

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Введение</i>	7
---------------------------	---

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

Модуль «Алгебра»

Тема 1. Числа и выражения. Преобразование выражений	11
1.1. Делимость натуральных чисел.	11
Теоретические сведения	11
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	13
Задания для самостоятельного решения	19
1.2. Приближенные значения.	23
Теоретические сведения	23
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	24
Задания для самостоятельного решения	26
1.3. Степень с целым показателем	31
Теоретические сведения	31
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	32
Задания для самостоятельного решения	35
1.4. Квадратный корень. Корень третьей степени	39
Теоретические сведения	39
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	40
Задания для самостоятельного решения.	45

1.5. Выражения и преобразования	48
Теоретические сведения	49
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	49
Задания для самостоятельного решения	55
Тема 2. Уравнения	62
Теоретические сведения	62
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	63
Задания для самостоятельного решения	71
Тема 3. Системы уравнений	73
Теоретические сведения	74
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	74
Задания для самостоятельного решения	80
Тема 4. Неравенства	87
Теоретические сведения	87
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	88
Задания для самостоятельного решения	94
Тема 5. Прямоугольная система координат на плоскости	97
5.1. Уравнения прямой, параболы и гиперболы	97
Теоретические сведения	98
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	100
Задания для самостоятельного решения	104
5.2. Уравнение окружности	109
Теоретические сведения	109
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	109
Задания для самостоятельного решения	111
Тема 6. Функции	115
Теоретические сведения	115
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	119
Задания для самостоятельного решения	128

Тема 7. Арифметическая и геометрическая прогрессии	132
Теоретические сведения	133
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	134
Задания для самостоятельной работы	140
Тема 8. Текстовые задачи части 1	143
Задания для активного обучения	143
Задания для самостоятельного решения	148
Тема 9. Текстовые задачи части 2	155
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	155
Задания для самостоятельного решения	159
Тема 10. Элементы теории вероятностей	162
10.1. Классическое определение вероятности	162
Теоретические сведения	162
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	163
Задания для самостоятельного решения	164
10.2. Теоремы сложения и умножения вероятностей.	166
Теоретические сведения	166
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	167
Задания для самостоятельного решения	171
Тема 11. Элементы статистики	172
Теоретические сведения	172
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	173
Задания для самостоятельного решения	175
Модуль «Геометрия»	
Тема 12. Планиметрия	178
Теоретические сведения	178
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	181
Задания для самостоятельного решения	197

Указания	207
Числа и выражения. Преобразование выражений	207
Системы уравнений	214
Неравенства	215
Прямоугольная система координат на плоскости . .	216
Функции.	216
Арифметическая и геометрическая прогрессии . . .	217
 Ответы	 219

Основные сведения об основном государственном экзамене по математике

На выполнение государственной экзаменационной работы по математике отводится 235 минут (3 часа 55 минут).

Экзаменационная работа включает 25 заданий и состоит из двух частей.

Первая часть включает 19 заданий с кратким ответом, вторая часть — 6 заданий с развернутым ответом. За каждое верное решение задания первой части можно получить один балл, всего за первую часть экзаменационной работы — максимально 19 баллов. Ответы к заданиям нужно вносить в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания.

В этой части работы предлагаются задания нескольких типов:

- задания, в которых требуется выбрать из нескольких предложенных ответов один верный;
- задания с кратким ответом;
- задания на сопоставление, в которых требуется соотнести пары объектов;
- задания на выбор верного (неверного) утверждения из нескольких предложенных.

Приведем примеры оформления ответов заданий разных типов из первой части работы.

1. Найдите значение выражения $\frac{m^3\sqrt{7}}{7}$ при $m = -\sqrt{7}$

Ответ: -7 .

2. Соотнесите дроби, которые выражают доли некоторой величины, и соответствующие им проценты.

А. $\frac{1}{5}$ Б. $\frac{1}{4}$ В. $\frac{1}{2}$ Г. $\frac{1}{25}$

- 1) 4% 2) 50% 3) 20% 4) 25%

Ответ:

А	Б	В	Г
3	4	2	1

3. Укажите номера верных утверждений.

1. Параллелограмм можно вписать в окружность.
2. Диаметр — большая из хорд окружности.
3. Существует треугольник с углами 40° , 25° и 115° .

Ответ: 23.

Во второй части экзаменационной работы 6 заданий. За задания № 20—25 можно получить от 0 до 2 баллов. Всего за вторую часть работы — максимально 12 баллов. Здесь требуется представить полное решение в бланке ответов № 2.

Для подсчета баллов учащегося складывают количество баллов, полученных за первую и вторую части работы. Таким образом, максимально учащийся может получить за работу 31 балл.

Для успешной сдачи экзамена достаточно набрать 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии.

В справочных материалах, которые раздаются вместе с экзаменационной работой, содержатся математические формулы и таблицы квадратов двузначных чисел. Другими справочными материалами, а также калькуляторами пользоваться запрещается.

Рекомендации по подготовке к экзамену с помощью пособия

Наиболее эффективно работу по подготовке к экзамену по алгебре можно построить по следующему плану:

1. Ознакомиться со структурой экзаменационной работы.
2. Изучив (или повторив) теоретический материал первой темы основных вопросов содержания «Числа и выражения. Преобразование выражений», разобрать коммента-

рии по решению типовых заданий этой темы и решить последовательно все предложенные задания.

3. Сравнить полученные ответы с ответами, приведенными в конце пособия. Обязательно разобраться с причинами появления ошибок (если такие будут), при необходимости повторив теоретический материал или воспользовавшись указаниями к решению задач, которые предложены в разделе «Указания».

4. Работая так и дальше, последовательно переходить от одной темы к другой, от одного раздела к другому. Стараться запоминать основные приемы решения заданий.

5. Решать подготовительные варианты к экзамену или варианты экзамена по математике прошлых лет, которые можно найти в литературе.

В случае ошибок в ответах или незнания способа выполнения какого-то задания повторить соответствующий теоретический вопрос по данному пособию и вернуться к решаемому варианту.

Рекомендации по поведению на экзамене

Во время проведения экзамена старайтесь не волноваться. Чем быстрее у вас получится сосредоточиться на решении заданий, тем скорее вы вспомните необходимые математические факты и приемы решения типовых заданий, а также поймете, что подготовка к экзамену на уроках в школе и с помощью данного пособия не прошла даром и вы можете многое решить. Однако все же не стоит забывать о самопроверке.

И еще, внимательно читайте *условие* и *требование* выполняемого задания. В заданиях первой части работы оценивается *только ответ на поставленный вопрос!*

Перед тем как приступить к выполнению заданий, просмотрите всю первую часть предложенной вам работы. Далее, не теряя времени, начинайте выполнять одно за другим задания первой части. Если какое-то задание вызвало затруднения, оставьте его и переходите к решению следующего. К пропущенным заданиям можно будет вернуться позже. Рекомендуем проверять себя после выполнения

каждого задания, а также после выполнения заданий каждой части. Рекомендации по выполнению второй части работы такие же, как и для первой части, однако здесь еще следует следить за правильностью оформления решенных заданий. Очевидно, что надо стараться решить большее количество заданий, причем правильно. Перед тем как сдать работу, еще раз проверьте правильность заполнения бланка ответов, не осталось ли нерешенным какое-то задание.

Желаем успешной сдачи экзамена!

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

Модуль «Алгебра»

Тема 1. ЧИСЛА И ВЫРАЖЕНИЯ. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

При выполнении заданий по преобразованию выражений используются различные свойства степени и арифметического квадратного корня. Вычисления и преобразования требуют повышенной концентрации внимания.

В первой части экзаменационной работы обычно требуется выполнить одно или два действия для получения результата по преобразованию целых и дробных выражений. Во второй части — преобразования многошаговые, причем часто приходится применять различные методы разложения выражений на множители.

1.1. Делимость натуральных чисел

При выполнении заданий на делимость натуральных чисел используются различные свойства делимости, определение и свойства наибольшего общего делимого и наименьшего общего кратного двух чисел, а также признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Определение. Натуральное число a делится на натуральное число b , если существует натуральное число n , такое, что $a = bn$ (например, 32 делится на 4, так как $32 = 4 \cdot 8$).

Определение. Простым числом называется такое натуральное число, которое имеет только два натуральных делителя: 1 и само это число (например, число 7 делится только на 1 и на 7, поэтому 7 — простое число).

Определение. Составным числом называется такое натуральное число, которое имеет более двух натуральных делителей (например, число 8 делится на 1, на 2, на 4 и на 8, поэтому 8 — составное число).

Любое составное натуральное число можно разложить на простые множители, и причем только одним способом.

Способы, при которых произведения отличаются только порядком множителей, считаются за один способ.

Свойства делимости

Если в сумме натуральных чисел каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма делится на это число (например, сумма чисел $12 + 24 + 36$ делится на 12, так как каждое слагаемое суммы делится на 12).

Если в произведении натуральных чисел один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число (например, произведение чисел $12 \cdot 13 \cdot 14$ делится на 6, так как один из множителей — 12 делится на 6).

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10

Число делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается четной цифрой (цифры 0, 2, 4, 6, 8 — четные; цифры 1, 3, 5, 7, 9 — нечетные; число 14 делится на 2, так как оканчивается цифрой 4).

Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 (например, число 84 делится на 3, так как сумма его цифр — $8 + 4 = 12$ делится на 3).

Число делится на 5 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0 или 5 (например, число 45 делится на 5, так как оканчивается цифрой 5).

Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9 (например, число 198 делится на 9, так как сумма его цифр — $1 + 9 + 8 = 18$ делится на 9).

Число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0 (например, число 60 делится на 10, так как оканчивается цифрой 0).

Определение. Остатком от деления натурального числа a на натуральное число b называется такое натуральное число r , что разность $a - r$ делится на b , и $0 \leq r < b$.

Т.е. число a можно представить в виде $a = bn + r$, где n — некоторое натуральное число, а r — остаток (число n называют частным; например, число 17 можно представить следующим образом: $17 = 5 \cdot 3 + 2$, т.е. при делении на 5 число 17 дает остаток 2, а число 3 будет при этом частным).

Определение. Если натуральное число a делится на натуральное число b , то число b называют делителем числа a , а число a — кратным числа b (например, число 5 — делитель числа 45, а число 45 — кратное числа 5).

Определение. Пусть a и b натуральные числа. Число d называют общим делителем для a и b , если оно является делителем и для a , и для b (например, число 2 — делитель числа 12 и делитель числа 6, поэтому число 2 является общим делителем чисел 12 и 6).

Среди делителей чисел есть наибольший, который называют наибольшим общим делителем чисел a и b , и обозначают НОД ($a; b$) (например, НОД (12; 6) = 6).

Определение. Пусть a и b натуральные числа. Число k называют общим кратным для a и b , если оно кратно и a , и b (например, число 45 делится на 5 и на 3, поэтому является общим кратным чисел 5 и 3).

Среди общих кратных есть наименьший, который называют наименьшим общим кратным чисел a и b , и обозначают НОК ($a; b$) (например, НОК (3; 5) = 15).

ЗАДАНИЯ ДЛЯ АКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

(с комментариями, решениями, ответами)

Делители и кратные числа

Задание 1. Выберите из чисел 4, 6, 8, 10, 12 делители 20.

Решение.

Число 20 делится на 4 и на 10 и не делится на 6, 8, 12, поэтому только числа 4 и 10 являются делителями числа 20.

Ответ: 4, 10.

Задание 2. Выберите из чисел 4, 6, 8, 10, 12 кратные 4.

Решение.

Из указанных чисел на 4 делятся 4, 8, 12 и не делятся 6 и 10, поэтому только числа 4, 8 и 12 являются кратными 4.

Ответ: 4, 8, 12.

Задание 3. Докажите, что сумма $2^6 + 4^4 + 8^3$ делится на 13.

Решение.

Представим каждое слагаемое исходной суммы в виде степени 2: $4 = 2^2$, $8 = 2^3$.

$$2^6 + 4^4 + 8^3 = 2^6 + (2^2)^4 + (2^3)^3 = 2^6 + 2^8 + 2^9.$$

Вынесем общий множитель 2^6 за скобки.

$$2^6 + 2^8 + 2^9 = 2^6(1 + 2^2 + 2^3) = 2^6 \cdot 13.$$

По свойствам делимости мы получили, что делителем $2^6 + 4^4 + 8^3$ является число 13, значит, сумма $2^6 + 4^4 + 8^3$ делится на 13.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10

Задание 4. Укажите число, которое делится на 3.

1) 314

2) 315

3) 316

4) 317

Решение.

Применим к этим числам признак делимости на 3. Для этого вычислим сумму цифр в записи каждого из этих чисел.

314 — сумма цифр $3 + 1 + 4 = 8$ не делится на 3.

315 — сумма цифр $3 + 1 + 5 = 9$ делится на 3.

316 — сумма цифр $3 + 1 + 6 = 10$ не делится на 3.

317 — сумма цифр $3 + 1 + 7 = 11$ не делится на 3.

Итак, только у одного числа 315 сумма цифр делится на 3, значит, по признаку делимости на 3 и само число 315 делится на 3.

Ответ: 2.

Задание 5. Какую цифру надо поставить вместо *, чтобы число 123^* делилось на 2?

Решение.

Число 123^* делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается четной цифрой, значит, вместо * можно поставить четные цифры: 0, 2, 4, 6, 8.

Ответ: 0, 2, 4, 6, 8.

Задание 6. Найдите последнюю цифру числа $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$.

Решение.

Число $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$ делится на 2 и на 5, значит, оно делится и на 10. Поэтому его последняя цифра равна 0.

Ответ: 0.

Деление с остатком

Задание 7. Остаток от деления числа 123 на 8 равен:

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 7

Решение.

Выполним деление уголком.

$$\begin{array}{r} 123 \overline{)8} \\ - 8 \quad \overline{)15} \\ \quad 43 \\ - 40 \\ \quad \quad 3 \end{array}$$

Остаток от деления числа 123 на 8 равен 3.

Ответ: 3.

Задание 8. Найдите последнюю цифру числа 2^{2010} .

Решение.

Возводить в степень число 2 долго, поэтому исследуем вопрос о том, какими цифрами могут оканчиваться степени числа 2.

Рассмотрим последовательные натуральные степени числа 2.

$$\begin{array}{llll} 2^1 = 2 & 2^2 = 4 & 2^3 = 8 & 2^4 = 16 \\ 2^5 = 32 & 2^6 = 64 & 2^7 = 128 & 2^8 = 256 \\ 2^9 = 512 & 2^{10} = 1024 & \dots & \end{array}$$

Заметим, что если показатель степени 2 при делении на 4 дает остаток 1 (1, 5, 9, ...), то последняя цифра в записи числа равна 2.

Если показатель степени 2 при делении на 4 дает остаток 2 (2, 6, 10, ...), то последняя цифра в записи числа равна 4.

Если показатель степени 2 при делении на 4 дает остаток 3 (3, 7, ...), то последняя цифра — 8.

Если показатель степени 2 делится на 4 (1, 5, ...), то последняя цифра — 6.

Рассмотрим число 2010.

$$2010 = 2008 + 2 = 4 \cdot 502 + 2.$$

Значит, последняя цифра в записи числа 2^{2010} равна 4.

Ответ: 4.

Задача 9. Остаток от деления некоторого натурального числа на 25 равен 7. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

Решение.

Если остаток от деления некоторого натурального числа x на 25 равен 7, то само число можно записать в виде $x = 25n + 7$, где n — некоторое натуральное число.

Так как надо найти остаток от деления исходного числа на 5, преобразуем это число следующим образом: $25n + 7 = 25n + 5 + 2 = 5(5n + 1) + 2$, где $5n + 1$ — некоторое натуральное число, значит остаток от деления исходного числа на 5 равен 2.

Ответ: 2.

Замечание: число $x = 25n + 7$ можно представить в виде $x = 5 \cdot 5n + 7$, где $5n$ — некоторое натуральное число, но число 7 не будет остатком от деления числа x на 5, так как $7 > 5$ (см. определение остатка от деления).

Задание 10. Остаток от деления некоторого натурального числа на 5 равен 2. Найдите остаток от деления этого числа на 25.

Решение.

Если остаток от деления некоторого натурального числа x на 5 равен 2, то его можно записать в виде $x = 5n + 2$, где n — некоторое натуральное число.

Число n неизвестно, поэтому следует рассмотреть все случаи при делении числа n на 5: число n делится на 5; число n дает в остатке от деления на 5 числа 1, 2, 3, 4.

Если число n делится на 5, то его можно представить в виде $n = 5m$, где m — некоторое натуральное число. И исходное число имеет вид $x = 5 \cdot 5m + 2 = 25m + 2$, тогда остаток от деления его на 25 равен 2.

Если число n при делении на 5 дает остаток 1, то его можно представить в виде $n = 5m + 1$. И исходное число имеет вид $x = 5 \cdot (5m + 1) + 2 = 25m + 7$, тогда остаток от деления его на 25 равен 7.

Если число n при делении на 5 дает остаток 2, то его можно представить в виде $n = 5m + 2$. И исходное число имеет вид $x = 5 \cdot (5m + 2) + 2 = 25m + 12$, тогда остаток от деления его на 25 равен 12.

Рассуждая аналогично, понимаем, что исходное число при делении на 25 может давать остатки 17 и 22.

Ответ: 2, 7, 12, 17, 22.

Простые числа. Разложение натурального числа на простые множители

При разложении натуральных чисел на простые множители используют признаки делимости.

Задание 11. Разложите на простые множители число 720.

Решение.

Сначала определим, на какие простые числа делится 720.

1) так как число 720 оканчивается четным числом 0, то 720 делится на 2;

- 2) так как 720 оканчивается числом 0, то делится на 5;
 3) так как сумма цифр числа 720 равна $7 + 2 + 0 = 9$, то делится на 3.

Удобно разложение на простые множители записывать столбиком: делитель располагается справа от вертикальной черты, а частное записывается под делимым.

$$\begin{array}{r|l}
 720 & 2 \\
 360 & 2 \\
 180 & 2 \\
 90 & 2 \\
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

Итак, мы получили, что $720 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

Ответ: $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$.

Наименьшее общее кратное, наибольший общий делитель

Задача 12. Наибольший общий делитель чисел $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ равен

- 1) 5 2) $2 \cdot 3 \cdot 5$ 3) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ 4) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

Решение.

В разложении числа a на простые множители число 2 входит в третьей степени, а в разложении числа b на простые множители число 2 входит в первой степени, значит, в разложении на простые множители наибольшего общего делителя чисел a и b число 2 должно присутствовать в меньшей степени, т.е. в первой степени.

Аналогично можно получить, что в разложении на простые множители наибольшего общего делителя для a и b число 3 должно присутствовать в первой степени, а число 5 — во второй.

Поэтому НОД $(a; b) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$.

Ответ: 4.

Задание 13. Найдите наименьшее общее кратное чисел 420 и 270.

Решение.

Разложим каждое из данных чисел на простые множители.

420	2	270	2
210	2	135	3
105	3	45	3
35	5	15	3
7	7	5	5
1		1	

В разложении числа 420 на простые множители число 2 входит во второй степени, а в разложении числа 270 на простые множители число 2 входит в первой степени, значит, *в разложении на простые множители наименьшего общего кратного число 2 должно присутствовать в большей степени, т.е. во второй степени.*

Аналогично рассматривая степени чисел 3, 5 и 7, можно получить, что в разложении на простые множители наибольшего общего делителя чисел 420 и 270 число 3 должно присутствовать в третьей степени, а числа 5 и 7 — в первой.

Поэтому $\text{НОК}(420; 270) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 3780$.

О т в е т: $\text{НОК}(420; 270) = 3780$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Часть 1

1. Какое из чисел является делителем 36?

1) 8	2) 12	3) 24	4) 72
------	-------	-------	-------
2. Какое из чисел **не является** делителем 50?

1) 5	2) 10	3) 20	4) 50
------	-------	-------	-------
3. Какое из чисел является кратным 36?

1) 9	2) 18	3) 48	4) 72
------	-------	-------	-------
4. Какое из чисел является делителем 36 и кратным 6?

1) 24	2) 12	3) 9	4) 72
-------	-------	------	-------

Часть 2

17. Докажите, что сумма $2^5 + 4^3 + 8^3$ делится на 19.
18. Докажите, что $\frac{1}{3} \cdot 9^4 - 81 - 3^6$ делится на 17.
19. Найдите последнюю цифру числа $11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15$.
20. Разложите на простые множители число 360.
21. Разложите на простые множители число 792.
22. Найдите наименьшее общее кратное чисел 180 и 270.
23. Найдите наибольший общий делитель чисел 180 и 270.
24. Найдите наименьшее общее кратное чисел 168 и 450.
25. Найдите наибольший общий делитель чисел 168 и 450.
26. Сократите дробь $\frac{660}{924}$.
27. Сократите дробь $\frac{462}{990}$.
28. Какие простые числа являются решениями неравенства $18 < x < 27$?
29. Сколькими способами можно разложить на два натуральных множителя число 12? Способы, при которых произведения отличаются только порядком множителей, считаются за один способ.
30. Найдите последнюю цифру числа 3^{100} .
31. Остаток от деления некоторого натурального числа на 16 равен 9. Найдите остаток от деления этого числа на 4.
32. Остаток от деления некоторого натурального числа на 4 равен 1. Найдите остаток от деления этого числа на 16.
33. При делении на 12 число a дает остаток 7. Какой остаток получится при делении на 12 числа $a^2 - 2a + 5$?
34. При делении на 5 одно целое число дает остаток 2, а другое — остаток 4. Найдите остаток от деления на 5 суммы этих чисел.
35. При делении на 5 одно целое число дает остаток 2, а другое — остаток 4. Найдите остаток от деления на 5 произведения этих чисел.

36. Сколько натуральных делителей имеет число $5^5 - 25^2 + 125^2$?
37. Найдите все четырехзначные числа, в записи которых входят только цифры 1, 2 и которые делятся и на 2, и на 3.
38. Какую цифру надо приписать к числу 14 слева и справа, чтобы получилось число, делящееся на 3?
39. Вдоль дороги от деревни Видное поставили столбы через каждые 48 метров. Эти столбы решили заменить другими, поставив их на расстоянии 60 метров друг от друга. Найдите расстояние от деревни Видное до ближайшего столба, который будет стоять на месте старого. Ответ дайте в метрах.
40. Пакет сока стоит 19 р. 50 к. Какое наибольшее число таких пакетов можно купить на 220 р.?
41. Для учащихся третьего класса приготовили одинаковые подарки. Во всех подарках было 120 блокнотов, 280 ручек и 320 карандашей. Сколько учащихся в классе, если известно, что их больше 30 человек?
42. На уроке ученики за работу в команде получили оценки «4» и «5». Капитан подсчитал, что средний балл при этом в команде оказался равен $4\frac{6}{7}$. Какое минимальное число учеников могло быть в команде?
43. Учитель за работу в группе поставил учащимся оценки от «3» до «5». Ученик подсчитал, что средний балл при этом в группе оказался равен 4,25. Какое минимальное число учеников могло быть в команде?
44. В вершинах правильного восьмиугольника в некотором порядке написали числа от 1 до 8: а) Может ли наибольший общий делитель двух соседних чисел быть равным 1? б) Может получиться так, что все наибольшие делители двух соседних чисел будут попарно различными? в) Какое наибольшее количество попарно различных общих делителей могло при этом получиться?
45. В вершинах правильного десятиугольника в некотором порядке написали числа от 1 до 10: а) Может ли наи-

- больший общий делитель двух соседних чисел быть равным 1? б) Может получиться так, что все наибольшие делители двух соседних чисел будут попарно различны? в) Какое наибольшее количество попарно различных общих делителей могло при этом получиться?
46. Дано двузначное натуральное число. а) Может ли частное числа и суммы его цифр быть равным 10? б) Может ли частное числа и суммы его цифр быть равным 11? в) Может ли частное числа и суммы его цифр быть равным 7? г) Может ли частное числа и суммы его цифр быть равным 1? д) Какое наименьшее и наибольшее натуральное значение может иметь частное двузначного числа и суммы его цифр?
47. Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и всевозможные суммы (по два, по три и т.д.) записываются в порядке неубывания. Например, если задумано $-1, 2, 3$, то на доске будет набор: $-1, 1, 2, 2, 3, 4, 5$. а) Какие задуманы числа, если на доске написан набор $-3, 1, 4$? б) Какие задуманы числа, если на доске написан набор $-2, -1, 1, 1, 2, 3, 4$?
48. Ученик задумал два натуральных числа, но потом забыл задуманные числа. Он точно помнит, что их сумма равна 24 и разность больше 3 и меньше 7. Какие числа задумал ученик? Найдите все варианты и докажете, что других вариантов нет.
49. Ученик задумал два натуральных числа, но потом забыл задуманные числа. Он точно помнит, что их сумма равна 24 и произведение больше 135, но меньше 145. Какие числа задумал ученик? Найдите все варианты и докажете, что других вариантов нет.

1.2. Приближенные значения

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При измерении различных величин (масса, температура, скорость и т. д.) и при округлении чисел используют приближенные значения. Например, длину рейки 2,201 м

можно заменить приближенным значением длины — 2,2 м (конечно, если такая точность допускается).

Правило округления десятичных дробей

Для округления десятичной дроби до какого-нибудь заданного разряда нужно знать, какая цифра следует за этим разрядом:

— если за разрядом следует любая из цифр 0, 1, 2, 3 или 4, — то все цифры, следующие за разрядом, отбрасывают (например, округляя до сотых число 5,7432, получим 5,74);

— если за разрядом следует любая из цифр: 5, 6, 7, 8 или 9, — то цифра разряда увеличивается на единицу, а все следующие за ней цифры отбрасываются (например, округляя до сотых число 5,7463, получим 5,75).

Абсолютная погрешность приближенного значения

Модуль разности между точным (x) и приближенным значением (a) некоторого числа называется абсолютной погрешностью (h) приближенного значения числа, т.е.

$$|x - a| = h.$$

Например, если длина рейки 2,201 м, а ее приближенное значение — 2,2 м, то $|2,201 - 2,2| = 0,001$ — абсолютная погрешность.

Задавая абсолютную погрешность измерения h (точность измерения) некоторого приближенного значения a , точное значение измеряемой величины (x) будет находиться между $a - h$ и $a + h$, т.е. $a - h \leq x \leq a + h$. Это неравенство можно записать в виде $x = a \pm h$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ АКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

(с комментариями, решениями, ответами)

Округление натуральных чисел и десятичных дробей

Задание 1. В одной столовой ложке — 25 г риса, а в один стакан входит 235 г риса. Сколько целых ложек риса помещается в одном стакане?

Решение.

1-й способ. В 10 ложках риса содержится $10 \cdot 25 = 250$ г риса. Этого много для одного стакана. Если возьмем 9 ложек риса, то получим $9 \cdot 25 = 225$ г риса, значит, в одном стакане помещается 9 целых ложек риса.

2-й способ. В один стакан входит $235 : 25 = 9,4$ ложек риса. Получаем, что в один стакан входит 9 целых ложек риса.

Ответ: 9 ложек.

Задание 2. Округлите число 7,8157.

- а) до десятых
- б) до сотых
- в) до тысячных
- г) до целых

Решение.

а) У десятичной дроби 7,8157 в следующем разряде после **десятых** стоит цифра 1, значит, оставим цифру десятых без изменения: $7,8157 \approx 7,8$.

б) У десятичной дроби 7,8157 в следующем разряде после **сотых** стоит цифра 5, значит, увеличим цифру сотых на единицу: $7,8157 \approx 7,82$.

в) У десятичной дроби 7,8157 в следующем разряде после **тысячных** стоит цифра 7, значит, увеличим цифру тысячных на единицу: $7,8157 \approx 7,816$.

г) У десятичной дроби 7,8157 цифра десятых равна 8, значит, $7,8157 \approx 8$.

Ответ: а) 7,8; б) 7,82; в) 7,816; г) 8.

Задание 3. Найдите площадь листа бумаги, размеры которого 21 см \times 29,7 см. Результат округлите до целых.

Решение.

Площадь прямоугольного листа найдем, перемножив его длину и ширину: $21 \cdot 29,7 = 623,7$ (см²). Округлим до целых число 623,7. После запятой стоит цифра 7, значит, по правилу округления десятичных дробей получим 624 см².

Ответ: 624 см².

Прикидка и оценка результатов вычислений

Задание 4. Оцените значение выражения $3x + 2y$, если $1 < x < 2$; $3 < y < 4$.

- 1) (3; 4) 2) (9; 14) 3) (6; 10) 4) (4; 8)

Решение.

Если $1 < x < 2$, тогда по свойствам числовых неравенств $3 < 3x < 6$. Аналогично оценим $2y$: $3 < y < 4$; $6 < 2y < 8$. Оценим сумму $3x + 2y$, для этого сложим столбиком два неравенства с положительными членами:

$$3 < 3x < 6$$

$$+ 6 < 2y < 8$$

$$9 < 3x + 2y < 14$$

Ответ: 2.

Запись приближенных значений в виде $x = a \pm h$, переход к записи в виде двойного неравенства

Задание 5. В каких границах заключено число $p = 2,35 \pm 0,02$?

- 1) $2,34 \leq p \leq 2,38$ 3) $2,35 \leq p \leq 2,39$
2) $2,33 \leq p \leq 2,37$ 4) $2,36 \leq p \leq 2,40$

Решение.

От записи приближенного значения числа p в виде $p = 2,35 \pm 0,02$ перейдем к записи в виде двойного неравенства:

$$2,35 - 0,02 \leq M \leq 2,35 + 0,02; \quad 2,33 \leq p \leq 2,37.$$

Ответ: 2.

Задание 6. На упаковке пачки сливочного масла есть информация: «Масса 500 ± 7 г». Укажите, сколько масла не может быть в этой пачке?

- 1) 502 г 2) 507 г 3) 492 г 4) 497 г

Решение.

От записи приближенного значения массы (M) в виде $M = 500 \pm 7$ перейдем к записи в виде двойного неравенства: $500 - 7 \leq M \leq 500 + 7$; $493 \leq M \leq 507$. Масса пачки масла должна быть от 493 до 507 г (включая значения

493 г и 507 г). Из предложенных ответов в этот промежуток не входит только одно значение: 492 г.

Ответ: 3.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Часть 1

1. Пирамида Хеопса сложена из 2 миллионов каменных глыб, каждая из которых весит не меньше 2 т. Каков вес пирамиды в килограммах?

Ответ: _____.

2. Сколько метров составляет 1 английский ярд (мера длины), если $150 \text{ м} = 164 \text{ ярда}$. Ответ округлите до второго знака.

Ответ: _____.

3. За 700 лет Пизанская башня отклонилась от своего центра на 5 м. На сколько сантиметров в год она «падает»? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

4. Высота самого высокого здания мира — телебашни Си-Эн Тауэр в Канаде — 553 м 33 см. Определите высоту одного этажа этой башни, если всего она имеет 147 этажей одинаковой высоты. Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Луч Солнца долетает до Земли за 8 минут. За такое время он пролетает 150 млн км. Определите, с какой скоростью он летит (ответ выразите в км/с и округлите до целого числа).

Ответ: _____.

6. Звук распространяется в воздухе со скоростью 330 м/с, а в воде — со скоростью 1450 м/с. Во сколько раз быстрее распространяется звук в воде? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

7. Иррациональное число $\sqrt{2}$ можно представить в бесконечной десятичной дроби. Округлите эту дробь до сотых.

Ответ: _____.

8. Билет стоит 35 р. Для покупки какого числа билетов **недостаточно** 110 р.?
1) одного 2) двух 3) трех 4) четырех
9. Билет на аттракцион стоит 50 р. Для детей скидка — 50%. 220 р. **достаточно**, чтобы покататься на аттракционе
1) 5 взрослых и 5 детей
2) 2 взрослых и 5 детей
3) 1 взрослого и 6 детей
4) 3 взрослых и 3 детей
10. Из прямоугольного листа, размеры которого 21 см × × 29,7 см, нужно вырезать для оригами квадрат наибольшей площади. Найдите площадь остатка листа (в см²). Результат округлите до целого числа.
О т в е т: _____.
11. Округлите бесконечную десятичную дробь 0,(61) до сотых.
О т в е т: _____.
12. Переведите обыкновенную дробь $\frac{1}{7}$ в десятичную. Результат округлите до тысячных.
О т в е т: _____.
13. Переведите обыкновенную дробь $\frac{5}{7}$ в десятичную. Результат округлите до десятых.
О т в е т: _____.
14. Переведите обыкновенную дробь $\frac{3}{11}$ в десятичную. Результат округлите до сотых.
О т в е т: _____.
15. Расстояние от Земли до Луны равно 384 404 км. Округлите это число до тысяч километров.
О т в е т: _____.
16. Оцените значение выражения $2x + y$, если
 $2 < x < 3; 5 < y < 6$.
1) (4; 6) 2) (9; 12) 3) (9; 10) 4) (10; 11)

17. Оцените значение выражения $3x + y$, если

$$1 < x < 2; 4 < y < 5.$$

- 1) (5; 7) 2) (3; 6) 3) (8; 10) 4) (7; 11)

18. Оцените значение выражения $3xy$, если

$$1 < x < 2; 5 < y < 6.$$

- 1) (5; 12) 2) (8; 11) 3) (15; 36) 4) (18; 30)

19. Вес среднего куриного яйца 43 г, в том числе 23 г белка и 20 г желтка. Найдите отношение веса желтка к весу яйца и укажите, в какой промежуток оно входит.

- 1) (0,3; 0,4) 3) (0,5; 0,6)
2) (0,4; 0,5) 4) (2,1; 2,2)

20. Вес среднего куриного яйца 43 г, в том числе 23 г белка и 20 г желтка. Найдите отношение веса белка к весу яйца и укажите, в какой промежуток оно входит.

- 1) (0,3; 0,4) 3) (0,5; 0,6)
2) (0,4; 0,5) 4) (2,1; 2,2)

21. Вес среднего куриного яйца 43 г, в том числе 23 г белка и 20 г желтка. Найдите отношение веса желтка к весу белка и укажите, в какой промежуток оно входит.

- 1) (0,9; 1) 3) (0,5; 0,6)
2) (0,4; 0,5) 4) (0,8; 0,9)

22. Билет на аттракцион для взрослого стоит 50 р., а для детей — дешевле. Достаточно ли 250 р. для посещения аттракциона двум взрослым с тремя детьми?

- 1) достаточно 3) недостаточно данных
2) недостаточно 4) лишние данные

23. Билет на аттракцион для взрослого стоит 50 р., а для детей — дешевле. Достаточно ли 220 р. для посещения аттракциона двум взрослым с тремя детьми?

- 1) достаточно 3) недостаточно данных
2) недостаточно 4) лишние данные

1000 ± 30 г. Запишите возможные значения массы пачки соли (с помощью двойного неравенства).

Ответ: _____.

1.3. Степень с целым показателем

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Понятие степени с целым показателем

Определение. Степенью числа a с натуральным показателем n называется число, записываемое как a^n и определяемое по правилу

$$a^n = \begin{cases} \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}, & \text{если } n \geq 2; \\ a, & \text{если } n = 1. \end{cases}$$

Некоторые степени чисел 2, 3, 4, 5

степень \ число	0	1	2	3	4	5	6
2	1	2	4	8	16	32	64
3	1	3	9	27	81	243	729
4	1	4	16	64	256	1024	4096
5	1	5	25	125	625	3125	15 625

Определение. Степенью числа a ($a \neq 0$) с целым показателем m называется число, записываемое как a^m и определяемое по правилу

$$a^m = \begin{cases} \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ раз}}, & \text{если } m \text{ — натуральное число, } m \geq 2; \\ a, & \text{если } m = 1; \\ 1, & \text{если } m = 0; \\ \frac{1}{a^n}, & \text{если } m = -n, (-n) \text{ — целое отрицательное число.} \end{cases}$$

Выражения «нуль в нулевой степени» и «нуль в отрицательной степени» не определены.

Если основанием степени является обыкновенная дробь, то удобно использовать правило, которое следует непосредственно из определения:

$$\left(\frac{p}{q}\right)^{-n} = \left(\frac{q}{p}\right)^n, \text{ если } n \text{ — целое число, } p \neq 0, q \neq 0.$$

Например, $\left(\frac{1}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{8}{1}\right)^1 = 8.$

**Свойства степени с целым показателем,
преобразование выражений, содержащих
степени с целым показателем**

*Свойства степени с целым показателем
(m, n — целые числа, $a \neq 0$)*

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad (5)$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}, \quad (6)$$

$$(a^m)^n = a^{mn}, \quad (7)$$

$$(ab)^m = a^m \cdot b^m \quad (b \neq 0), \quad (8)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0). \quad (9)$$

*Запись чисел с использованием степеней числа 10
(стандартный вид числа)*

Если положительное число a представлено в виде $a_1 \cdot 10^n$, где $1 \leq a_1 < 10$, n — целое число, то говорят, что число a записано в **стандартном виде**.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ АКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

(с комментариями, решениями, ответами)

Задание 1. Соотнесите выражения с их значениями

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

B. $\left(-\frac{4}{9}\right)^{-1}$

B. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$

1) $\frac{4}{9}$

2) $\frac{9}{4}$

3) $-\frac{9}{4}$

Решение.

По определению степени с натуральным показателем:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}.$$

По определению степени с целым показателем:

$$\left(-\frac{4}{9}\right)^{-1} = \frac{1}{-\frac{4}{9}} = 1 : \left(-\frac{4}{9}\right) = 1 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) = -\frac{9}{4}.$$

По определению степени с целым показателем:

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} = 1 : \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 1 : \frac{4}{9} = 1 \cdot \frac{9}{4} = \frac{9}{4}.$$

Ответ: А. — 1; Б. — 3; В. — 2.

Задание 2. Расположите выражения 5^{-1} ; $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$; 5^0 ; $\left(\frac{1}{5}\right)^2$ в порядке возрастания их значений.

Решение.

Найдем значение каждого числового выражения.

По определению степени с целым показателем: $5^{-1} = \frac{1}{5}$.

По определению степени с целым показателем:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 1 : \frac{1}{5} = 1 \cdot 5 = 5.$$

По определению степени с целым показателем: $5^0 = 1$.

По определению степени с натуральным показателем:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}.$$

Сравним значения $\frac{1}{5}$, 5, 1, $\frac{1}{25}$ заданных числовых выражений:

$$\frac{1}{25} < \frac{1}{5} < 1 < 5.$$

Ответ: $\left(\frac{1}{5}\right)^2$; 5^{-1} ; 5^0 ; $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$.

Задание 3. Вычислите: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 4^{-3} : 4^{-5} + 2007^0$.

Решение.

Преобразуем каждое слагаемое, используя свойства степеней.

В выражении $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ перейдем к степени с натуральным показателем: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2$.

В выражении $4^{-3} : 4^{-5}$ применим свойство (6):

$$4^{-3} : 4^{-5} = 4^{-3-(-5)} = 4^2.$$

По определению степени с целым показателем $2007^0 = 1$.

В итоге получим

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 4^{-3} : 4^{-5} + 2007^0 = 4^2 - 4^2 + 1 = 1.$$

Ответ: 1.

Задание 4. Запишите 0,0032 в стандартном виде.

Решение.

Чтобы представить число 0,0032 в стандартном виде, нужно записать его в виде, $a_1 \cdot 10^n$, где $1 \leq a_1 < 10$. Перенесем запятую в числе 0,0032 на три знака вправо (только в этом случае получим $1 \leq 3,2 < 10$). Но после переноса запятой получаем число 3,2, которое больше числа 0,0032 в 10^3 раз, поэтому, чтобы число не изменилось, результат нужно умножить на 10^{-3} . В итоге получим, что $0,0032 = 3,2 \cdot 10^{-3}$.

Ответ: $3,2 \cdot 10^{-3}$.

Задание 5. Переведите 155,4 м в: а) километры; б) сантиметры; в) миллиметры.

Решение.

А) Так как $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$, решим пропорцию

$$\begin{aligned} 1 \text{ км} &= 1000 \text{ м} & x &= \frac{1 \cdot 155,4}{1000} = 0,1554. \\ x &= 155,4 \text{ м}, \end{aligned}$$

Пропорцию можно заменить рассуждениями о том, что в $155,4 \text{ м}$ в тысячу раз меньше километров, поэтому

$$155,4 : 1000 = 0,1554 \text{ км.}$$

Ответ: $0,1554 \text{ км}$, или $1,554 \cdot 10^{-1} \text{ км}$.

Б) Так как $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$,

$$\text{то } 155,4 \text{ м} = 155,4 \cdot 100 \text{ см} = 15\,540 \text{ см.}$$

Ответ: $15\,540 \text{ см}$, или $1,554 \cdot 10^4 \text{ см}$.

В) Зная, что в $1 \text{ м} = 1000 \text{ мм}$, найдем, что в $155,4 \text{ м} = 155\,400 \text{ мм}$.

Ответ: $155\,400 \text{ мм}$, или $1,554 \cdot 10^5 \text{ мм}$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Часть 1

1. Среди значений выражений 2^{-1} ; 3^{-1} ; 4^{-1} ; 5^{-1} укажите наибольшее.

1) 2^{-1} 2) 3^{-1} 3) 4^{-1} 4) 5^{-1}

2. Среди значений выражений 2^{-1} ; 3^{-1} ; 4^{-1} ; 5^{-1} укажите наименьшее.

1) 2^{-1} 2) 3^{-1} 3) 4^{-1} 4) 5^{-1}

3. Среди значений выражений 2^0 ; 2^{-1} ; 2^{-2} ; 2^{-3} укажите наименьшее.

1) 2^0 2) 2^{-1} 3) 2^{-2} 4) 2^{-3}

4. Среди значений выражений 2^0 ; 2^{-1} ; 2^{-2} ; 2^{-3} укажите наибольшее.

1) 2^0 2) 2^{-1} 3) 2^{-2} 4) 2^{-3}

5. Число $\frac{1}{64}$ равно

1) 2^{-3} 2) 4^{-4} 3) 4^{-3} 4) $64^{\frac{1}{2}}$

6. Значение выражения $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ равно

- 1) $\frac{4}{25}$ 2) $-\frac{4}{25}$ 3) $-\frac{4}{5}$ 4) $\frac{25}{4}$

7. Соотнесите выражения с их значениями

- 1) 4^{-1} ; 2) $(-4)^{-1}$; 3) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$.

- А. 4 Б. $\frac{1}{4}$ В. $-\frac{1}{4}$

Ответ: _____.

8. Среди значений выражений $(0,1)^0$; $(0,1)^{-1}$; $(0,1)^2$; $(0,1)^3$ укажите наибольшее.

- 1) $(0,1)^0$ 2) $(0,1)^{-1}$ 3) $(0,1)^2$ 4) $(0,1)^3$

9. Расположите в порядке возрастания числа:

0,0804; 0,08; 0,408.

- 1) 0,0804; 0,08; 0,408 3) 0,408; 0,08; 0,0804
2) 0,0804; 0,408; 0,08 4) 0,08; 0,0804; 0,408

10. Вычислите: $\frac{(2^{-3})^4}{16^{-2}}$.

Ответ: _____.

11. Вычислите: $\frac{(5^{-1})^2}{25^{-2}}$.

Ответ: _____.

12. Вычислите: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 : 9^{-1}$.

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $\frac{2^{-2} \cdot 5^4 \cdot 10^{-5}}{2^{-3} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}}$.

14. Найдите значение выражения $\frac{2,3 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-7}}{10^{-6}}$.

15. Найдите значение выражения $\frac{2^{-2} \cdot 5^2 - 25}{2^{-5} \cdot 10}$.