}{(x-3)^2(x+3)} = \\
& = \frac{x^2+3x-x-3+2x^3-12x^2+18x-5x^2+30x-45-2x^3+6x^2}{(x-3)^2(x+3)}.
\end{aligned}$$

Находим и приводим подобные члены в числителе:

$$\frac{(x^2-12x^2-5x^2+6x^2) + (3x-x+18x+30x) - 3-45}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{-10x^2+50x-48}{(x-3)^2(x+3)}.$$

Действия над алгебраическими дробями

При каких значениях переменной алгебраическая дробь не определена?

1. $\frac{1}{x+1}$.

2. $\frac{5+a}{5-a}$.

3. $\frac{a^2-16}{a+4}$.

4. $\frac{2y}{y-2}$.

5. $\frac{15m}{8+2m}$.

6. $\frac{31x}{3x-15}$.

7. $\frac{6a-7}{a}$.

8. $\frac{b^2-1}{3b}$.

9. $\frac{2b-6}{3}$.

10. $\frac{9a^2+14}{25}$.

11. $\frac{a^3+27}{(a+3)(a+9)}$.

12. $\frac{17x+51}{(x-3)(x+3)}$.

13. $\frac{9}{x^2-1}$.

14. $\frac{x+7}{x^2-49}$.

§ 10. Множества

Подмножество множества A — это множество, элементами которого являются только элементы множества A .

Пересечение двух множеств A и B (обозначается $A \cap B$) — это множество, элементами которого являются все элементы, входящие одновременно в A и в B : $A = \{2, 3, 4, 6\}$, $B = \{2, 4, 7, 8\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$.

Объединение двух множеств A и B (обозначается $A \cup B$) — это множество, элементами которого являются все элементы, входящие хотя бы в одно из множеств A или B : $A = \{2, 3, 4, 6\}$, $B = \{2, 4, 7, 8\}$, $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$.

Разность множеств A и B ($A \setminus B$) — это множество, элементами которого являются все элементы множества A , не входящие в B : $A = \{2, 3, 4, 6\}$, $B = \{2, 4, 7, 8\}$, $A \setminus B = \{3, 6\}$.

Декартовым произведением множеств A и B (обозначается $A \times B$) называется множество, элементами которого являются всевозможные пары (x, y) , где $x \in A$ и $y \in B$. $A = \{2, 3\}$, $B = \{2, 4, 7\}$, $A \times B = \{(2; 2), (2; 4), (2; 7), (3; 2), (3; 4), (3; 7)\}$.

Количество элементов во множестве $A \times B$ равно произведению количеств элементов во множествах A и B .

Символом $n!$ обозначают произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$: $2! = 1 \cdot 2 = 2$; $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$; $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

Располагая в строку всеми различными способами элементы множества $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, состоящего из n элементов, получим все **перестановки** из n элементов этого множества. Их число обозначают P_n , при этом

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

Если $n = 3$, то получим $P_3 = 3! = 6$ перестановок: a_1, a_2, a_3 ; a_1, a_3, a_2 ; a_2, a_1, a_3 ; a_2, a_3, a_1 ; a_3, a_1, a_2 ; a_3, a_2, a_1 .

Всякое m -элементное подмножество n -элементного множества ($m, n \in \mathbb{N}$, $m \leq n$) называют **сочетанием** из n элементов по m . Их число обозначают C_n^m , при этом $C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$.

Если $n = 4$ и $m = 2$, то получим $C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 6$ сочетаний

из 4 элементов по 2: $\{a_1, a_2\}$; $\{a_1, a_3\}$; $\{a_1, a_4\}$; $\{a_2, a_3\}$; $\{a_2, a_4\}$; $\{a_3, a_4\}$.

Всякое m -элементное упорядоченное подмножество n -элементного множества ($m, n \in \mathbb{N}$, $m \leq n$) называют **размещением** из n элементов по m .

Их число обозначают A_n^m , при этом $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$.

Если $n = 4$ и $m = 2$, то получим $A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 12$ размещений

из 4 элементов по 2: $\{a_1, a_2\}; \{a_1, a_3\}; \{a_1, a_4\}; \{a_2, a_1\}; \{a_2, a_3\}; \{a_2, a_4\}; \{a_3, a_1\}; \{a_3, a_2\}; \{a_3, a_4\}; \{a_4, a_1\}; \{a_4, a_2\}; \{a_4, a_3\}$.

Заметим, что из одного m -элементного подмножества получается $m!$ упорядоченных подмножеств.

При подсчёте количества различных комбинаций элементов некоторого множества основной задачей является установление их вида (перестановка, сочетание или размещение), а потом уже применение приведённых выше формул.

Множества, подмножества

1. Множество A состоит из элементов 51, 60, 68, 73, 74, 18, а множество B — из элементов 68, 18, 75, 51, 25. Является ли множество B подмножеством множества A ?

2. Множество A состоит из элементов 12, 31, 42, 58, 61, 77, а множество B — из элементов 31, 42, 77. Является ли множество B подмножеством множества A ?

3. Множество A состоит из элементов 51, 60, 68, 73, 74, 18, а множество B — из элементов 68, 18, 75, 51, 25. Найдите пересечение множеств B и A .

4. Множество C состоит из элементов a, b, c, k, t, m, p , множество P — из элементов b, k, m, r, s, n . Найдите пересечение $C \cap P$.

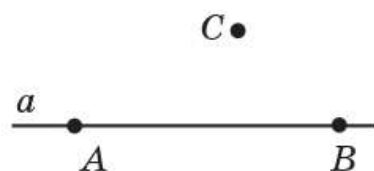
5. Множество A состоит из элементов 51, 60, 68, 73, 74, 18, а множество B — из элементов 68, 18, 75, 51, 25. Найдите объединение множеств B и A .

ГЕОМЕТРИЯ

§ 1. Начальные понятия геометрии

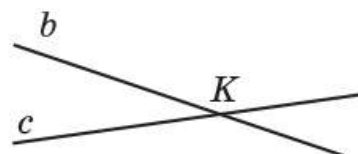
Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну.

На рисунке прямая a проходит через точки A и B , или точки A и B лежат на прямой a ($A \in a$, $B \in a$). Прямая a не проходит через точку C , или точка C не лежит на прямой a ($C \notin a$).

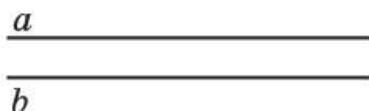


Взаимное расположение двух прямых

Две прямые могут иметь одну общую точку, тогда они называются пересекающимися. На рисунке K — точка пересечения прямых b и c .



Две прямые могут не иметь общих точек, тогда они называются параллельными ($a \parallel b$).

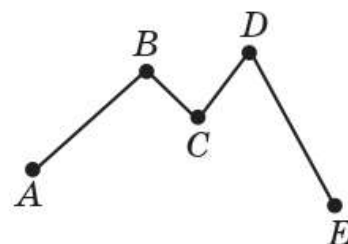


Отрезок, ломаная

Отрезок — часть прямой, ограниченная двумя точками. MN — отрезок. M и N — концы отрезка. Любая точка отрезка MN , отличная от точек M и N , называется внутренней.

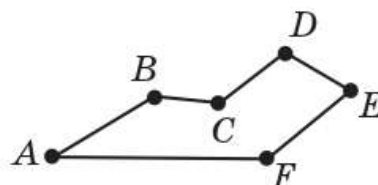


Ломаная — геометрическая фигура, составленная из отрезков так, что конец первого отрезка является началом второго, конец второго — началом третьего и т. д. При этом соседние отрезки не лежат на одной прямой. Отрезки называются звеньями ломаной, а концы отрезков — вершинами ломаной. Два звена с общей вершиной называются смежными.



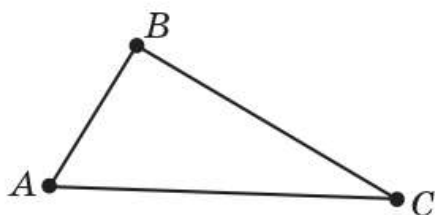
Ломаная $ABCDE$ состоит из четырёх звеньев: AB , BC , CD , DE .

В случае, когда конец последнего звена совпадает с началом первого, ломаная называется замкнутой.

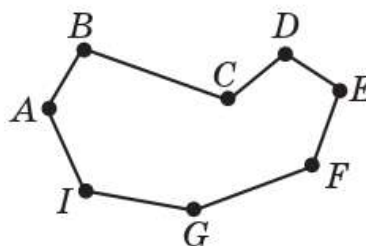


Ломаная $ABCDEF$ — замкнутая.

Многоугольник — это замкнутая ломаная, у которой несмежные звенья не имеют общих точек. При этом звенья ломаной называют сторонами многоугольника, а вершины ломаной — вершинами многоугольника. Многоугольник, имеющий n сторон, называется n -угольником.



ABC — треугольник

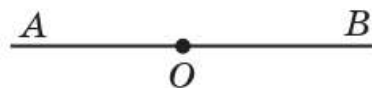


$ABCDEFGI$ — 8-угольник

Многоугольник делит плоскость на 2 части: внутреннюю, лежащую внутри многоугольника, и внешнюю, лежащую снаружи.

Луч

Точка O разбивает прямую AB на две части, каждая из которых вместе с точкой O называется *лучом*. O — начало луча OA и начало луча OB .



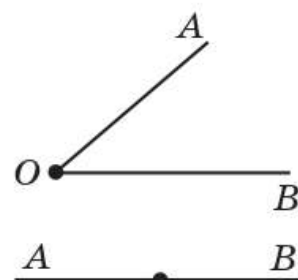
Лучи OA и OB называются *дополнительными*, так как каждый из них дополняет другой до прямой.

Угол

Два луча с общим началом называются *углом*. Лучи называются *сторонами угла*, общее начало лучей — *вершиной угла*.

O — вершина угла, OA и OB — стороны угла $\angle O$, $\angle AOB$, $\angle BOA$ — обозначение угла.

Развёрнутый угол — это угол, стороны которого лежат на одной прямой.



Угол делит плоскость на две части. Для неразвёрнутого угла — это внутренняя, лежащая внутри угла, и внешняя, лежащая снаружи. Для развёрнутого угла внутренней можно считать любую часть.

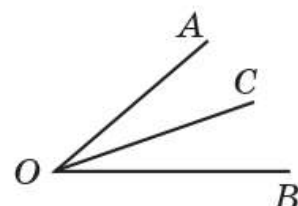
Углом также называют фигуру, состоящую из двух лучей с общим началом и части плоскости между ними.

Угол измеряется в градусах. 1° равен $\frac{1}{180}$ части развёрнутого угла.

Угол называется *острым*, если он меньше 90° , *прямым*, если он равен 90° , *тупым*, если он больше 90° . Развёрнутый угол равен 180° .

Биссектриса угла — луч, выходящий из вершины угла и делящий его пополам.

$\angle AOC = \angle BOC$, начало луча OC — вершина угла AOC , значит, OC — биссектриса угла AOB .

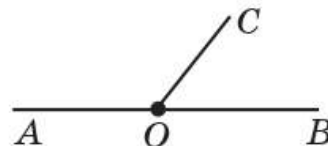


Смежные и вертикальные углы

Два угла называются *смежными*, если у них одна сторона общая, а две другие лежат на одной прямой.

Сумма смежных углов равна 180° .

Углы $\angle AOC$ и $\angle BOC$ смежные, так как OC — общая сторона, а стороны OA и OB лежат на одной прямой.
 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$.

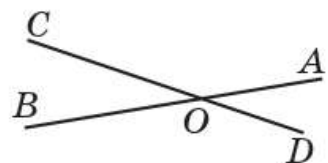


Два угла называются *вертикальными*, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого. Вертикальные углы равны.

Углы $\angle AOD$ и $\angle BOC$ вертикальные.

Углы $\angle BOD$ и $\angle AOC$ вертикальные.

$\angle AOD = \angle BOC$, $\angle AOC = \angle BOD$.



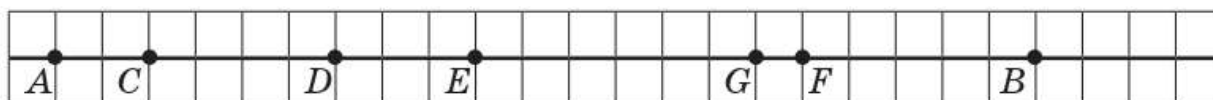
Перпендикулярные прямые

Углом между двумя пересекающимися прямыми называется величина наименьшего из четырёх углов, образованных этими прямыми. Если один из углов, образованных этими прямыми, прямой, то прямые называются перпендикулярными.

Две прямые, перпендикулярные третьей, параллельны.

Задачи

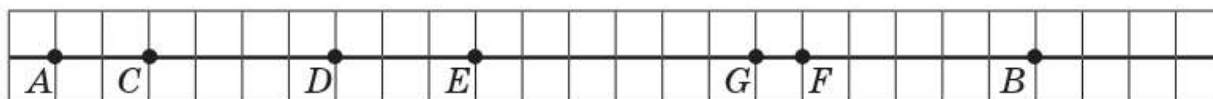
1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображены точки, лежащие на одной прямой. Найдите длину отрезка AB и заполните пропуски в записях.



- а) $AB = \square$; в) $D \notin A \square$; д) $BC < A \square$;
 б) $CB \subset \square$; г) $C \in \square D$; е) $DE \not\subset A \square$.

2. Какие из пар отрезков DE и CF , AC и DF , EF и FG , CG и FG , BC и AC

- а) имеют одну общую точку;
 б) не имеют общих точек;
 в) имеют бесконечное множество общих точек?



ОТВЕТЫ

АЛГЕБРА

§ 1. Числа и вычисления

Числа

1. 9. 2. 3572. 3. 2425. 4. 9621. 5. 305, 350, 503, 530.

6.	<table><tr><td>3</td><td>661</td></tr><tr><td>17</td><td>367</td></tr><tr><td>31</td><td>311</td></tr><tr><td>61</td><td>227</td></tr><tr><td>59</td><td>751</td></tr><tr><td>37</td><td></td></tr></table>	3	661	17	367	31	311	61	227	59	751	37		7.	<table><tr><td>3 и 8</td><td>64 и 99</td><td>48 и 77</td></tr><tr><td></td><td></td><td>121 и 91</td></tr><tr><td></td><td></td><td>400 и 273</td></tr></table>	3 и 8	64 и 99	48 и 77			121 и 91			400 и 273	8.	<table><tr><td>12</td><td>36</td><td>316</td></tr><tr><td>24</td><td>164</td><td>216</td></tr><tr><td>16</td><td>456</td><td>604</td></tr><tr><td>20</td><td>928</td><td>496</td></tr><tr><td>48</td><td></td><td></td></tr></table>	12	36	316	24	164	216	16	456	604	20	928	496	48			9.	<table><tr><td>90</td><td>270</td></tr><tr><td>45</td><td>180</td></tr><tr><td>135</td><td>225</td></tr></table>	90	270	45	180	135	225
3	661																																																
17	367																																																
31	311																																																
61	227																																																
59	751																																																
37																																																	
3 и 8	64 и 99	48 и 77																																															
		121 и 91																																															
		400 и 273																																															
12	36	316																																															
24	164	216																																															
16	456	604																																															
20	928	496																																															
48																																																	
90	270																																																
45	180																																																
135	225																																																

10. $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$, $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$, $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. 11. 3, 15, 2, 4, 13, 8, 17, 10, 51, 19, 5, 7. 12. 40, 54, 180, 200, 138, 1260, 153, 572, 140, 540, 275, 256.

Выполнение арифметических действий

13. 611. 14. 1280. 15. 90. 16. 368. 17. -22. 18. -8. 19. 1. 20. $\frac{3}{19}$. 21. $5\frac{10}{11}$. 22. $10\frac{1}{5}$. 23. $1\frac{10}{21}$. 24. $2\frac{15}{17}$. 25. $8\frac{11}{12}$. 26. $1\frac{19}{35}$. 27. $-3\frac{8}{15}$. 28. $-2\frac{1}{5}$. 29. 3 036. 30. 12 000. 31. 451. 32. 803. 33. $\frac{3}{14}$. 34. $\frac{2}{7}$. 35. $4\frac{1}{3}$. 36. $14\frac{7}{9}$. 37. $14\frac{1}{3}$. 38. 0. 39. $\frac{3}{2}$. 40. 2. 41. $\frac{7}{8}$. 42. $\frac{9}{25}$. 43. 1. 44. $\frac{1}{3}$. 45. -3. 46. $\frac{20}{33}$. 47. $-\frac{2}{3}$. 48. 3. 49. 3, 7. 50. 9, 03. 51. 0,233. 52. 0,000 01. 53. 0,8. 54. 0,875. 55. 0,0048. 56. 0,008. 57. $12\frac{1}{2}$. 58. $\frac{1}{10000}$. 59. $20\frac{17}{1000}$. 60. $-281\frac{11}{25}$. 61. $-3\frac{1}{8}$. 62. $-2\frac{1}{16}$. 63. 8 и 9. 64. 9 и 10. 65. 11 и 12. 66. 19 и 20. 67. $-1\frac{1}{3}$, -1, $-\frac{1}{3}$, -0,3. 68. $-\frac{5}{6}$; $-1\frac{2}{5}$; $-2\frac{1}{6}$; -2,6. 69. а) <, б) >, в) <, г) >. 70. $\frac{7}{3}$. 71. 0,75. 72. 5,33. 73. 55. 74. 8,2. 75. 7,97. 76. 42. 77. 6,846. 78. 0,58. 79. 2. 80. 30. 81. 0,000375. 82. 0,052. 83. 0,9. 84. -20. 85. -0,04. 86. 5,5. 87. 8,4. 88. $-2\frac{19}{30}$. 89. $-1\frac{17}{24}$. 90. 214. 91. 321. 92. 312. 93. 234. 94. 234. 95. 5. 96. 1. 97. 15. 98. 3. 99. 1. 100. 21. 101. 4. 102. 3. 103. $\times$. 104. +. 105. $\therefore$. 106. -. 107. -. 108. $\times$. 109. 40 000 см. 110. 3900 дм. 111. 15 000 м. 112. 25,7 км. 113. 2000 г.