

Оглавление

От авторов.....	6
Модуль 1. Классическое определение вероятности..	7
Диагностическая работа	7
Теоретическая часть	9
Задачи о выборе объектов из набора	10
Задачи о подбрасывании монеты	21
Задачи о бросании кубика	23
Задачи о противоположном событии	27
Варианты для самостоятельного выполнения	29
Модуль 2. Простейшие формулы теории вероятностей. Частота	36
Диагностическая работа	36
Теоретическая часть	38
Задачи о пересечении независимых событий	40
Задачи об объединении несовместных событий	47
Задачи об объединении пересечений событий	50
Частота и вероятность	57
Варианты для самостоятельного выполнения	58
Модуль 3. Зависимые события	65
Диагностическая работа	65
Теоретическая часть	66
Задачи о зависимых событиях	67
Задачи на проценты	69
Разные задачи	70
Варианты для самостоятельного выполнения	76

Модуль 4. Условная и полная вероятность	81
Диагностическая работа	81
Теоретическая часть	82
Задачи на классическое определение вероятности	83
Задачи на условную вероятность	88
Задачи на полную вероятность	93
Задачи на формулу Байеса	97
Варианты для самостоятельного выполнения	103
Модуль 5. Использование комбинаторных формул.	
Схема Бернулли	110
Диагностическая работа	110
Теоретическая часть	111
Комбинаторные формулы	112
Схема Бернулли	116
Варианты для самостоятельного выполнения	119
Модуль 6. Решение сложных задач	123
Варианты для самостоятельного выполнения	129
Модуль 7. Случайные величины. Математическое ожидание	132
Диагностическая работа	132
Теоретическая часть	133
Условное математическое ожидание.	
Полное математическое ожидание	134
Задачи на случайные величины	135
Задачи на определение математического ожидания	137
Варианты для самостоятельного выполнения	154

Модуль 8. Элементы статистики	158
Диагностическая работа	158
Теоретическая часть	158
Варианты для самостоятельного выполнения	164
Основные формулы теории вероятностей	166
Приложение (к задаче о последовательности)	169
Ответы	171

Модуль 1. Классическое определение вероятности

В этом модуле рассматриваются задачи, для решения которых достаточно применения определения вероятности. Иногда здесь мы будем применять также формулу для вычисления вероятности противоположного события. Хотя без этой формулы здесь можно обойтись, она всё равно понадобится при решении задач следующих модулей.

Диагностическая работа

1. На стоянке находится 56 автомобилей, из них в 42 есть кондиционер. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на стоянке автомобиле есть кондиционер.
2. В среднем из 1000 садовых шлангов, поступивших в продажу, 16 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля шланг не подтекает.
3. Фабрика выпускает рюкзаки. В среднем на 100 качественных рюкзаков приходится восемнадцать рюкзаков со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный рюкзак окажется качественным. Результат округлите до сотых.

Модуль 2. Простейшие формулы теории вероятностей. Частота

При решении задач этого модуля необходимы формулы вероятности для объединения несовместных событий и пересечения независимых событий. Также мы разберём несложные задачи, связанные с частотой и процентами.

Диагностическая работа

1. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 24 пассажиров, равна 0,57. Вероятность того, что окажется меньше 17 пассажиров, равна 0,28. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 17 до 23.
2. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,13 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
3. Вероятность того, что на тесте по географии учащийся Р. верно решит больше 12 задач, равна 0,45. Вероятность того, что Р. верно решит больше 11 задач, равна 0,51. Найдите вероятность того, что Р. верно решит ровно 12 задач.

Модуль 3. Зависимые события

В этом модуле собраны задачи на проценты, вероятности зависимых событий, а также задачи, требующие последовательного подсчёта разных вероятностей.

Диагностическая работа

1. На фабрике керамической посуды 5% произведённых кувшинов имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных кувшинов. Остальные кувшины поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранный при покупке кувшин не имеет дефектов. Ответ округлите до тысячных.
2. В Сказочной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,6 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня, 12 февраля, погода в Сказочной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 14 февраля в Сказочной стране будет отличная погода.

Модуль 4. Условная и полная вероятность

Диагностическая работа

1. В ящике лежат 40 яблок: 15 — красных, 11 — жёлтых и 14 — зелёных. Яблоки достают из корзины в случайном порядке. Какова вероятность того, что в первый раз зелёное яблоко достанут вторым по счёту? Ответ округлите до сотых.
2. Оксана подбросила игральную кость 3 раза. Известно, что в сумме выпало 16 очков. Какова вероятность события «в первый раз выпало шесть очков»?
3. У Дарьи есть два игральных кубика. Первый из них обычный, а на гранях второго кубика числа 1, 5 и 6 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Дарья наудачу выбрала один из двух кубиков и бросила его два раза. Известно, что оба раза выпало 5 очков. Какова вероятность того, что она бросила первый кубик?
4. В городе 40 % взрослого населения — мужчины. Работающие составляют 85,2% взрослого населения, при этом доля работающих среди взрослых женщин составляет 82%. Для проведения исследования случайным образом выбрали взрослого мужчину. Какова вероятность того, что выбранный мужчина не относится к числу работающих?

Модуль 5. Использование комбинаторных формул. Схема Бернулли

Диагностическая работа

1. В классе 20 мальчиков и 5 девочек. Для подготовки классной комнаты к занятиям случайным образом выбирают двух дежурных. Найдите вероятность того, что дежурить будут две девочки. Результат округлите до сотых.

2. На фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран, в том числе из Швеции, Дании, Чехии и Греции. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Швеции будет выступать после группы из Дании, но перед группой из Греции, а группа из Греции будет выступать перед группой из Чехии? Результат округлите до сотых.

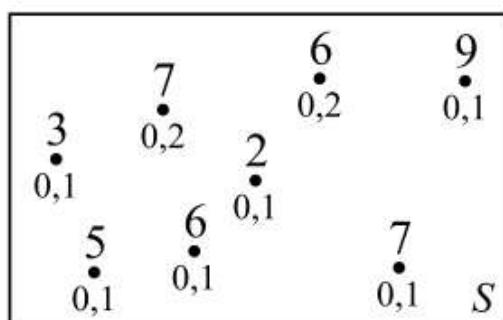
3. В группе туристов 7 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны разводить костёр. Какова вероятность того, что турист Давид, входящий в состав группы, будет разводить костёр? Результат округлите до сотых.

Модуль 6. Решение сложных задач

Задача 84. Турнир по бадминтону проводится по олимпийской системе в несколько туров: если в туре участвует чётное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если число игроков нечётно, то с помощью жребия выбираются случайные игровые пары, а один игрок остаётся без пары и не участвует в туре. Проигравший в каждой паре игрок (ничья невозможна) выбывает из турнира, а победители и игрок без пары, если он есть, выходят в следующий тур, который проводится по таким же правилам. Так продолжается до тех пор, пока не останутся два игрока, которые играют между собой финальный тур, выявляющий победителя турнира. Всего в турнире 80 участников, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два брата — Леонид и Матвей. Определите вероятность того, что в каком-то туре им придётся сыграть друг с другом.

Математическое ожидание

1. На диаграмме Эйлера (см. рис. 17) схематически показан случайный опыт S , с которым связана случайная величина X . Около каждого элементарного события указана вероятность этого события и соответствующее значение случайной величины X . Найдите вероятность события $(X = 7)$.



2. В таблице показано распределение случайной величины. Найдите EX — математическое ожидание этой случайной величины.

Значения X	5	6	4	-2
Вероятности	0,2	0,7	0,05	0,05

Модуль 8. Элементы статистики

Диагностическая работа

1. Средняя масса упаковки наполнителя для игрушек равна 1700 г, а стандартное отклонение равно 30 г. При помощи неравенства Чебышёва найдите верхнюю оценку вероятности события «масса наполнителя в случайно выбранной упаковке отклоняется от средней более чем на 40 г».
2. С помощью выборочного исследования изучают цены на принтеры определённой модели. По данным из пяти независимых магазинов получена следующая выборка:

8000, 8200, 8700, 9000 и 8600 рублей.

По этой выборке сделайте несмещённую оценку дисперсии цен на эту модель принтера.

Теоретическая часть

Пусть X — случайная величина, EX — её математическое ожидание. Часто нужно понимать, насколько сильно значения случайной величины разбросаны вокруг её математического ожидания. Для этой цели используется ещё одна