Оглавление

Глава I. Задания базового уровня сложности

§ 1. Арифметические действия с дробями

Вспомним, как выполняются действия умножения, деления, сложения и вычитания обыкновенных дробей.

Чтобы **перемножить** обыкновенные дроби, надо перемножить их числители и записать результат в числитель, затем перемножить знаменатели и результат записать в знаменатель:

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{10}{11} = \frac{5 \cdot 10}{7 \cdot 11} = \frac{50}{77};$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

На протяжении этого параграфа под словом «дробь» будем понимать обыкновенную дробь. Если числитель и знаменатель дроби делятся на некоторое натуральное число, отличное от единицы, то обычно числитель и знаменатель дроби делят на это число. При этом значение дроби не изменяется, а процедура деления числителя и знаменателя на одно и то же число, отличное от единицы, называется *сокращением дроби*:

$$\frac{55}{77} = \frac{5 \cdot 11}{7 \cdot 11} = \frac{5}{7}.$$

Если числитель и знаменатель дроби умножить на любое натуральное число, то значение дроби также не изменяется. Умножение числителя и знаменателя дроби на одно и то же число необходимо для приведения дробей к общему знаменателю, а также при обращении некоторых обыкновенных дробей в десятичные:

$$\frac{24}{5} = \frac{24 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{48}{10} = 4{,}8;$$

$$\frac{3}{40} = \frac{3 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{75}{1000} = 0{,}075.$$

§ 3. График функции и элементы статистики

3.1. Чтение графиков и диаграмм

Главное при решении подобной задачи — внимательно прочитать условие и вопрос. При поиске ответа на такой вопрос иногда удобно прямо на графике провести недостающие линии, при необходимости дописать пропущенные числа.

117. На графике (см. рис. 1) показано изменение количества выпавших осадков по области в течение месяца. Определите по графику, сколько осадков (в мм) выпало за первые 10 дней месяца.

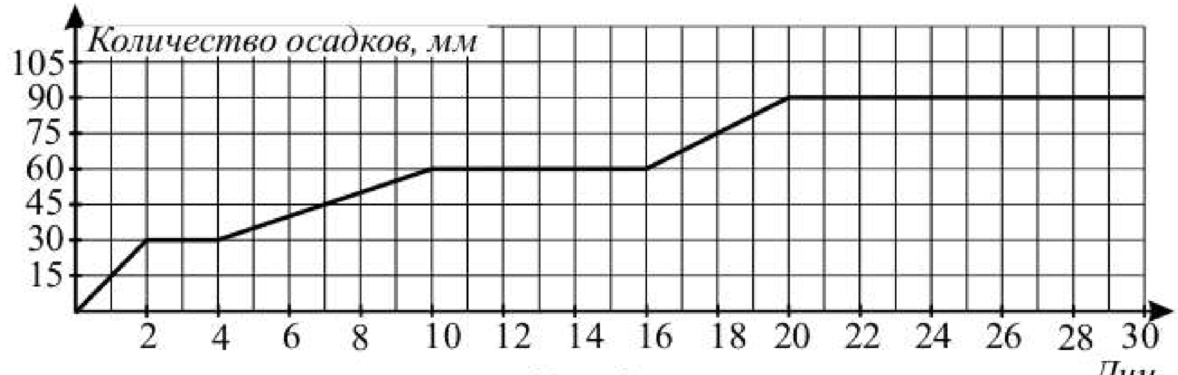

Рис. 1

118. На графике (см. рис. 1) показано изменение количества выпавших осадков по области в течение месяца. Определите по графику, сколько осадков (в мм) выпало за последние 20 дней месяца.

119. На рисунке 2 показана зависимость напряжения в электрической цепи фонарика от времени его работы. По горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, по вертикальной — напряжение в вольтах. Найдите по рисунку, какое напряжение (в вольтах) будет в электрической цепи через 2 часа после начала работы фонарика.

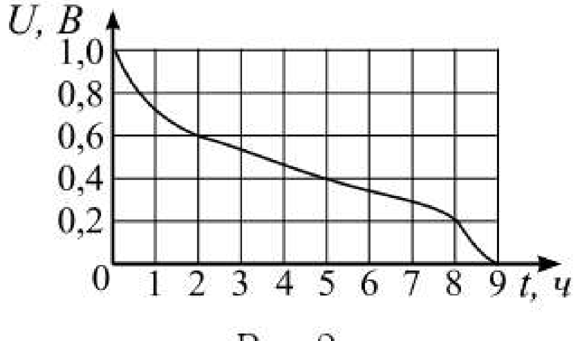

Рис. 2

§ 6. Теория вероятностей

6.1. Классическое определение вероятности

Пусть при проведении испытания (бросании монеты или кубика, вытягивании экзаменационного билета и т. д.) наступает один из n равновозможных исходов. Например, при подбрасывании монеты число всех исходов n равно 2, так как кроме выпадения решки или орла других исходов быть не может. При броске игрального кубика наступает один из 6 исходов, так как на верхней грани кубика равновозможно появление любого из чисел от 1 до 6. Пусть также некоторому событию A благоприятствуют m исходов.

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятных для этого события исходов к общему числу равновозможных исходов. Пишем $P(A) = \dfrac{m}{n}$.

Например, пусть событие A состоит в выпадении нечётного числа очков при бросании кубика. Всего возможны 6 исходов: выпадение на верхней грани кубика 1, 2, 3, 4, 5, 6. При этом благоприятными для события A являются исходы с выпадением 1, 3, 5. Таким образом, $P(A) = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$.

Заметим, что всегда выполняется двойное неравенство $0 \leqslant m \leqslant n$, поэтому вероятность любого события A лежит на отрезке $[0; 1]$, то есть $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$.

$\boxed{\textbf{233.}}$ Карточки с цифрами от 1 до 4 наудачу извлекают из мешка и кладут по порядку. Какова вероятность того, что карточку с цифрой 3 извлекут последней?

234. Пятеро друзей-автолюбителей взяли автомобиль в аренду для путешествия. С помощью жребия они выбирают двоих, которые в первый день будут поочерёдно водителями. Какова вероятность того, что М., входящий в состав группы, будет водителем в первый день путешествия?

235. В сборнике билетов по физике всего 30 билетов, в 6 из них встречается вопрос по механике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по механике.

236. В партии 1050 деталей, из них 630 — типа А, а остальные — типа Б. Какова вероятность того, что наудачу взятая деталь окажется деталью типа Б?

§ 7. Схема Бернулли. Условная и полная вероятности

7.1. Сочетания, размещения, перестановки. Схема Бернулли

Факториалом натурального числа n называется результат произведения $n \cdot (n-1) \ldots 2 \cdot 1$. Факториал числа n обозначается как $n!$. Например, $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$. Заметим, $\dfrac{(n+1)!}{n!} = n+1$.

Перестановкой n элементов называется любой способ расставить их в определённом порядке. Количество перестановок длины n равно $n!$.

Размещением из n элементов по k называют любой выбор k элементов, взятых в определённом порядке из n элементов. Число размещений из n элементов по k обозначают A_n^k. Справедлива формула: $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Сочетанием из n элементов по k называют любой выбор k элементов, взятых из n элементов (без учёта порядка). Число сочетаний из n элементов по k обозначают C_n^k. Справедлива формула: $C_n^k = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$.

Схема Бернулли. Предположим, проводится серия из n идентичных независимых экспериментов. В каждом из них вероятность наступления случайного события A равна p. Тогда вероятность того, что в указанной серии экспериментов событие A наступит ровно k раз ($k \leqslant n$), вычисляется по формуле $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$.

325. В ящике лежат гелевые ручки: 8 синих, 6 красных и 2 зелёных. Надя достаёт случайным образом две ручки. Какова вероятность, что она достанет одну синюю и одну красную ручки?

326. В ящике лежат гелевые ручки: 7 синих, 8 красных и 6 зелёных. Настя достаёт случайным образом две ручки. Какова вероятность, что она достанет одну синюю и одну зелёную ручки?

327. В ящике лежат гелевые ручки: 15 синих, 21 красных и 14 зелёных. Юля достаёт случайным образом две ручки. Какова вероятность, что она достанет одну красную и одну зелёную ручки?

§ 10. Уравнения

10.1. Линейные уравнения

Линейные уравнения — это уравнения вида

$$ax + b = 0,$$

где x — неизвестное число, а буквы a и b обозначают заданные числа.

Если $a = 0$, то либо уравнение не имеет корней (как, например, уравнение $0x + 5 = 0$), либо x может быть любым числом (если $0x + 0 = 0$).

Прибавляя к обеим частям уравнения $ax + b = 0$ число $-b$, получим равносильное уравнение $ax = -b$. При $a \neq 0$ разделим обе части уравнения на a и получим единственный корень этого уравнения:

$$x = (-b) : a.$$

$\boxed{\textbf{441.}}$ Найдите корень уравнения $-5\frac{2}{3}x = 1\frac{5}{12}$.

442. Найдите корень уравнения $-\frac{3}{7}x = -\frac{45}{7}$.

443. Найдите корень уравнения $\frac{3}{22}x = 4\frac{4}{11}$.

444. Найдите корень уравнения $\frac{x}{3} = -5\frac{1}{3}$.

$\boxed{\textbf{445.}}$ Найдите корень уравнения $0{,}2x - 5 = 0$.

446. Найдите корень уравнения $-0{,}4x + 2 = 0$.

447. Найдите корень уравнения $4x + 2{,}5 = 0$.

448. Найдите корень уравнения $-6x - 2{,}7 = 0$.

$\boxed{\textbf{449.}}$ Найдите корень уравнения $2{,}5(x - 2) = 8$.

450. Найдите корень уравнения $3(x + 4) = 4{,}8$.

451. Найдите корень уравнения $2{,}5(x - 2) = 7{,}5x$.

452. Найдите корень уравнения $3{,}2x = 0{,}8(x + 3)$.

§ 11. Преобразования выражений

11.1. Рациональные выражения (дроби)

Вспомним, как производить простейшие вычисления с обыкновенными дробями. Чтобы перемножить дроби, нужно умножить их числители и записать результат в числитель, а потом перемножить знаменатели и результат записать в знаменатель:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc},$$

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 5}{7 \cdot 6} = \frac{25}{42}.$$

Если числитель и знаменатель дроби делятся на одно и то же число, то обычно их делят на него и называют это «сократить дробь»:

$$\frac{20}{30} = \frac{20 : 10}{30 : 10} = \frac{2}{3}.$$

Если дроби смешанные (с выделенной целой частью), то нужно их перевести в обыкновенные (состоящие только из числителя и знаменателя). Для этого целую часть умножают на знаменатель, прибавляют числитель и результат записывают в числитель, а знаменатель оставляют прежним:

$$3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{17}{5},$$

$$3\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{19} = \frac{3 \cdot 5 + 4}{5} \cdot \frac{5}{19} = \frac{19}{5} \cdot \frac{5}{19} = 1.$$

Чтобы разделить число на обыкновенную дробь, нужно в этой дроби поменять местами числитель со знаменателем и умножить число на полученную дробь:

$$\frac{a}{b} : \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd},$$

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{15}.$$

Сложить дроби с разными знаменателями можно двумя способами.

1. Умножить числитель и знаменатель каждой дроби на дополнительные множители так, чтобы новый знаменатель был равен наименьшему общему кратному знаменателей исходных дробей.

§ 16. Логические задачи

16.1. Логические следствия

Рассмотрим и проанализируем примеры некоторых хорошо известных логических следствий:

1. Из того, что два угла являются вертикальными, следует, что эти углы равны.

2. Из того, что натуральное число n делится на шесть, следует, что натуральное число n является чётным.

В каждом из приведённых примеров указывается, что из истинности одного утверждения следует истинность некоторого другого утверждения.

В примере 1 из истинности утверждения «два угла являются вертикальными» следует истинность утверждения «эти углы равны».

Аналогично в примере 2 из истинности утверждения «натуральное число делится на шесть» следует истинность утверждения «натуральное число n является чётным».

При доказательстве этих следствий используются определения, аксиомы и основные законы логики. Наиболее часто используется так называемое правило обращения следствия. Пусть A и B — некоторые утверждения. Тогда утверждение «если A, то B» равносильно утверждению «если не B, то не A».

Так, при обращении рассмотренного выше примера 1 мы получаем утверждение «если два угла не равны, то эти углы не являются вертикальными», а при обращении примера 2 — утверждение «если натуральное число n не является чётным, то натуральное число n не делится на шесть».

733. Когда к дому подъезжает автомобиль, то на доме загорается фонарь. Выберите утверждения, которые верны при приведённом условии.

1) Если на доме не загорается фонарь, то к дому подъезжает автомобиль.
2) Если на доме не загорается фонарь, то к дому не подъезжает автомобиль.
3) Если к дому подъезжает белый автомобиль, то на доме фонарь не загорается.
4) Если к дому подъезжает чёрный автомобиль, то на доме фонарь загорается.

Задания для контроля

Вариант 1

1. Когда учительница русского языка ведёт урок, она отключает свой телефон. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

1) Если учительница разговаривает по телефону, значит, она не ведёт урок.
2) Если учительница ведёт урок русского языка, значит, её телефон не отключён.
3) Если телефон учительницы включён, значит, она ведёт урок.
4) Если учительница проводит на уроке диктант, значит, её телефон выключен.

2. Для школьной столовой были куплены плита, духовой шкаф, набор кастрюль и посудомоечная машина. Известно, что духовой шкаф дороже посудомоечной машины, а набор кастрюль дешевле посудомоечной машины и дешевле плиты. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

1) Духовой шкаф — самая дорогая покупка.
2) Набор кастрюль — самая дешёвая покупка.
3) Плита дешевле посудомоечной машины.
4) Плита и духовой шкаф стоят одинаково.

3. Некоторые альпинисты одного спортивного клуба летом 2016 года поднялись на вершину горы Эльбрус, а некоторые — на красноярские Столбы. Оказалось, что альпинисты, поднявшиеся на вершину горы Эльбрус, не поднимались на красноярские Столбы. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

1) Если альпинист этого спортивного клуба поднялся на вершину горы Эльбрус, то он поднимался и на красноярские Столбы.
2) Каждый альпинист этого спортивного клуба поднимался на красноярские Столбы.
3) Среди альпинистов спортивного клуба, которые поднимались на вершину горы Эльбрус летом 2016 года, есть хотя бы один, который поднимался на красноярские Столбы.
4) Нет ни одного альпиниста в этом клубе, который поднимался летом 2016 года и на вершину горы Эльбрус, и на красноярские Столбы.

4. В бюро работают 15 переводчиков, 9 из которых знают английский язык, 8 — немецкий язык. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

§ 20. Тригонометрия, координаты и векторы

20.1. Тригонометрия в прямоугольном треугольнике

Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC, в котором угол C равен $90°$ (см. рис. 370).

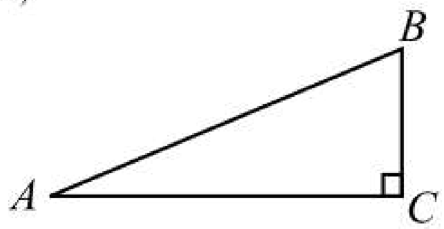

Рис. 370

Стороны BC и AC называются **катетами**, сторона AB, лежащая против угла $90°$, называется **гипотенузой**. Для угла A **прилежащий катет** AC (лежит на стороне угла), **противолежащий катет** BC.

Синусом угла называют отношение противолежащего катета к гипотенузе. Для нашего треугольника $\sin A = \dfrac{BC}{AB}$; $\sin B = \dfrac{AC}{AB}$.

Косинусом угла называют отношение прилежащего катета к гипотенузе. Для нашего треугольника $\cos A = \dfrac{AC}{AB}$; $\cos B = \dfrac{BC}{AB}$.

Обратите внимание, в одном и том же прямоугольном треугольнике синус одного острого угла равен косинусу другого острого угла, т. е. $\sin A = \cos B$, $\sin B = \cos A$.

Тангенсом угла называют отношение противолежащего катета к прилежащему. Для нашего треугольника $\operatorname{tg} A = \dfrac{BC}{AC}$; $\operatorname{tg} B = \dfrac{AC}{BC}$.

Отметим, что $\operatorname{tg} A = \dfrac{\frac{BC}{AB}}{\frac{AC}{AB}} = \dfrac{\sin A}{\cos A}$, аналогично $\operatorname{tg} B = \dfrac{\sin B}{\cos B}$.

Используя определения и теорему Пифагора, можно получить **основное тригонометрическое тождество**:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$$

Оно позволяет найти синус угла, если известен косинус этого угла, и наоборот. А именно, для острого угла $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$; $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$.

$\boxed{\textbf{1005.}}$ Площадь осевого сечения цилиндра равна $\frac{6}{\pi}$ (см. рис. 464). Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

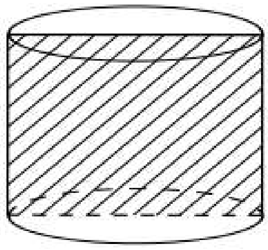

Рис. 464

1006. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 8π (см. рис. 464). Найдите площадь осевого сечения этого цилиндра.

1007. Длина окружности основания цилиндра равна 2. Площадь боковой поверхности равна 14. Найдите высоту цилиндра.

1008. Высота цилиндра равна 2. Площадь боковой поверхности равна 18. Найдите длину окружности основания цилиндра.

22.2. Конус

Объём конуса (см. рис. 465) может быть вычислен по той же формуле, что и объём пирамиды:

$$V = \frac{1}{3}S_{\text{осн.}}h.$$

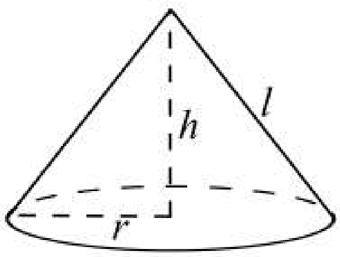

Рис. 465

Если радиус основания конуса равен r, а высота — h, то $S_{\text{осн.}} = \pi r^2$, и объём можно найти по формуле

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

Площади боковой и полной поверхностей конуса вычисляются следующим образом (l — образующая):

$$S_{\text{бок.}} = \pi r l, \quad S_{\text{полн.}} = \pi r(r + l).$$

Глава II. Задания повышенного и высокого уровней сложности

§ 23. Тригонометрические уравнения и отбор корней

Для успешного решения заданий по тригонометрии необходимо знать:

— изображение чисел на единичной окружности;

— связь между числовыми и градусными величинами;

— понятия синуса, косинуса, тангенса и котангенса;

— понятия арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса;

— значения тригонометрических функций от чисел $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ и соответствующих им углов;

— знаки тригонометрических функций в разных четвертях и формулы приведения;

— основные тригонометрические тождества;

— формулы корней простейших тригонометрических уравнений;

— формулы синуса, косинуса и тангенса суммы и разности двух аргументов;

— формулы суммы и разности синусов, косинусов и тангенсов;

— свойства и графики основных тригонометрических функций.

При решении тригонометрических уравнений используются хорошо известные методы — замены переменной и разложения на множители.

При решении комбинированных тригонометрических уравнений используются также определения и свойства основных элементарных функций, входящих в уравнение.

Прежде чем приступать к решению задач по тригонометрии рекомендуем Вам повторить, несколько раз записать и проговорить все упомянутые выше факты, понятия и формулы.

Глава III. Примеры выполнения заданий

1. Смешанную дробь представляем в виде обыкновенной, а затем приводим дроби к общему знаменателю:

$$1\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{7}{5}+\frac{3}{4}=\frac{7\cdot 4+5\cdot 3}{20}=\frac{43}{20}=\frac{43\cdot 5}{20\cdot 5}=\frac{215}{100}=2{,}15.$$

5. Смешанную дробь представляем в виде обыкновенной, а затем пользуемся правилом деления обыкновенных дробей:

$$7\frac{3}{4}:\frac{31}{2}=\frac{31}{4}:\frac{31}{2}=\frac{31}{4}\cdot\frac{2}{31}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=\frac{5}{10}=0{,}5.$$

9. Смешанную дробь представляем в виде обыкновенной, а затем в скобках приводим дроби к общему знаменателю:

$$\left(-5\frac{7}{8}-\frac{3}{4}\right)\cdot 16=\left(-\frac{47}{8}-\frac{3}{4}\right)\cdot 16=\left(-\frac{53}{8}\right)\cdot\frac{16}{1}=-\frac{53\cdot 16}{8}=$$
$$=-53\cdot 2=-106.$$

13. Находим сначала разность дробей в скобках, приводя их к общему знаменателю, а затем применяем правило деления обыкновенных дробей:

$$\left(\frac{5}{8}-\frac{11}{12}\right):\frac{7}{48}=\left(\frac{15}{24}-\frac{22}{24}\right)\cdot\frac{48}{7}=\left(-\frac{7}{24}\right)\cdot\frac{48}{7}=-\frac{7\cdot 48}{24\cdot 7}=-2.$$

17. Применяя формулу разности квадратов, получаем:

$$\left(153^2-117^2\right):270=((153-117)\cdot(153+117)):270=$$
$$=(153-117)\cdot(153+117):270=36\cdot 270:270=36.$$

21. Сначала выполняем умножение десятичных дробей, а затем вычитание:

$$0{,}13\cdot 0{,}5-0{,}04=0{,}065-0{,}04=0{,}025.$$

25. Находим сначала разность в знаменателе, а затем умножаем числитель и знаменатель полученного частного на 10, а потом ещё на 2:

$$\frac{2{,}8}{1{,}7-6{,}7}=\frac{2{,}8}{-5}=-\frac{2{,}8}{5}=-\frac{28}{50}=-\frac{56}{100}=-0{,}56.$$

29. Находим в столбик или в уме: $1{,}072+3{,}228=4{,}3$.

Далее делимое, являющееся десятичной дробью, запишем в виде обыкновенной дроби: $4{,}3:\frac{43}{5}=4{,}3\cdot\frac{5}{43}=\frac{43}{10}\cdot\frac{5}{43}=0{,}5.$

Ответы к тренировочным заданиям

§ 1. Арифметические действия с дробями

1. 2,15. **2.** 0,85. **3.** 2. **4.** −2. **5.** 0,5. **6.** 4. **7.** 0,75. **8.** 5,6. **9.** −106. **10.** 70. **11.** 15,5. **12.** 26. **13.** −2. **14.** −1,15. **15.** −0,25. **16.** 7,25. **17.** 36. **18.** 12. **19.** 200. **20.** 100. **21.** 0,025. **22.** 0,105. **23.** −1,962. **24.** −2,969. **25.** −0,56. **26.** 0,64. **27.** 0,285. **28.** −1,175. **29.** 0,5. **30.** 0,5. **31.** 0,5. **32.** 11,6. **33.** 2. **34.** 2. **35.** 0,2. **36.** 0,2. **37.** 14. **38.** 24. **39.** −30,75. **40.** 49,5.

§ 2. Простые текстовые задачи

41. 7. **42.** 4. **43.** 13. **44.** 6. **45.** 12. **46.** 8. **47.** 10. **48.** 11. **49.** 15. **50.** 11. **51.** 10. **52.** 12. **53.** 7. **54.** 13. **55.** 10. **56.** 6. **57.** 11. **58.** 11. **59.** 5. **60.** 7. **61.** 33. **62.** 20. **63.** 17. **64.** 12. **65.** 5. **66.** 6. **67.** 13. **68.** 8. **69.** 9. **70.** 13. **71.** 4. **72.** 5. **73.** 76. **74.** 122. **75.** 52,08. **76.** 96,6. **77.** 20. **78.** 18. **79.** 17. **80.** 11. **81.** 868. **82.** 348,8. **83.** 24. **84.** 22. **85.** 56. **86.** 272. **87.** 875. **88.** 625. **89.** 594,3. **90.** 182,7. **91.** 1931,8. **92.** 4282,2. **93.** 1378. **94.** 20. **95.** 25. **96.** 175. **97.** 74 520. **98.** 61 200. **99.** 144 000. **100.** 21 000. **101.** 2730. **102.** 2 850. **103.** 18 170. **104.** 1 625. **105.** 12. **106.** 8. **107.** 27. **108.** 12. **109.** 13. **110.** 22. **111.** 5. **112.** 23. **113.** 2240. **114.** 4025. **115.** 9 500. **116.** 22 500.

§ 3. График функции и элементы статистики

117. 60. **118.** 30. **119.** 0,6. **120.** 12. **121.** 400. **122.** 31,5. **123.** 48. **124.** 30. **125.** 14. **126.** 3. **127.** 45,5. **128.** 14. **129.** 11. **130.** 2. **131.** 16. **132.** 40. **133.** 7. **134.** 4. **135.** 4. **136.** 5. **137.** 4132. **138.** 3142. **139.** 4312. **140.** 2143. **141.** 4123. **142.** 3124. **143.** 4123. **144.** 3214.

§ 4. Выбор наилучшего варианта

145. 3740. **146.** 3600. **147.** 8750. **148.** 74 500. **149.** 1832,6. **150.** 4131. **151.** 2124. **152.** 22 528. **153.** 21 260. **154.** 9750. **155.** 2855. **156.** 2950. **157.** 2,9. **158.** 1,6. **159.** 2,8. **160.** 2,4. **161.** 185. **162.** 710. **163.** 250. **164.** 495. **165.** 65. **166.** 38. **167.** 120. **168.** 105. **169.** 71. **170.** 75. **171.** 28. **172.** 62,11. **173.** 10 750. **174.** 20 451,6. **175.** 20 811. **176.** 205 200. **177.** 627. **178.** 1428. **179.** 840. **180.** 1060. **181.** 249. **182.** 389. **183.** 6 или 8. **184.** 4 или 5. **185.** 234 и 345. **186.** 135. **187.** 156. **188.** 156.