

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ПРЕДИСЛОВИЕ.....	7
Роль метрологии в развитии всеобщей экономики .....	7
1. МЕТРОЛОГИЯ .....	9
1.1. Физические величины, размерности, измерительные шкалы, методы сравнения.....	9
1.1.1. Общепринятые характеристики измеряемых величин.....	12
1.1.2. Шкалы оцениваемых и измеряемых величин.....	15
1.1.3. Международная система единиц физических величин.....	17
1.1.4. Методы сравнения неизвестных размеров.....	21
1.1.5. Статистически зависимые измерения.....	24
2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИИ.....	27
2.1. Виды условий измерений, теоретические и эмпирические характеристики.....	27
2.1.1. Основное уравнение измерения.....	28
2.1.2. Формы представления результата измерения.....	29
2.1.2.1. Цифровые измерительные приборы.....	29
2.1.2.2. Аналоговые измерительные приборы.....	31
2.1.3. Представление результата измерения в соответствии со второй аксиомой метрологии .....	46
2.1.4. Приближенные математические модели результатов косвенных измерений.....	48
2.2. Количественные соотношения процедур измерений. Обратная задача теории измерений.....	50
2.2.1. Градуировка шкалы отсчетного устройства .....	52
2.2.2. Определение значения измеряемой величины по результату измерения.....	55
2.2.3. Неопределенность измерений. Количественные оценки неопределенностей типа $A$ и типа $B$ .....	57
2.3. Однократное измерение.....	60
2.3.1. Идентичность априорной информации .....	60
2.3.2. Процедура анализа при однократном измерении .....	61
2.3.3. Нормирование результатов классами точности средств измерений .....	65
2.3.4. Зависимость уровня доверия $P$ от коэффициента охвата $k$ равномерного закона распределения вероятности .....	69
2.3.5. Внесение поправок в результаты измерений.....	73
2.3.6. Расчет параметров модели экспоненциальной формы.....	76
2.3.7. Распределение дискретной случайной величины .....	80
2.3.8. Неопределенность дискретной случайной величины.....	83
2.4. Многократное измерение .....	86
2.4.1. Модели выполнения измерительных процедур .....	86
2.4.2. Измерение с равноточным отсчетом.....	88
2.4.3. Обнаружение и исключение ошибок. Правило трех сигм.....	90

2.4.4. Проверка соответствия распределения вероятности результата измерения нормальному закону.....	93
2.4.4.1. Применение критерия К. Пирсона $\chi$ .....	95
2.4.4.2. Применение критериев В. Романовского .....	96
2.4.4.3. Вероятности сложных событий. Формула Т. Байеса .....	98
2.4.5. Построение доверительных интервалов .....	102
2.4.5.1. Применение составного критерия $d$ .....	108
2.4.6. Доверительные интервалы решения обратной задачи теории измерений.....	112
2.4.6.1. Квантили распределения Стьюдента .....	114
2.4.7. Многократное измерение с неравноточными значениями отсчета .....	115
2.4.8. Вычисление и сравнение результатов нескольких серий измерений....	119
2.4.8.1. Проверка равно рассеянных результатов серий измерений .....	120
2.4.8.2. Проверка неравно рассеянных результатов серий измерений .....	122
2.5. Многократные неравноточные и серийные измерения.....	123
2.5.1. Многократное неравноточное измерение .....	123
2.5.2. Методика выполнения измерений.....	124
3. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЕДИНСТВА ИЗМЕРЕНИЙ .....	131
3.1. Единство измерений.....	131
3.2. Техническая основа обеспечения единства измерений .....	132
3.3. Нормативно-правовая основа обеспечения единства измерений .....	136
3.4. Организационная основа обеспечения единства измерений .....	138
4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ .....	140
4.1. Элементная структура средств и систем измерений .....	140
4.2. Интерполяция, аппроксимация и экстраполяция функций сигналов преобразователей .....	142
4.3. Определение параметров схем типа LC и RLC.....	147
5. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ .....	152
5.1. Оптимальное планирование эксперимента .....	152
5.2. Технические интеллектуальные системы.....	153
5.3. Технический интеллект и управление .....	153
5.4. Метрологическое обеспечение средств измерений .....	154
5.4.1. Поверочная схема приборов типа ШЦ .....	155
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	157
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	158
Приложение 1 .....	158
Приложение 2 .....	159
Приложение 3 .....	159
Приложение 4 .....	159
Приложение 5 .....	160
ГЛОССАРИЙ.....	161
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	164
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ.....	165

## ВВЕДЕНИЕ

Метрология рассматривается как наука об измерениях физических величин, методах и средствах обеспечения единства измерений и способах обеспечения требуемой точности. С 1893 г. Главная палата мер и весов (Санкт-Петербург), возглавляемая Д. И. Менделеевым, становится одной из первых в мире научно-исследовательских организаций, создаваемых направления метрологии и теории измерений. Наука об измерениях — это наука о нормированной классификации измеряемых величин, мотивируемых по количественным критериям (представление неслучайного значения величины и случайного значения ее отклика). Количественное определение величины по отклику отсчетного устройства неизбежно в случаях, когда экспертная или иная оценки параметров объекта не обеспечивают требуемую точность. В соответствии с первой аксиомой метрологии для теории и практики измерений устанавливается обязательность использования априорной информации. Благодаря использованию априорной информации решается задача перехода от случайного значения результата измерения к неслучайному значению измеряемой величины. Метрология и наука об измерениях связаны общей теоретической основой законов теории вероятностей и математической статистики. Наука об измерениях как дисциплина в классе шкал аналоговых и цифровых средств измерений основывается на направлениях:

- теории сигналов измерений;
- планирования эксперимента;
- моделирования и установления результатов измерений;
- создания методик измерений.

Однократные и повторяемые измерения содержат случайную и систематическую погрешности. Установление их количественных зависимостей связано с необходимостью рассмотрения соответствующих статистических оценок — по вероятности или по равной вероятности случайной величины. Вероятностный подход при оценке стандартных отклонений предполагает знание соответствующей аналитической модели закона распределения. Равновероятная статистическая модель распространяется на задачи, в которых при дефиците априорной информации результат величины представляется некоторым интервалом значений. Если значения величины в интервале равновероятны, то такую ситуацию принято представлять моделью равномерного закона распределения вероятности этой величины. Статистические модели законов описания точности метрологии как основы единства измерений служат для эффективного применения методов и средств измерений и обработки данных. Представляется актуальным исследование практических аспектов метрологического обеспечения единства измерений и калибровки средств наноуровня, обеспечивающих разрешение в пределах десятков нанометров (дифракционные средства измерений).

В связи с повышением требований к качеству и конкурентоспособности продукции на внешних и внутренних рынках существенным образом изменился

формат требований и норм к теории и практике измерений. Результаты исследований, приведенные в учебнике, характеризуют правила и аналитические зависимости образования погрешностей измерений, которые устанавливаются с помощью расчетных значений стандартных неопределенностей, значений систематической и случайной составляющих погрешностей измерений. На основе расчетных моделей погрешностей, а также на основе априорной информации устанавливаются допускаемые погрешности. Научная и практическая полезность учебника заключается в образовании системы знаний об эффективных направлениях и методах метрологии, теории измерений, предназначенных для всеобщего экономического и технического развития.

# ПРЕДИСЛОВИЕ

## Роль метрологии в развитии всеобщей экономики

Направления метрологии формировались исходя из общности задач теории и практики измерений физических величин. Изучение человеком явлений и законов природы начиналось с представлений о размерах и свойствах различных физических объектов, т. е. с процедур измерений их величин. В торговле, навигации, мореплавании требовались меры количественной оценки расстояний, масс грузов, интервалов времени и др. Например, на смену пядей, аршин, саженой были установлены новые меры длины. В 1875 г. в соответствии с Метрической конвенцией было создано Международное бюро мер и весов (МБМВ). Метрическая конвенция установила унификацию национальных систем единиц измерений физических величин и введение в качестве единиц эталонов длины и массы — метр и килограмм. При этом МБМВ предписывались организация и сличение национальных эталонов.

С развитием физики, механики и астрономии были введены и другие научно обоснованные единицы величин. XI Генеральная конференция по мерам и весам в 1960 г. приняла Международную систему единиц физических величин (СИ).

Метрология является основой многих естественных и прикладных наук. Она содержит следующие разделы:

- теоретическая метрология — источник создания фундаментальных основ теории и практики измерений;
- законодательная метрология установления обязательных юридических и технических норм и требований по применению единиц величин, их эталонов, методов и средств обеспечения единства измерений;
- прикладная метрология практического применения концепций теоретической и результатов законодательной метрологии, позволяющая найти ответы многих задач повышения точности измерений, необходимых для обеспечения нужд отраслей экономики. Объектами современной метрологии являются механические, электромеханические, теплофизические, акустические, вибрационные и другие единицы величин. Достигнутые результаты теории и практики измерений являются важной частью для использования в производственных, экономических, финансовых и социальных процессах общества. Измерительная информация служит основой для установления норм о качестве продукции и систем качества. Условия развития современной экономики обусловлены необходимостью повышения конкурентоспособности и качества товаров. Экономические ресурсы страны в значительной мере зависят от платежной способности населения, уровня профессионализма, технической оснащенности производств, что связано с необходимостью управления качеством продукции и услуг. Естественно, что ведущая роль в решении задач обеспечения качества продукции принадлежит метрологии. Достоверность и соответ-

ствующая точность результатов измерений обеспечивают эффективность принятия решений на всех уровнях управления.

Можно назвать многие области деятельности науки и техники, в которых используются результаты испытаний, измерений и контроля с помощью соответствующих средств. К таким средствам в метрологии относят нормированные технические средства, которые используются для выполнения измерений. Создание конкурентоспособной продукции состоит в прямой зависимости от точности и качества метрологического обеспечения технологических процессов.

Важная роль принадлежит соблюдению точности измерений, ибо нарушения единства измерений приводят к значительным потерям во всех областях промышленных производств. Измерения и обработка больших массивов наблюдений требуют применения электронных вычислительных комплексов. Проведение и аттестация результатов измерений входят в ведение Государственной метрологической службы Российской Федерации. Специфика деятельности в области метрологии обуславливает приоритет опережающего уровня ее развития по основным метрологическим показателям. Важнейшей задачей метрологии является обеспечение единства измерений при условии соблюдения требуемой точности в рамках рыночных договорных мероприятий внутреннего и международного научно-технического сотрудничества.

# 1. МЕТРОЛОГИЯ

## 1.1. Физические величины, размерности, измерительные шкалы, методы сравнения

Деятельность в области метрологии регламентирована Законом РФ «Об обеспечении единства измерений» от 26.06.2008 № 102-3 (с изменениями на 13.07.2015). Положения федеральных законов региональные и отраслевые организационно-технические программы обеспечения конкурентоспособности продукции на внешних и внутренних рынках предопределили необходимость повышения качества методов и методик выполнения измерений, оптимальности по параметрам требуемой точности метрологических характеристик средств измерений, соблюдения общепринятых требований и норм. Научные идеи и закономерности Г. Галилея, Т. Кельвина, П. Лапласа, К. Гаусса, К. Пирсона, Б. Якоби, Г. Герца, А. Н. Колмогорова, Д. И. Менделеева являются основой современной науки об измерениях физических величин. В системе естественных наук метрология — наука об измерениях физических величин, методах и средствах обеспечения единства измерений и способах достижения требуемой точности. Окружающая нас действительность представлена объектами, свойствами и явлениями материального мира. Объектом материального мира, например, является пространство, а его свойством — протяженность. Протяженность может характеризоваться различными способами. Общепринятая или установленная законодательным путем характеристика (мера) различных свойств, общих в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении строго индивидуальная для них, называется физической величиной. В истории метрологии сложилось так, что меры физических величин уточняются по видам и способам их определения при безусловном повышении точности воспроизведения. Для определения меры длины Х. Гюйгенс (создатель механизма маятниковых часов) предложил аналитическую зависимость периода малых колебаний математического маятника. Установленная Гюйгенсом зависимость является воплощением идеи представления длины, а также ускорения свободного падения через меру естественного времени периода малых колебаний математического маятника:

$$l = T^2 g / 4\pi^2,$$

где  $l$  — длина маятника (расстояние от точки подвеса нерастяжимой невесомой нити до материальной точки);  $T$  — период колебаний маятника;  $g$  — ускорение свободного падения. На основе и с учетом многовекового опыта выполнения измерений общепринятой мерой (эквивалентом) протяженности является длина. Однако протяженность реального физического пространства является сложным свойством, которое не может характеризоваться только длиной. Протяженность пространства естественно рассматривать по нескольким координатам: мера площади, объема, угла (плоского и телесного). Следовательно, пространство является многомерным. В соответствии со вторым законом Ньютона мерой инерции является масса. События и изменение свойств объектов в про-

странстве происходят не мгновенно, а имеют определенную длительность. Мерой длительности является время. Степень нагревания тел характеризуется термодинамической температурой. Мерой термодинамической температуры является средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул. При этом заметим, что термодинамическая температура относится к положительным величинам.

Наряду с перечисленными основными физическими величинами определены: мера силы электрического тока, мера количества вещества и мера силы света. К дополнительным физическим величинам относятся плоский и телесный углы. В общепринятом понимании величина представляется как характерный признак явления, тела или вещества, который может выделяться качественно и определяться количественно.

С помощью основных и дополнительных физических величин образуются производные физические величины. Производными физическими величинами являются электрическое сопротивление, напряженность электрического поля, давление, работа, скорость, ускорение, мощность и др. Производные величины отражают определенные в качественном отношении свойства, но имеют принципиально различные количественные характеристики. Именно определение и нормирование по вероятности количественных характеристик величин является задачей теории и практики измерений. При этом установлению математических моделей измерений однократных и повторяемых опытов, моделей точности и оптимальности доверительных интервалов действительных величин, устанавливаемых по их результату, будут также посвящены направления учебного пособия. Измеряемыми величинами считают длину (диаметр, ширина, высота, межцентровое расстояние) элементов деталей и сборочных единиц, перемещение или совокупность рассматриваемых величин. К угловым величинам относят угол профиля резьбы, угол конуса и др. Технические измерения, основанные на применении аналоговых и цифровых отсчетных устройств, имеют наиболее широкое применение в отраслях машиностроения, приборостроения, в сфере инновационных технологий, автоматизации измерений и метрологического обеспечения. Указанные виды измерений ориентированы главным образом на применение в условиях промышленных производств и характеризуются постоянно предъявляемыми к ним требованиями повышения точности и ресурса.

В имеющейся методической и научно-исследовательской литературе ощущается необходимость рассмотрения ряда вопросов, касающихся исследования структурных моделей, схем, элементов измерительных механизмов и их влияния на показания приборов. При этом проблема создания новых или развития имеющихся технологических процессов и производств, обеспечивающих внедрение новой техники, увеличение производительности сборочных операций, достижение высокого качества и конкурентоспособности изделий, вылилась в необходимость повышения уровня метрологических характеристик, быстродействия и эксплуатационного ресурса средств измерений и контроля. Предпочтительность выбора того или иного вида измерительного механизма определяется по условию минимальной достижимой погрешности. Эффектив-

ность определения погрешности схемной функции измерительного механизма зависит от устанавливаемых в ходе нахождения ее минимума параметров. Процесс повышения точности измерений — это сложный и многофункциональный процесс, который невозможно разрешить только за счет метода, характеристик средства измерений или только за счет процедур повторяемых измерений. Поэтому исследователь должен создать соответствующие теоретические модели, обладающие требуемым резервом точности.

Приведем важнейшие по рассматриваемому разделу определения (руководство по метрологии РМГ-29-99). Полагают, что в условиях проведения измерения, сопровождающегося влиянием множества случайных и неслучайных факторов, возможно лишь виртуальное приближение действительного размера к размеру меры, а степень этого приближения зависит от уровня точности используемых моделей, методов и средств измерений. Измерение — совокупность действий, выполняемых с помощью средств измерений для определения значения измеряемой величины в узаконенных единицах. Контроль — определение с помощью средств измерений количественного соответствия объекта установленной норме в ее единицах.

Выбор методов измерений и контроля в известной мере обусловлен измеряемой величиной, видом относительного взаимодействия и свойствами системы «изделие — оператор». Под свойствами системы «изделие — оператор» следует понимать совокупность геометрических и физико-механических параметров, характеризующих состояние измеряемых объектов. Из характеристик средства измерения (прибора), определяющих его функциональное отличие, являются точность, разрешающая способность, пределы измерений, соответствующие наименьшему и наибольшему значениям измеряемой величины. Диапазоном измерений называют область значений измеряемых величин, в пределах которых нормированы допускаемые пределы погрешности средства измерений. За диапазон показаний принимают область значений шкалы прибора, ограниченную начальным и конечным ее значениями.

На основе анализа перечисленных параметров и условий получения количественной информации выбираются контактные, бесконтактные, вибрационно-контактные и другие методы измерений. От правильности организации измерений, обеспечивающих достижение требуемых значений отклонений, зависит достоверность результатов оценки свойств объектов. Исследования метрологии, касающиеся изучения, создания и совершенствования различных методов и средств измерения физических величин, представляют собой теоретическую основу измерений и контроля.

Измерения и контроль — область, в которую входят теория и практика измерений размеров деталей машин и приборов, предусматривающих использование линейных и других единиц измерения. Повышение точности измерений — одно из средств совершенствования способов познания и практического применения знаний. Измерения необходимы для управления научными экспериментами, для измерения и контроля параметров изделий, для управления движением различных видов транспорта, для диагностики, для контроля загрязненности окружающей среды и др.

В соответствии с классификацией способов получения отсчетов существуют прямые, косвенные, совокупные и совместные измерения. При прямых измерениях количественную информацию о величине неизвестного размера получают путем сравнения с известным его эквивалентом (например, измерение с помощью штангенциркуля наружного диаметра резьбы детали). Для получения количественной информации о значении величины используют абсолютные и относительные измерения. Абсолютным называется прямое измерение величины в ее единицах. Относительным называется измерение изменения величины по отношению к одноименной величине, принимаемой за единицу.

При косвенных измерениях неизвестную величину находят из известной аналитической зависимости от величин, получаемых прямыми измерениями (например, определение плотности тела с использованием его массы и объема). В технических приложениях наиболее распространены и используются понятия размерной и безразмерной точности. Точность представляется как обратная величина относительной погрешности. Размерная точность (мера точности) определяется величиной обратной абсолютной погрешности.

Современные средства измерений и контроля величин (меры, измерительные приборы, измерительные преобразователи и измерительные системы), совершенство их конструкций и метрологическая надежность, несомненно, имеют большое значение в решении вопросов обеспечения качества, конкурентоспособности и эффективности промышленной продукции. Отсюда следует одна из необходимых задач метрологии — обеспечение единства измерений в технике. Снижаются систематические и статистические погрешности, повышается производительность средств измерений и контроля. С этой целью проводится ряд мероприятий для соблюдения единства мер и объективности показаний средств измерений. Под достоверностью показаний подразумевают характеристику качества средства измерений, отражающую близость его погрешности (отклонений) к нулю. Считается, что чем меньше погрешность (отклонение), тем более востребованным является средство измерения. Появление нерегламентированных отклонений измерений свидетельствует о необходимости обоснованного выбора средств измерений в зависимости от конкретных условий, установленных допусков на изготовление деталей, характера контролируемой поверхности, температурных и других условий проведения измерений.

### **1.1.1. Общепринятые характеристики измеряемых величин**

#### **Качественная характеристика**

Общепринятой в международной практике качественной характеристикой измеряемой величины является ее размерность. Измерения современной физики базируются на семи основных физических величинах. К основным физическим величинам относятся: масса, длина, время, сила электрического тока, термодинамическая температура, количество вещества и сила света. С помощью основных физических величин и дополнительных величин плоского и телесного углов образуется множественная совокупность производных физических величин, которые характеризуют свойства объектов материального мира. В рамках данной темы актуальным является рассмотрение примеров метода

размерностей, согласно которому можно определить отдельные размерности или число составляющих величин функции при известной ее результирующей размерности.

Формализованным (установленным) отражением качественного различия между измеряемыми физическими величинами служит их размерность. В соответствии с международным стандартом ИСО размерность обозначается символом  $\dim$  как сокращение слова *dimension*, которое в зависимости от контекста переводится как измерение, мера, степень.

Размерности основных физических величин обозначаются соответствующими заглавными буквами (символами размерностей):

- $\dim l = L$  — размерность длины;
- $\dim m = M$  — размерность массы;
- $\dim t = T$  — размерность времени;
- $\dim i = I$  — размерность силы электрического тока;
- $\dim \theta = \Theta$  — размерность термодинамической температуры;
- $\dim n = N$  — размерность количества вещества;
- $\dim j = J$  — размерность силы света.

Такая форма обозначения размерности позволяет опустить название самой измеряемой величины.

При определении размерности производных физических величин руководствуются следующими правилами (правила алгебры размерностей):

– 1 — размерности уравнений и систем уравнений должны быть одинаковыми. Знак равенства между левой и правой частями уравнения указывает на необходимость соблюдения условия одинаковых свойств;

– 2 — аналитическая форма записи размерности считается мультипликативной, т. е. сводящейся к одному единственному действию умножения;

– 2.1 — размерность произведения  $Q = AB$  равна произведению размерностей  $\dim Q = \dim A \dim B$ ;

– 2.2 — размерность частного  $Q = A/B$  равна отношению размерностей  $\dim Q = \dim A / \dim B$ ;

– 2.3 — размерность величины в степени  $Q = A^n$  равна размерности этой величины в той же степени  $\dim Q = \dim^n A$ .

Таким образом, размерности производных физических величин определяются через размерности физических величин, например, из соотношения

$$\dim Q = L^\alpha M^\beta T^\gamma \dots,$$

где  $L, M, T, \dots$  — размерности основных физических величин;  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$  — показатели размерности (положительные, отрицательные, дробные, целые, нуль).

Примеры размерностей:

- размерность сопротивления через силу постоянного электрического тока и мощность

$$R = \frac{i^2}{P}, \quad \dim R = L^{-2} M^{-1} T^3 A^2;$$

- размерность скорости равномерного и прямолинейного движения

$$V = \frac{l}{t}, \quad \dim V = LT^{-1};$$

- размерность силы по второму закону Ньютона

$$F = ma, \quad \dim F = MLT^{-2};$$

- размерность уравнения вынужденных колебаний материальной точки относительно положения статического равновесия без учета демпфирования

$$\ddot{x} + k^2 x = h \cos \omega t,$$

иначе

$$\frac{M}{c^2} + \frac{M}{c^2} = \frac{M}{c^2} \cos \omega t.$$

С учетом принятых обозначений данным примером подтверждаются свойства размерностей уравнения вынужденных колебаний, приведенного к единичной массе:

$$LT^{-2} + LT^{-2} = LT^{-2} \cos \omega t.$$

Здесь размерность функции фазового угла соответствует радианной мере;

- размерность уравнения вынужденных колебаний материальной точки относительно положения статического равновесия с учетом демпфирования

$$\ddot{x} + 2\nu\dot{x} + k^2 x = h \cos \omega t,$$

где  $\nu$  — коэффициент демпфирования ( $\nu = \beta/2m$ );  $\beta$  — коэффициент сопротивления.

По аналогии

$$\frac{M}{c^2} + \frac{M}{c^2} + \frac{M}{c^2} = \frac{M}{c^2} \cos \omega t.$$

С учетом принятых обозначений данным примером подтверждаются свойства размерностей уравнения с учетом демпфирования:

$$LT^{-2} + LT^{-2} + LT^{-2} = LT^{-2} \cos \omega t.$$

### Определение показателей размерностей

Пусть на объект, движущийся по окружности, действует сила  $F$ , зависящая от его массы  $m$ , скорости  $V$  и радиуса окружности  $r$ :

$$F = m^\alpha \cdot V^\beta \cdot r^\gamma.$$

Определим неизвестные показатели размерностей. На основании алгебры размерностей

$$\dim F = \dim(m^\alpha \cdot V^\beta \cdot r^\gamma) = \dim^\alpha m \cdot \dim^\beta V \cdot \dim^\gamma r.$$

Известно, что

$$\dim F = LMT^{-2}; \quad \dim m = M; \quad \dim V = LT^{-1}; \quad \dim r = L.$$

Следовательно,

$$LMT^{-2} = M^{\alpha}(LT^{-1})^{\beta}L^{\gamma} = M^{\alpha}L^{\beta+\gamma}T^{-\beta}.$$

Показатели размерностей образуют уравнения:

$$\alpha = 1; \beta + \gamma = 1; \beta = 2.$$

Искомые показатели размерностей:

$$\alpha = 1; \beta = 2; \gamma = -1.$$

Получены алгебраические значения неизвестных показателей размерности, которые воспроизводят вид самой функции.

Величина называется безразмерной, если показатель размерности равен нулю или показатели многочлена размерностей равны нулю. Размерность может быть относительной (в относительных единицах), определяемой как отношение одноименных величин с равными показателями размерностей (например, логарифм отношения шумов, напряжений, мощностей и др.). В общепринятых случаях размерности величин могут задаваться в процентах или в белах. Таким образом, размерность является качественной характеристикой измеряемой величины. Она отражает ее связь с основными физическими величинами и зависит от их выбора. Правила размерностей используются для проверки и уточнения правильности построения трансцендентных формул и систем уравнений.

### Количественная характеристика

Количественная характеристика представляет собой совокупность определенных внутренних свойств конкретного объекта, выраженную с помощью физических величин (длина, масса, сила электрического тока) и единиц их измерения.

В количественном отношении измеряемая величина характеризуется ее размером. Размер является объективной количественной характеристикой, не зависящей от выбора единиц измерений — 1 мкм,  $10^{-3}$  мм,  $10^{-6}$  м. Даны три варианта обозначения одного размера, являющегося значением основной измеряемой величины — длины в различных единицах измерений.

В идеальном варианте значение измеряемой величины  $Q$  можно представить в виде произведения

$$Q = q[Q], \quad (1)$$

где  $q$  — числовое значение измеряемой величины;  $[Q]$  — размер единицы измеряемой величины. Таким образом, мы удостоверились, что значение размера, как и сам размер величины, не зависят от выбора единиц измерений. Для одного размера числовое значение может быть тем меньше, чем больше единица измерения и наоборот.

#### 1.1.2. Шкалы оцениваемых и измеряемых величин

В метрологии и в практике измерений понятие об измерительных шкалах является достаточно распространенным относительно видов и целей их применения. Шкалой называют общепринятое правило обозначения или определения возможных значений конкретного свойства объекта (силы ветра, интервала

времени, размера длины). Для представления информации о свойствах объектов и процессов по типу ранжирования или в количественной форме используются шкалы наименований, порядка, интервалов, отношений, абсолютных значений.

**Шкала наименований.** Она является инструментом для качественной оценки свойств путем сравнения по совпадению с наиболее близкими эквивалентными свойствами объектов или процессов. Например, шкалой наименований является набор разноокрашенных цветовых образцов — эталонов атласа цветов, таблица групп крови, таблица весовых категорий. Шкалы наименований не имеют устанавливаемого нуля, соответствующей единицы измерений и возможности сопоставления по типу «превосходит или не превосходит».

**Шкала порядка.** Она является одним из способов представления информации о размере величины. Количественную информацию о свойствах физических величин  $Q_i$  и  $Q_j$  получают сравнением

$$Q_i \text{ меньше... или... больше } Q_j. \quad (2)$$

Способ представления размеров (2) не позволяет получить количественные соотношения между величинами. Экспериментальное решение неравенства позволяет ответить на вопрос, какой из двух размеров ( $Q_i$ -й или  $Q_j$ -й) больше или меньше другого (либо они равны). Результат такого сравнения можно представить на шкале порядка, где размеры расположены в порядке их возрастания. Ответить на вопросы, на сколько или во сколько раз один размер больше другого, по шкале порядка нельзя. Это наименее информативная шкала, однако на практике она находит достаточно широкое применение. По шкале порядка измеряются, например, сила морского волнения, сила ветра, сила землетрясений, твердость минералов, знания учащихся.

**Шкала интервалов.** В результате сравнения двух размеров способом (3) можно определить размер, который больше или меньше другого (в частном случае они могут оказаться равными):

$$Q_i - Q_j = \Delta Q_{ij}. \quad (3)$$

Результат такого сравнения может быть представлен на более информативной шкале интервалов. По ней измеряются, например, время, температура, глубины, высоты, расстояния. Ноль шкалы интервалов устанавливается исследователем, что обеспечивает выполнение действий сложения и вычитания (разность или сумма интервалов времени, температур, расстояний).

**Шкала отношений.** Самой совершенной измерительной шкалой является шкала отношений. На этой шкале устанавливаются результаты сравнения размеров способом (4):

$$\frac{Q_i}{Q_j} = x_{ij}. \quad (4)$$

Это самая распространенная измерительная шкала, имеет естественный (абсолютный) нуль и соответствующее нулевое значение. По ней можно определить, во сколько раз  $Q_i$ -й размер больше или меньше  $Q_j$ -го. Естественно, что при измерениях по шкале отношений в качестве  $Q_j$ -го размера, используемого для сравнения, целесообразно выбрать  $[Q]$  — размер единицы измерения.

**Шкала разностей.** Она отличается от шкалы интервалов тем, что ее нуль и единица измерения устанавливаются по соглашению. В экономике и в других проектах с помощью шкалы разностей определяются количественные показатели роста или снижения планируемых величин, например показатели качества, выпуск продукции, производственные мощности, численность персонала за определенные промежутки времени.

**Абсолютная шкала.** Она имеет не только абсолютный нуль, но и абсолютную единицу измерения. Абсолютная единица является единицей с общепринятой размерностью измеряемой величины. Свойствами абсолютной шкалы обладает числовая ось.

Однако если допустить произвол в выборе единиц, то результаты различных измерений одного и того же размера (числовые значения) окажутся несопоставимы между собой, что может привести к нарушению единства измерений. Чтобы этого не произошло, единицы измерений устанавливаются по определенным правилам и закрепляются законодательным путем. Это относится и к случаям взаимодействия единиц величин системы СИ и единиц величин, разрешенных к применению при измерениях.

### 1.1.3. Международная система единиц физических величин

XI Генеральная конференция по мерам и весам (ГКМВ) приняла Международную систему единиц физических величин, получившую у нас в стране сокращенное обозначение СИ (русская транскрипция — система интернациональная). Система единиц СИ является широко используемой в мире системой единиц как в науке и технике, так и в повседневной деятельности. В настоящее время система СИ принята в качестве основной системы единиц. Система СИ определяет семь основных единиц: метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль, кандела, производные единицы и совокупность десятичных приставок. В СИ основные единицы имеют строго установленную размерность и не зависят от других размерностей. Для основных единиц установлены наборы дольных и кратных единиц. Приставки означают, что основную единицу можно представить в частях или в кратном отношении.

Последующими генеральными конференциями по мерам и весам в первоначальный вариант СИ внесены некоторые изменения. В СНГ и странах Восточной Европы Международная система единиц является обязательной с 1 января 1980 г. Основные единицы СИ приведены в таблице 1.

Таблица 1

Наименование	Размерность	Наименование единицы измерения	Обозначение	
			международное	русское
Длина	<i>L</i>	метр	m	м
Масса	<i>M</i>	килограмм	kg	кг
Время	<i>T</i>	секунда	s	с
Сила эл. тока	<i>I</i>	ампер	A	А
Термодинамическая температура	$\Theta$	кельвин	K	К
Количество вещества	<i>N</i>	моль	mol	моль
Сила света	<i>J</i>	кандела	cd	кд

Дополнительные единицы физических величин системы СИ:

- радиан (rad, рад) — единица плоского угла, равная внутреннему углу между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу;
- стерadian (sr, ср) — единица телесного угла, равная телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности этой сферы площадь, равную площади квадрата со стороной радиуса сферы.

Производные единицы СИ образуются из основных по правилам образования когерентных производных единиц, т. е. связаны с ними соотношением

$$[Q] = \text{м}^{\alpha} \cdot \text{кг}^{\beta} \cdot \text{с}^{\gamma} \dots$$

Некоторым из них даны названия в честь великих ученых: ньютон, герц, паскаль, кулон, ом, сименс, тесла, беккерель и др. Обозначения таких единиц как международные, так и русские пишутся с заглавной буквы.

Приставки системы единиц СИ приведены в таблице 2

Таблица 2

Приставки СИ	Наименование		Обозначение	
	русское	международное	русское	международное
$10^{15} \dots$	пета	peta	П	P
$10^{12} \dots$	тера	tera	Т	T
$10^9 \dots$	гига	giga	Г	G
$10^6 \dots$	мега	mega	М	M
$10^3 \dots$	кило	kilo	к	k
$10^2 \dots$	гекто	hecto	г	h
$10^1 \dots$	дека	deca	да	da
$10^{-1} \dots$	деци	deci	д	d
$10^{-2} \dots$	санти	centi	с	c
$10^{-3} \dots$	милли	milli	м	m
$10^{-6} \dots$	микро	micro	мк	μ
$10^{-9} \dots$	нано	nano	н	n
$10^{-12} \dots$	пико	pico	п	p
$10^{-15} \dots$	фемто	femto	ф	f

Десятичные кратные и дольные единицы образуются с помощью множителей и приставок. К наименованию единицы допускается присоединять только одну приставку (например, пикофарада, нанометр). Производные единицы с собственными названиями приведены в таблице 3.