УДК 001.12
ББК 72
К82

Перевод с французского Аркадия Кабалкина

Кривин, Ю.

К82 Маленький трактат о случае и случайностях = Petit traité de hasardologie / Юбер Кривин ; послесл. Гийом Лекуэнтр ; ил. Николя Павлофф ; пер. с фр. Аркадия Кабалкина. — Минск : Дискурс, 2019. — 160 с.

ISBN 978-985-90468-9-6.

Как узнать, какой стороной упадет подброшенная монетка? Никак — очевидный и верный ответ. Потому мы и подбрасываем монетку для принятия решения. Это тот самый случай, на который мы привыкли полагаться. Но так ли уж он случаен? Или за ним все же стоят закономерности, которые человек не видит?

Так или иначе, случайности мы не любим и стараемся отыскать зачастую несуществующие причинно-следственные связи между любыми событиями. Чтобы уберечь читателя от распространенных ошибок, автор излагает основы теории вероятностей и пытается разобраться в природе случая, демонстрируя мнимые закономерности.

УДК 001.12
ББК 72

Научно-популярное издание

Кривин Юбер

МАЛЕНЬКИЙ ТРАКТАТ О СЛУЧАЕ И СЛУЧАЙНОСТЯХ

В издании использованы иллюстрации shutterstock.com

Дизайн обложки *Т. Сиплевич*
Компьютерная верстка *К. Подольцева*
Корректоры *Т. Радецкая, А. Павлович*

Подписано в печать 29.05.19. Формат 84×108 1/32. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 8,4. Уч.-изд. л. 6. Тираж 3000. Заказ .

12+

Дата изготовления 29.06.19. Срок годности не ограничен.

Частное унитарное предприятие «Издательство Дискурс».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/519 от 11.08.2017.
Ул. Гусовского, д. 10, помещение № 9 (комн. 404), 220073, г. Минск.

ISBN 978-985-90468-9-6

Оглавление

Памяти Марселя Венерони,
друга и мудрого советчика

Введение

Случай не содержит в себе никакой реальности: этим словом мы просто обозначаем свое незнание того, как соотносятся между собой и с остальной природой составные части явления. Понятие вероятности связано с этим незнанием.

Пьер-Симон де Лаплас. Математические и физические мемуары, представленные в Академии наук. Т. 7, 1776

Предсказывать очень трудно, особенно трудно предсказать будущее.

Приписывается Нильсу Бору (1885–1962)

Мир, где все предсказуемо, немыслим, и в этом наше счастье: жить в таком мире было бы совершенно невозможно. Представьте, во что превратилась бы ваша жизнь, если бы вы знали день, а то и, не дай бог, час собственной смерти или смерти кого-то из близких. И все же человечество с незапамятных времен стремится к предвидению. Для этого у него есть два приспособления: угадывание (астрология, гадание на картах, толкование снов и т. д.) и современная наука — хотя злые языки несколько по-другому классифицируют финансовую математику[1]. Такое разделение, ставшее ныне

---

1 Давид Рюэль (французско-бельгийский математический физик (род. в 1935 г.). — *Прим. пер.*) насмешливо объяснял успехи древних гаруспиков (знатоков внутренностей) и прочих жрецов (толковавших, к примеру, полет птиц): исходя из теории игр, он показывал, что в некоторых ситуациях наиболее уместен ответ, взятый «с потолка». Так, может, наши математики от финансов — это современные гадалки?

резким, существовало не всегда: в разные эпохи магия и наука то соревновались, то сотрудничали, неустанно допытываясь, что будет (или должно быть?) дальше.

Монотеистические религии во все времена осуждали астрологию, покушавшуюся на власть свыше, а также, не забудем, на власть духовенства; тем не менее у королей, султанов и даже у пап имелись свои астрологи. Правда, пророку Мухаммеду приписывают симпатичное изречение: «Даже сбывшееся предсказание астрологов будет ложью»... Жажда узнать будущее так велика, что гадатели, астрологи и прочие шарлатаны процветают и сегодня, претендуя порой на научность, а то и на университетское благословение. Вспоминается «социологическая диссертация», которую защитила в 2001 году астролог Элизабет Тесье и в приложении к которой фигурировали «некоторые неопровержимые *(sic)* доказательства воздействия планет». Рынок ясновидения во Франции оценивается в 3 миллиарда евро в год; к соответствующим услугам прибегает каждый пятый француз.

Есть события, которые можно предвидеть (или исключить) без малейшего сомнения: завтра снова взойдет солнце, от собак не родятся кошки и т. д. О некоторых событиях, напротив, нельзя заранее сказать ровным счетом *ничего*[1]. Между двумя этими крайними категориями простирается огромное поле будущих событий, о которых если и можно что-то сказать, то без всякой уверенности. Здесь и завтрашняя погода, и результат сдачи экзаменов на водительские права, и встреча с мужчиной (женщиной) всей своей жизни, и фамилия следующего президента страны (при этом невозможность предвидеть фамилию очередного главы государства в Алжире, во Франции или в России далеко не одинакова). Принимать решения в условиях недостаточной осведомленности — участь всех людей. Для

[1] Впрочем, такое случается довольно редко. На ум приходят разве что тарифы французских железных дорог или, например, расписание линии «B» сети экспрессов региона Иль-де-Франс. А если серьезно, то речь может идти о предсказанных на довольно длительный срок так называемых хаотических событиях, о которых мы поговорим на стр. 100.

игроков в покер это сладостный наркотик, для биржевых маклеров — худший кошмар.

Беспрерывно сталкиваясь с несчетными вариантами событий, мы не перестаем оценивать шансы их реализации. Этому способствует представление — часто смутное — о вероятности.

Даже в так называемых точных науках измерение одного и того же явления обычно дает изрядный разброс результатов[1]. И здесь приходится прибегать к вероятности.

Уточню тему предстоящих рассуждений. Рискуя порой войти в противоречие со «здравым смыслом», эта небольшая книжка ставит целью уберечь читателя от западни статистики (даже добросовестной), которая «демонстрирует» воображаемые (а часто и предвзятые) причинно-следственные связи. Она предназначена для широкой публики, поэтому математика присутствует в ней в строго терпимом объеме и вообще необязательна.

Физика по двум (минимум) причинам является более легкой дисциплиной, чем остальные. Как правило, она позволяет: 1) рассматривать лабораторные объекты вне их истории и 2) управлять их зависимостью от среды. Конечно, для большинства атомов начало отсчета существования — это минимум 300 тысяч лет после Большого взрыва. Потом они, возможно, изменялись за счет радиоактивности, но их природа осталась прежней: атомы кислорода-16 (или электроны) все те же, какими были 4 миллиарда лет назад, а главное, совершенно идентичны один другому. Более того, часто можно (не в квантовой физике) считать рассматриваемую систему изолированной от мира, а когда это не так, оценивать количественно только ее взаимообмен с внешней средой; например, энергообмен определяется по изменению температуры системы.

---

[1] Казалось бы, из самого определения эталонного килограмма, сделанного из сплава платины и иридия и выставленного в Международном бюро мер и весов, вытекает, что он весит ровно 1 килограмм. Увы, и здесь налицо колебания в несколько миллиграммов: эрозия от периодической чистки, поверхностное загрязнение… Как это выяснилось? Путем сравнения с массой находящихся тут же шести копий.

Что говорить об общественных науках, если даже в биологии трудно добиться такой изоляции: виды, взаимодействуя со средой, постоянно изменяются, хотя нам и кажется, что их зафиксировали, присвоив имена. Собака сначала была волком, гомо сапиенс был *Homo erectus*, современная пшеница состоит в весьма далеком родстве с дикой и т. д. Наконец, отличной иллюстрацией сложностей, создаваемых взаимодействием со средой, служат яростные споры о генно-модифицированных организмах (ГМО). Добавьте к этому проблему времени, на протяжении которого наблюдения могут быть значимыми. Не стоит исключать и третье обстоятельство — роль математики как элемента предвидения. Это то самое, что Вигнер[1] называл «необоснованной эффективностью математики».

В этой книге неизбежно будет ощущаться специфическое мышление автора с его физическим образованием (деформацией). Ничего не поделаешь, случайность изучают при помощи вероятностей, а те предполагают существование событий, норовящих — при прочих равных — повторяться; как в этом убедиться средствами биологических наук?

Все события, как считается, происходят либо случайно, либо «неслучайно», поэтому в «трактате о случае и случайностях», достойном этого названия, нельзя упустить ровным счетом ничего. Читатель обнаружит на его страницах мешанину из соображений об астрологии, квантовой механике, футбольных голах, шутках комика Колюша, детерминизме, теории хаоса и пари Паскаля[2].

Эта книга не курс лекций. Потому, во-первых, что «теории случайностей» — наряду с «18-метровыми муравьями в шляпах»[3] — не существует. Во-вторых, когда в лекциях задаются вопросы, то далее обычно следуют ответы. Здесь ничего

---

1 Юджин Вигнер (1902–1995) — американский физик и математик родом из Венгрии, лауреат Нобелевской премии по физике 1963 года. — *Прим. пер.*

2 Предложенный математиком и философом Блезом Паскалем аргумент для демонстрации рациональности религиозной веры. — *Прим. пер.*

3 Фраза из детского стихотворения французского поэта Робера Десноса (1900–1945). — *Прим. пер.*

подобного не будет. К этой книге стоит относиться скорее как к прогулке — отчасти наугад — по миру вероятностей. Она написана так, чтобы читатель мог ее листать едва ли не в произвольном порядке, пропуская то, что покажется ему слишком (не)знакомым.

В первой главе мы уточним понятие вероятности, разберемся с ее вычислением и применением — как полезным, так и — наверное, в особенности — вредным. Часто мы изучаем сначала очень простые, чтобы не сказать простенькие, примеры, в которых допущена очевидная логическая ошибка, чтобы потом перейти к реальным случаям, где скрыта *все та же* ошибка, пусть и в подслащенном виде. Мы настаиваем на разнице между корреляцией (событиями, составляющими кажущуюся пару или систематически следующими одно за другим) и причинно-следственной связью. На «доказательствах», эксплуатирующих путаницу между двумя этими понятиями, специализируется множество журналистов и политиков; особенно от них достается экономике. Несмотря на яркую обертку, по смыслу их утверждения зачастую сводятся примерно к таким перлам: «Доказано, что чем больше у ученика размер ноги, тем лучше ему дается арифметика»![1]

Далее мы увидим, насколько нынешняя наука готова поставить под вопрос утверждение, будто «случай не более чем плод нашего неведения». Его считает естественным любой, кто подозревает, что за каждым событием стоит причина — опознанная или нет.

Наконец, мы со всей осторожностью вернемся к понятиям случайности и определенности. Во всяком случае, постараемся показать, что, вопреки расхожему, но ложному представлению, развитие современной науки возродило понятие случайности и в статистической физике, и в теории хаоса, и в квантовой физике, и, возможно, в биологии — особенно в ней.

В приложениях разъясняются — иногда с ненавязчивой помощью математики[2] — некоторые примеры из основного текста.

---

[1] А как же иначе! Он же старше! Не отсюда ли растут ноги у выражения «Он — величина в математике»?

[2] Да, пользоваться математикой сложно, но обойтись без нее порой бывает еще сложнее.

О случайности написано очень много, однако в общей культуре все эти тексты почти не оставили следа. Поэтому данная книга не избавлена от ошибок и не претендует на то, чтобы предлагать по-настоящему новые идеи[1]. Тем не менее, действуя способом, не лишенным, быть может, оригинальности, она берется увязать элементарные и интуитивные идеи с вполне научными знаниями. Последние присутствуют во множестве книг, но редко воспроизводятся во всей полноте в научно-популярных изданиях.

Читать эту книгу можно — и даже желательно — на нескольких уровнях. Жирный шрифт применяется в ней для резюме глав и для выделения ряда важных мыслей, мелкий — для параграфов технического в той или иной степени содержания, которые разрешается (без особого вреда для понимания) пропускать. Ссылки на приложения полезны только читателям, которые уже обладают некоторым багажом знаний и желанием глубже вникнуть в сложные вопросы, затрагиваемые здесь поверхностно.

Рене Кори, Андре Белаиш и Жан-Пьер Дебондер побудили меня внести в текст множество уточнений, за что я им очень признателен. Благодарю также Жана Брикмона, чьи возражения обогатили этот труд, и Жана-Пьера Кагана, не устававшего подбадривать меня и указывать на промахи.

Гийом Лекуэнтр в своем послесловии не только сказал веское слово как теоретик-эволюционист, но и не спасовал перед такой деликатной темой, как классификация «случайностей». Я чрезвычайно обязан ему за этот оригинальный труд.

Николя Павлофф — кстати, профессор физики в Университете Париж-Юг — по-своему проиллюстрировал старую проблему — субъективность вероятностей. Благодарю его за то, что он позволил воспользоваться его талантом рисовальщика, но подчеркиваю, что ответственность за это несет он один. Николя доказывает, что можно быть серьезным, не впадая в тоску.

Не могу не перечислить множество коллег и друзей, обмен мнениями с которыми имел особую ценность: Самюэль

[1] Даже ошибка не служит достаточной гарантией оригинальности: слишком многие ошибки чересчур распространены!

Ализон, Клод Аслангуль, Мишель Бенишу, Ирен Бортен, Жан Буйе, Ксавье Кампи, Доминик Селье, Северин Шовель, Манюэль Комб, Алан Комте, Камиль Фадель, Александр Гази, Андре Гримальди, Мишель Юссон, Тьери Жоликёр, Люсиль Жюльен, Марсель-Франсис Кан, Этьен Клейн, Жан Кривин, Жан-Луи Кривин, Бенжамин Майе, Тьери Мартен, Катрин Самари, Пьер-Виктор Турние, Жак Трейне, Марсель Венерони, Лоик Вакан и Поль Зинн-Жюстен.

Я почерпнул у них массу удачных идей, неудачные же из дружеских побуждений приписываю себе.

В завершение выражаю благодарность Лаборатории теоретической физики и статистических моделей (LPTMS) Университета Париж-Юг и Лаборатории ядерной физики и высоких энергий (LPNHE) Университета Пьера и Мари Кюри за их гостеприимство.

Работая над этим маленьким трактатом, я многому научился. Надеюсь, он кое-чему научит и читателя.

Юбер Кривин.
7 июня 2016 года

В работе над новым изданием мне помогли своими критическими замечаниями Роже Балиан, Эдуард Брезен, Тома Кайето, Оливье Кожи, Изабель Риваль и Эварист Санчес-Паленсия.

Глава 1

Как вычислять вероятности

Скажите на милость! Сорок с лишком лет говорю прозой — и невдомек! Не знаю уж, право, как вас и благодарить за то, что объяснили мне это!

Мольер. Мещанин во дворянстве. Действие II. Явление VI

Ложь бывает трех сортов: ложь, наглая ложь и статистика.

Приписывается Бенджамину Дизраэли[1]

Предвидение способствует эффективности поступка, но, поскольку уверенность в будущем — это редкость (да и стоит дорого), каждый вынужден учиться плавать в море более или менее вероятных событий. Поэтому все мы похожи на месье Журдена: пользуемся вероятностями. Не зная, что говорим прозой, мы можем допускать грамматические ошибки. Ничего не зная о вероятностях, мы подвергаем себя серьезной опасности.

1 Бенджамин Дизраэли — британский государственный деятель (1804–1881).

Вероятность события есть число

Типичный пример случайности — игра в кости. Это подтверждается и этимологией: по-арабски эта игра называется «аль-зар» (произносится «аззар»[1]). На латыни игра в кости — *alea*, от этого слова произошло французское *aléatoire* («случайный, произвольный»). Его синоним *stochastique* восходит к греческому «стохастикос», что значит как раз «догадливый». Красноречивый переход смысла!

Орлянка — игра еще более простая, чем кости, — из одних вероятностей и состоит. Но сама эта простота (наличие всего двух вариантов) может приводить, как нам предстоит увидеть, к ложным умозаключениям.

Подбрасывая монету и не зная, какой стороной она упадет, играющие предполагают, что у орла есть «один шанс из двух», то есть что вероятность падения решкой (либо орлом) равна 50 % — 1/2. Конечно, нет такого простака, который думал бы, что один шанс из двух означает, будто бы, коль скоро выпала решка, в следующий раз непременно выпадет орел. Тем не менее многие после троекратного орла надеются — пусть капельку, — что в следующий раз более вероятна решка[2]. Однако это заблуждение: предыдущие ходы помним мы, игроки, но не монета!

Эту ошибку можно проиллюстрировать следующим экспериментом. В миске лежит одинаковое количество белых и черных шариков. Первый извлеченный оттуда шарик, очевидно, будет черным (или белым) с вероятностью 50 %. Но если шарики не класть обратно в миску, то элементарная арифметика говорит: если потом три раза подряд попадается белый шарик, то, действительно, вероятнее, что в четвертый раз попадется уже черный, так как черных в миске стало больше, чем белых. При игре в орлянку дело обстоит

---

1 «Случай» по-французски — *hazard*, произносится «азар». — *Прим. пер.*

2 Здесь нужна осторожность: если орел выпадает 50 раз подряд, то в 51-й раз выпадет, вероятнее всего, он же, потому что с монетой почти наверняка нахимичили!

по-другому, потому что в ней «запас» орлов и решек неисчерпаем и всегда одинаков.

Игра в орлянку позволяет количественно определить вероятность. Сказать, что вероятность падения решкой составляет 1/2, — это все равно что сказать, что *при очень большом числе бросаний* общее количество решек будет приблизительно равно количеству орлов. Иными словами, частное при делении числа решек (орлов) на общее количество бросков будет близко к 1/2.

Если рассуждать чуть более по-научному, то частное от деления количества раз, когда происходит событие (здесь — падение монеты решкой), на общее количество попыток называется *частотой* и может выражаться в виде *процентов*. Например, если при пяти бросаниях трижды выпадает решка, то частота выпадения решки составляет 3/5 (или 60 %). При небольшом количестве бросаний эта частота сильно колеблется. В целом, если она стабилизируется вокруг некоего значения при существенном росте количества бросаний, то это конечное значение мы и назовем *вероятностью* события. На рис. 1 проиллюстрировано сближение частоты с вероятностью при игре в орлянку.

Таким образом, вероятность события есть число между 0 и 1. Если событие невозможно, то его вероятность нулевая; и она равна 1, если событие происходит обязательно, то есть все ходы выигрышные.

Обратное неверно при бесконечном количестве возможных событий: событие может иметь нулевую вероятность, но оставаться возможным (и, наоборот, иметь вероятность 1, не будучи обязательным). Типичный пример — вероятность получить заранее обозначенное число между 0 и 1; в этом можно убедиться, замечая, что количество благоприятных исходов равно 1, а количество иных вариантов бесконечно, из чего вытекает нулевая вероятность, так как $1/\infty = 0$.

Итак, в принципе вероятность вычисляется как среднее на бесконечной шкале, а это со всей очевидностью неосуществимо. На практике близкое к вероятному значение задается частотой, получаемой при большом количестве попыток. Рассуждаем от обратного: если знать вероятность события, то можно приблизительно вывести его частоту

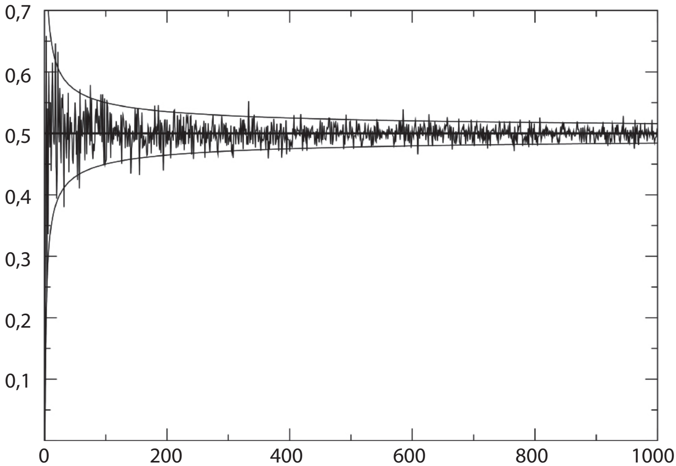

Рис. 1. *По горизонтали: n — количество бросаний монеты (компьютерная модель). По вертикали — частота падения решкой. Две кривые, выше и ниже частот, обрамляют колебания вокруг 0,5. Можно показать, что отклонения от 0,5 оцениваются примерно как* $\frac{1}{\sqrt{n}}$

при наблюдаемой, то есть конечной, повторяемости. Например, при игре в кости вероятность пустого (или любого другого) ребра составляет 1/6. При 1000 бросков можно предсказать, что количество падений определенным ребром составит порядка 1/6 × 1000 = 167[1].

Вероятности и «вероятно» в повседневной жизни

Значение слова «вероятно» в повседневной жизни намеренно размыто; это неудобство, но в то же время и достоинство, позволяющее приспособить данное понятие к любой

[1] Точнее, есть 95 % шансов, что это количество составит от 143 до 191.

ситуации. Например, можно ли одинаково рассматривать вероятность позиции «пусто» при игре в кости и утверждение «вероятно, Ксавье придет»? Первое, при отсутствии у нас сведений о точных (и переменных) условиях бросания и о возможности перевертываний при падении, можно без труда проверять и перепроверять. Вероятность этого события легко поддается измерению. Со вторым утверждением дело априори обстоит иначе, потому что там гораздо большую роль играет степень веры в реальность *одного*, разового события.

И все же не стоит считать, что два этих допущения вероятности разделены Китайской стеной. Фраза «вероятно, Ксавье придет» не содержала бы никакой информации, если бы подразумевала только наличие некоей вероятности прихода Ксавье, так как тогда в ней в равной степени присутствовал бы и тот смысл, что он «вероятно, не придет». Скорее, это просто способ сказать, что вероятность прихода Ксавье велика. Но как определить эту вероятность, заключающуюся, как мы помним, в диапазоне от 0 до 1? Потребовалось бы представить (или вспомнить) множество ситуаций, аналогичных известной нам, и подсчитать количество раз, когда при всех прочих равных условиях — что, кстати, с трудом поддается уточнению — Ксавье все же приходил. Частота его приходов, превышающая 0,5, оправдывала бы употребление слова «вероятно». Если реального опыта нет, то ориентироваться можно на так называемый *мысленный опыт*. Стоит отметить, что его результаты, в отличие от реальных экспериментов, сильно зависят от самих экспериментаторов[1]. Такое обращение к мысленному опыту — это, быть может, единственная возможность расширить наше определение вероятностей, априори относившееся только к повторяемым событиям.

Но внимание! Как, например, выразить в виде цифр утверждение, «вероятно, верное» теоретически или гипотетически? Можно было бы опросить ученых и сравнить их мнения. Однако здесь

---

1 Это не относится к мысленным экспериментам Эйнштейна, подчиняющимся логике.

кроется ловушка. Если пойти этим путем, то представление Птолемея (ложное), будто центром мира является неподвижная Земля, оставалось бы «вероятно, верным» на протяжении 25 веков… То же самое относится к кровопусканию и к промыванию желудка: эти методы практиковались так же долго и считались целительными, хотя прикончили множество больных (существенное исключение — кровопускание в случае острого отека легкого). Дело здесь в путанице между вероятностью признания той или иной теории верной и вероятностью ее подлинной истинности: это далеко не одно и то же. Подлинную истинность, как представляется, гораздо труднее отразить количественно. Как преодолеть субъективность мнения?

Деньги, собираемые букмекерами в виде ставок на результаты спортивных состязаний или выборов, являются, конечно, функцией веры. Стоит ли за ней мысленный опыт, аналогичный тому, который побуждает нас говорить, что Ксавье, «вероятно», опоздает?

Подпустим туману: словари числят слово «вероятно» синонимом «несомненно», что отчасти сближает его с «конечно». В повседневной жизни вероятным считается событие, наступление которого не вызывает удивления.

Эффект Элизабет Тесье

Почему игра в орлянку — неподходящий способ разобраться в вероятностях? Потому что она наводит на мысль, будто орел и решка вероятны в равной степени, поскольку возможностей всего *две*, причем неизвестно, которая выпадет. Выходит, у игрока один шанс из двух! Почему это неверно?

При игре в кости, где у кубика шесть ребер, тоже неизвестно, выпадет ли «пусто», а стало быть, тоже есть две возможности; однако вероятность того, что выпадет «пусто», равна 1/6, а не 1/2!

Многие вроде бы помнят еще со школы, что вероятность равна частному от деления числа благоприятных случаев на число возможных случаев. Но это верно, только если вероятность всех случаев одинакова!