

ЛОГИКА ЧИСЕЛ

1. Который час?

- Куда спешите?
 - К 6-часовому поезду. Сколько минут осталось до отхода?
 - 50 мин назад было вчетверо больше минут после трех.
- Что означает этот странный ответ? Который был час?

2. Как поделить?

Два приятеля варили кашу: один всыпал в котелок 200 г крупы, другой — 300 г. Когда каша была готова и приятели собирались ее есть, к ним присоединился

прохожий и вместе с ними участвовал в еде. Уходя, он оставил им за это 50 копеек.

Как должны приятели поделить между собой полученные деньги?

3. Когда без алгебры проще

Наряду со случаями, когда алгебра оказывает арифметике существенные услуги, бывают и такие, когда вмешательство алгебры вносит лишь ненужное усложнение. Истинное знание математики состоит в умении так распорядиться математическими средствами, чтобы избирать всегда самый прямой и надежный путь, не считаясь с тем, относится ли метод решения задачи к арифметике, алгебре, геометрии и т. п. Полезно будет поэтому рассмотреть случай, когда привлечение алгебры способно лишь запутать решающего. Поучительным примером может служить следующая задача:

Найти наименьшее из всех тех чисел, которые при делении

- на 2 дают в остатке 1,
- на 3 дают в остатке 2,
- на 4 дают в остатке 3,
- на 5 дают в остатке 4,
- на 6 дают в остатке 5,



- на 7 дают в остатке 6,
- на 8 дают в остатке 7,
- на 9 дают в остатке 8.

4. Найти число

Найти число, которое, будучи разделено на 2, дает в остатке 1, при делении на 3 дает в остатке 2, при делении на 4 дает в остатке 3, при делении на 5 дает в остатке 4, при делении на 6 дает в остатке 5, но на 7 это число делится нацело.

5. Вычислить в уме

Подсчитайте в уме, чему равны выражения:

$$\begin{aligned} & 1\,234\,567\,890^2 - 1\,234\,567\,889 \times 1\,234\,567\,891 = ? \\ & 19\,911\,991 \times 199\,219\,921\,992 - 19\,921\,992 \times \\ & \quad \times 199\,119\,911\,991 = ? \end{aligned}$$

6. Без уравнений

Следующие две задачи надо решить с помощью чистых рассуждений, без использования уравнений.

- А.** Если некоторое двузначное число прочесть справа налево, то полученное число будет в 4,5 раза больше исходного. Что это за число?
- Б.** Произведение четырех последовательных целых чисел равно 3024. Найти эти числа.

ПОДСКАЗКА

Признак делимости на 9: целое число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

7. Цена книги

Иванов приобретает все нужные ему книги у знакомого ему книготорговца со скидкой 20%. С 1 января цены всех книг повышены на 20%. Иванов решил, что он будет теперь платить за книги столько, сколько остальные покупатели платили до 1 января. Прав ли он?

8. Цена переплета

Книга в переплете стоит 2 руб. 50 коп. Книга на 2 руб. дороже переплета. Сколько стоит переплет?



9. Плащ, шляпа и галоши

Некто купил плащ, шляпу и галоши и заплатил за все 20 руб. Плащ стоит на 9 руб. больше, чем шляпа, а шляпа и плащ вместе на 16 руб. больше, чем галоши. Сколько стоит каждая вещь в отдельности?

Задачу требуется решить устным счетом, без уравнений.

10. Куриные и утиные яйца

Корзины содержат яйца, в одних корзинах куриные яйца, в других — утиные. Число их 5, 6, 12, 14, 23 и 29. «Если я продам вот эту корзину, — размышляет продавец, — то у меня останется куриных яиц ровно вдвое больше, чем утиных». Какую корзину имел в виду продавец?

11. Сколько было?

Женщина несла для продажи корзину яиц. Встретившийся прохожий по неосторожности так толкнул ее,

14. Бочки

В магазин доставили 6 бочек керосина. На рисунке обозначено, сколько ведер было в каждой бочке. В первый же день нашлось два покупателя; один купил целиком две бочки, другой — три, причем первый купил вдвое меньше керосина, чем второй. Так что не пришлось даже раскупоривать бочки.

Из 6 бочек на складе осталась всего одна. Которая?



15. Пятнадцать фруктовых садов

В графстве Девоншир, славящемся своим сидром, пятнадцать жителей одной деревни были одержимы прекрасным духом дружеского соперничества на почве

разведения яблоневых садов. И несколько лет назад они захотели экспериментально разрешить некоторое расхождение во мнениях относительно того, как следует выращивать яблони. Одни считали, что яблоням требуется много света и воздуха, тогда как другие твердо стояли на том, что их следует сажать достаточно тесно, дабы они получали тень и защиту от холодных ветров. Решено было посадить несколько саженцев — разное число в каждом саду — и сравнить результаты. У одного человека в саду было посажено 1 дерево, у другого — 2 дерева, у третьего — 3, у четвертого — 4 и т. д. У последнего человека в его маленьком саду было посажено 15 деревьев. В прошлом году произошла любопытная вещь. Каждый из этих 15 человек обнаружил, что каждое дерево в его саду принесло одинаковое число яблок. Но, что еще более странно, сравнивая записи, они убедились, что общий урожай в каждом саду оказался почти одинаковым. Если бы человек, у которого было 11 деревьев, отдал 1 яблоко человеку, владевшему 7 деревьями, а владелец 14 деревьев отдал бы по 3 яблока владельцам 9 и 13 деревьев, то у всех 15 человек яблок оказалось бы поровну. Задача состоит в том, чтобы определить, сколько яблок при этом оказалось бы у каждого из садоводов (у всех одинаковое количество). Ответ получить очень легко, если правильно взяться за дело.



16. Расчетливая фермерша

Предприимчивая дама, которая содержит небольшую птицеферму, однажды объясняла нескольким своим ближайшим друзьям, как она распорядилась дневным поступлением яиц. Фермерша сказала, что она повезла в этот день на рынок некоторое количество яиц. Она продала половину из них одному покупателю и дала ему сверх того еще пол-яйца. Затем она продала треть остатка и дала треть яйца сверх того. Далее она продала четверть остатка и отдала сверх того четверть яйца. Наконец, она избавилась от пятой части остатка и дала сверх того пятую часть яйца. После этого все оставшиеся яйца она разделила поровну между своими тринадцатью друзьями. И как ни странно это звучит, при всех этих операциях она не повредила ни одного яйца. Задача состоит в том, чтобы определить наименьшее возможное число яиц, которое расчетливая женщина повезла на рынок. Можете ли вы сказать, сколько их было?

17. Двумя цифрами

Какое наименьшее целое положительное число можете вы написать двумя цифрами?

18. Единица

Выразите 1, употребив все десять цифр.

19. Дешевый сторож


Арендатору большого фруктового сада понадобилось на целые сутки отлучиться как раз в ту пору, когда яблоки спели и представляли наибольший соблазн для любителей полакомиться за чужой счет. Необходимо было нанять на эти сутки сторожа. Скупой арендатор долго выбирал сторожа подешевле, пока не напал на такого, который вовсе не просил денег, а довольствовался уплатой яблоками. Это понравилось арендатору. — Сторожить нужно целые сутки без смены и перерыва, никуда не отлучаясь. Поспать успеете потом, когда отдежурите.

— Хорошо, буду без смены. Но платить вам придется не ровно: за каждый следующий час вдвое больше против предыдущего.

— Это бы можно; но сколько же вы хотите за первый час?

— Уж чего меньше: одно яблоко на первый час дадите, и достаточно. За второй — два яблока положите, и довольно. За третий — четыре, и хватит. За четвертый...





— Ладно, — поспешил согласиться арендатор. — «Если этот чудак так же честен, как нерасчетлив, то я, кажется, сделал выгодное дело: за несколько десятков яблок достал сторожа на целые сутки», — подумал он, уходя. Сторож был нанят, и арендатор спокойно уехал, радуясь тому, что на свете есть люди, не умеющие считать. Когда спустя сутки арендатор возвратился к своему саду, он увидел у ворот телегу, на которую его сторож ссыпал один мешок яблок за другим.

— Это что такое, — накинулся на него арендатор. — Я вас нанимал сторожить, а не грабить. Куда увозите мои яблоки?

— Были ваши, теперь мои, — спокойно ответил сторож. — Забыли, небось, уговор?

— Уговор? Да разве по нашему уговору вам за одни сутки следует яблок целый воз? Считать не умеете...

— И не один воз следует. Сами считать не умеете.

— Не один воз! Что за вздор! Уж не все ли яблоки моего сада?

— Не только вашего. Во всем городе не закупите яблок, чтобы со мной расплатиться. Возов тысячи три понадобится, не меньше.

— Три тысячи возов яблок? За одни сутки? Ничего не понимаю...

А вы, читатель, понимаете? Кто из них считать не умел: сторож или арендатор? А может быть, ни тот ни другой?

20. Четырьмя четверками

Изобразите все целые числа от 1 до 10 с помощью четырех цифр 4.

21. Десятью цифрами

Выразите 100, употребив все десять цифр. Сколькими способами можете вы это сделать? Существует не меньше четырех способов.

22. Четырьмя способами

Четырьмя различными способами выразите 100 пятью одинаковыми цифрами.

23. Дележ верблюдов

Старик, имевший трех сыновей, завещал поделить его стадо верблюдов так, чтобы старший взял половину верблюдов, средний — треть и младший — девятую часть. Старик умер и оставил 17 верблюдов. Сыновья начали дележ, но оказалось, что число 17 не делится ни на 2, ни



на 3, ни на 9. В недоумении братья обратились к мудрецу. Тот приехал на собственном верблюде и разделил стадо по завещанию. Как он это сделал?

24. Четырьмя единицами

Какое самое большое число можете вы написать четырьмя единицами?

25. Миллион изделий

Изделие весит 89,4 г. Сообразите в уме, сколько тонн весит миллион таких изделий.

26. Число 666

Число 666 увеличить в полтора раза, не производя над ним никаких арифметических действий.

27. Сумма натуральных чисел

Найти сумму n первых натуральных чисел.