
ПРОЛОГ

Тишину знойного июльского дня нарушил звонкий девичий голос:

— Мистер Доджсон, расскажите нам сказку!

Звонкий голос принадлежал Алисе — средней из трёх сестер, которых пригласил на лодочную прогулку преподаватель математики Оксфордского университета Чарльз Лютвидж Доджсон.

— Начинайте! — поддержали Алису её сёстры — младшая Эдит и старшая Лорина.

Сказка мистера Доджсона началась с того, как одна девочка, похожая на Алису, да и звали её тоже



Алисой, увидела кролика, который на бегу достал часы из жилетного кармана.

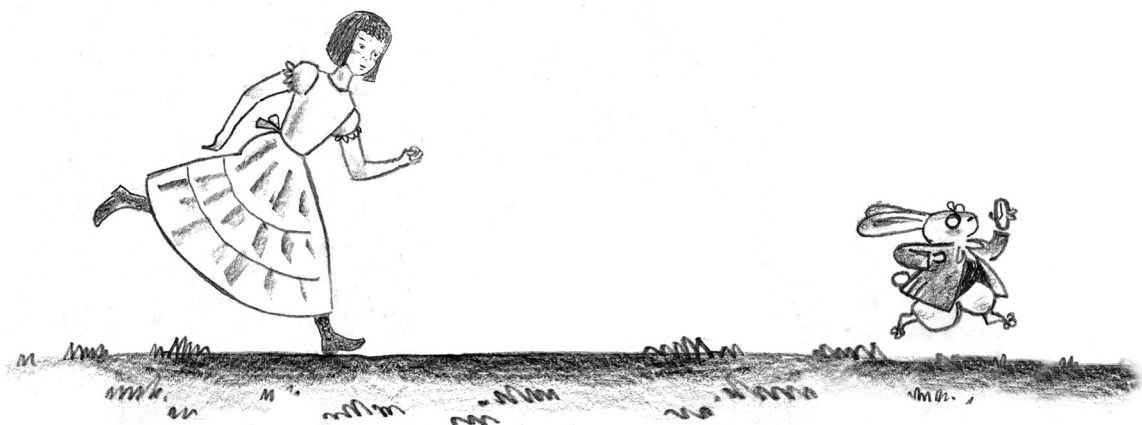
Алиса побежала за кроликом, тот нырнул в нору, Алиса бросилась за ним и... попала в Страну Чудес, где начались такие невероятные приключения и превращения, что мистер Доджсон и сам не переставал удивляться!

Сёстры, блестя глазами, слушали необыкновенную сказку, где всё было *не так*...

Сказка, которую рассказал тогда мистер Доджсон, стала одной из самых известных сказок в мире. Автором сказки «Приключения Алисы в Стране Чудес» считают Льюиса Кэрролла, однако сам Льюис Кэрролл — это тоже выдумка мистера Доджсона!

Но мало кто знает, что на обратном пути в лодке родилась новая сказка.

Как только лодка отошла от берега...



Часть ПЕРВАЯ

Сказка

ВЫДУМКА, В КОТОРОЙ НЕТ ОБМАНА

Как только лодка отошла от берега, сёстры переглянулись и все вместе посмотрели на мистера Доджсона.

— Нет-нет! — замотал он головой (и замахал бы руками, если бы они не были заняты вёслами). — Ничего больше я уже придумать не смогу. По крайней мере сегодня.

— Разве придумывать так трудно? — удивилась Алиса.

— Труднее ничего нет, — ответил мистер Доджсон, налегая на вёсла. — Ведь надо всё время следить, чтобы *в выдумке не было обмана!*

— Но в Вашей сказке были говорящие звери, — заметила рассудительная Лорина. — Разве это был не обман?

— Так ведь это же было в Стране Чудес! — возразила Алиса.

— А там только такие и водятся, — добавила Эдит.

— Значит, в выдумке обмана быть не может! — заключила Лорина. — В выдумке может быть что угодно...

— Если только это *может* быть, — заметил мистер Доджсон. — Например, может ли быть даже в Стране Чудес белый кролик чёрного цвета?

— Этого не может быть даже в Стране Чудес! — признала Лорина. — Такая выдумка *противоречит* сама себе!

— Ты очень точно сказала, — заметил мистер Доджсон. — Выдумка, в которой нет обмана — это выдумка, *в которой нет противоречий!*

— Но разве от них так трудно избавиться? — спросила Алиса. — Противоречия же сразу видны!

— Белого кролика чёрного цвета трудно, конечно, не заметить сразу, — сказал мистер Доджсон. — Но бывают коварные противоречия...

— Давайте сочинять выдумку все вместе, — предложила Алиса. — И будем следить, чтобы в ней не было противоречий!

— Я начинаю! — воскликнула Эдит. — Как-то раз один рыцарь шёл по лесу...

— Уже есть противоречие, — перебила Лорина. — Рыцари не ходят, они ездят на конях.

— Может, у этого рыцаря конь заболел? — предположил мистер Доджсон.

— Так оно и было, — тут же подтвердила Эдит. — Он заболел... свинкой.

— *Конь* заболел свинкой?! — вскричала Лорина. — Это противоречие: свинкой болеют только дети!

— Так он и был *же ребёнок*, — сразу пришла на помощь своей младшей сестре Алиса. — И рыцарь пошёл искать врача для своего жеребёнка...

— В лесу?! — удивилась Лорина.

— Врачи в лесу собирают грибы-сви-
нушки, потому что жареные свинушки —
лучшее лекарство для жеребят, больных
свинкой, — объяснила Алиса.

— Для выдумки неплохо, — призна-
ла Лорина. — И противоречия сразу не
видно.

— Вдруг в лесу потемнело... — продол-
жила Алиса.

— Это прилетел дракон! — оживи-
лась Эдит.

— У дракона было три головы... —
попыталась продолжить Алиса, но её
снова перебила Эдит:

— Рыцарь сразу выхватил меч и от-
рубил дракону голову!

— Но вместо одной отрубленной
головы у дракона появилось три
новых! — подхватила Алиса.

— Рыцарь рубил и рубил го-
ловы дракону, и вместо каждой
отрубленной головы появлялось
три! — отчаянно размахивая ру-
кой, продолжила Эдит.

— Тогда у вашей истории нет
конца, — махнула рукой Лори-
на, — потому что самого большого
числа не существует.

— Ты забыла, что дело было в
лесу, — возразила Алиса. — Чем





больше голов становилось у дракона, тем сильнее он запутывался в деревьях.

И наконец запутался совсем...

Воцарилось молчание.

— Вот наша выдумка и закончилась, — грустно сказала Эдит.

— Слишком уж быстро она закончилась! — с улыбкой заметила Лорина.

— И я так думаю, — согласилась Алиса. —

Жеребёнок остался больным...

— И дракона жалко, — добавила Эдит. — Ему, наверное, кушать хочется...

— Наша выдумка только начинается! — неожиданно включился мистер Доджсон. — Этот дракон стал знаменитостью, и к нему теперь водят туристов.

— А им не страшно? — спросила Эдит.

— Ничутьточки, — успокоил её мистер Доджсон. — Все головы дракона так крепко запутались в деревьях, что он и шагу ступить не может.

— А что он тогда ест? — озаботилась Эдит.

— Его кормят туристы, — ответил мистер Доджсон. — Каждый турист кормит одну голову.

— А сколько у дракона стало голов? — спросила Лорина, которая во всем любила точность.

— Ровно... *тридцать*, — секунду подумав, ответил мистер Доджсон.

— Теперь буду продолжать я, — неожиданно заявила Лорина.

— Тогда скажи сразу: рыцарь нашёл в лесу врача? — спросила Эдит. — Нашему жеребёночку срочно нужны жареные свинушки!

— Врача рыцарь не нашёл, — развела руками Лорина.

— Неужели во всем лесу не нашлось ни одного врача?! — всплеснула руками Эдит.

— Они разбежались, услышав рёв тридцати драконьих голов, — объяснила Лорина.

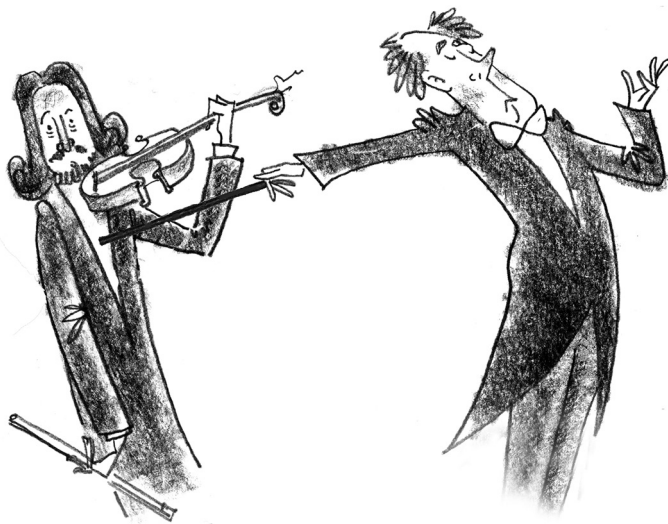
— Может, в лесу был хотя бы один *глухой* врач? — с надеждой спросила Алиса.

— С утра один был, — ответила Лорина. — Но днём он ушёл в оперу...



— В оперу? Глухой?! — переспросила Алиса. — Это противоречие!

— Врача вызвали в оперный театр, потому что дирижёр проткнул палочкой скрипача, — быстро нашлась Лорина.



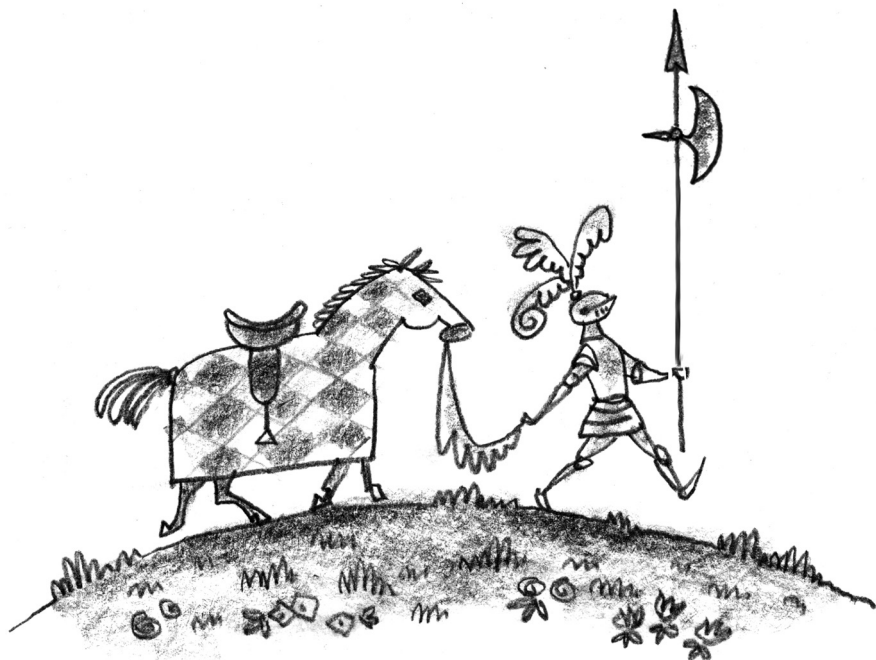
— Тут нет противоречия, — подтвердил мистер Доджсон. — Скрипач сильно сфальшивил!

— Значит, жеребёночек остался без свинушек? — чуть не плача, спросила Эдит.

— Рыцарь сам нашёл свинушки в лесу, — утешила сестричку Лорина. — Зажарил их, накормил жеребёнка, и тот выздоровел.

— А на чём рыцарь жарил грибы? — хитро прищурившись, спросила Алиса. — Только не говори, что у него была с собой сковорода!

— У рыцаря был шлем, — снова нашлась Лорина, — и он зажарил грибы в шлеме!



Все дружно засмеялись, и лодка закачалась на волнах.

— Теперь у нашей выдумки хороший конец! — захлопала в ладоши Эдит. — Жеребёночек выздоровел, и дракон жив-здоров!

— Скрипача только жалко... — сказала Алиса.

— Скрипача врач вылечил, — успокоил сестёр мистер Доджсон. — Они подружились, и теперь скрипач играет только для этого врача.

— Вот мы и сочинили выдумку без противоречий, — сказала Алиса после некоторого молчания.

— По моей вине в нашу выдумку вкралось по крайней мере *одно* противоречие, — признался мистер Доджсон.

— Давайте найдём его! — предложила Лорина сёстрам. — О чём рассказывал мистер Доджсон?

— Что дракон стал знаменитостью и что к нему водят туристов... — начала вспоминать Алиса.

— И что они кормят дракона, — добавила Эдит.

— Во всём этом нет противоречий, — рассудила Лорина. — Раз дракон стал знаменитостью, значит, к нему водят туристов. А раз к нему водят туристов, то они его кормят, потому что туристы всегда кормят животных.

— Ещё мистер Доджсон говорил, что врач вылечил скрипача и они подружились, — вспомнила Алиса.

— И что скрипач теперь играет только для этого врача, — добавила Эдит.

— Тут тоже нет противоречий, — сказала Лорина. — Врачи часто дружат с теми, кого они вылечили, и *этот* врач не сердится на скрипача, когда тот фальшивит.

— Ты о чём-то спрашивала мистера Доджсона, — обратилась Алиса к Лорине. — Ты помнишь, о чём?

— Я спросила, сколько у дракона стало голов, — ответила Лорина. — И мистер Доджсон сказал, что ровно *тридцать*.

— Может, в этом и есть противоречие? — предположила Алиса.

— Какое же тут противоречие? — пожала плечиками Эдит. — Ударил рыцарь десять раз мечом, вот и стало у дракона тридцать голов: ведь после каждого удара у дракона появлялись три головы!

— Но *одна* голова при каждом ударе *слетала!* — подняла палец Лорина. — Поэтому после каждого удара меча у дракона становилось не на *три* головы больше, а только на *две!*

Алиса вытащила блокнотик и начала писать, бормоча себе под нос:

3, 5, 7, 9, 11, 13,

— Что ты пишешь? — спросила Эдит, заглядывая в блокнот через плечо Алисы.

— Я записываю, сколько голов становилось у дракона после каждого удара меча, — объяснила Алиса.

— Дальше можно не писать! — воскликнула Лорина, взглянув в блокнот Алисы. — Уже понятно, что у дракона может быть только *нечётное* число голов! Ведь у него вначале было *три* головы, а после каждого удара меча становилось на *две* головы больше. А если к нечётному числу прибавлять по два, будут получаться всегда *нечётные* числа!

— Значит, *тридцати* голов у дракона быть не может, потому что тридцать — *чётное* число! — воскликнула Алиса. — Какой Вы хитрый! — упрекнула она мистера Доджсона. — Вы могли назвать *любое чётное* число — и противоречие готово!

— Так я и сделал, — признался мистер Доджсон, и все снова дружно рассмеялись.

Прогулка, как обычно, закончилась чаепитием у мистера Доджсона: шутки и смех летали от одного конца стола к другому и *обратно*.

Перед уходом Алиса подошла к большому книжному шкафу, который стоял возле камина, и попыталась прочитать на корешках названия книг.

Однако у неё ничего не получилось: все буквы были знакомы Алисе, зато все слова *незнакомы!*

— О чём эти книги? — спросила Алиса.

— О *математике*, — ответил мистер Доджсон.

— А что такое математика?

— Математика — это... — в глазах у мистера Доджсона заиграл озорной огонёк. — *Это большая выдумка, в которой нет обмана!*

— Это всё *выдумка?!* — поразились Алиса, глядя на полки с толстыми книгами. — И Вы уверены, что в ней *нет обмана?*

— Если в чём-то можно быть уверенным, то именно в этом, — на удивление серьёзно ответил мистер Доджсон.



Быль

ГДЕ И КОГДА ЗАРОДИЛАСЬ МАТЕМАТИКА

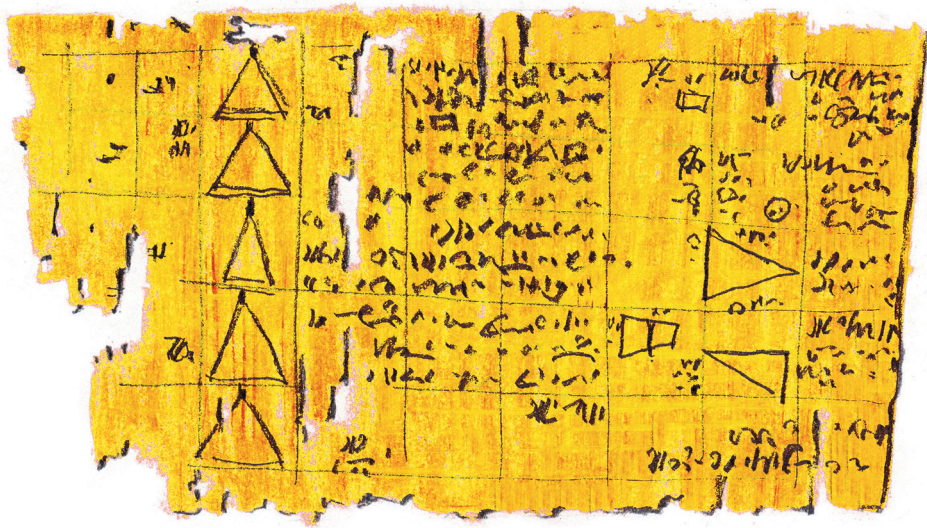
Как-то немецкого математика Давида Гильберта спросили об одном из его учеников.

— Он стал поэтом, — безнадежно махнул рукой Гильберт. — Для математики ему не хватало воображения.

Где же и когда зародилась *математика* — наука, в которой удивительно сочетаются воображение и логика? (Логикой называют науку о правилах рассуждений.)

«Начиналась» математика в Древнем мире с расчётов, нужных для строительства, торговли и земледелия.

До наших дней сохранились древнеегипетские папирусы и древневавилонские глиняные таблички с чертежами и расчётами. Им около четырёх тысяч лет!



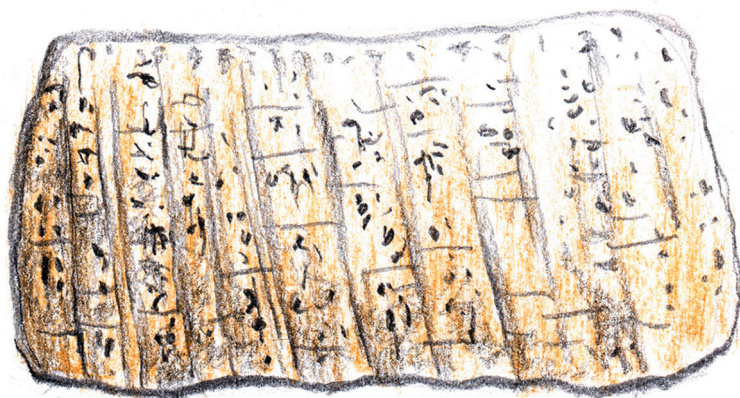
Древнеегипетский папирус.
Он написан древнеегипетским писцом
около четырёх тысяч лет назад



*А так выглядел сам древнеегипетский писец.
В Древнем Египте писцы пользовались большим почётом,
потому что они умели не только читать и писать,
но и считать!*



*На таких глиняных табличках
писали древневавилонские математики.
Точнее, не писали, а выдавливали палочкой*



*Древневавилонская глиняная табличка
с математическими записями.*

*Древневавилонские «книги» не боялись огня —
наоборот, их надо было обжечь —
как обжигают глиняную посуду*

Один из древнеегипетских папирусов называется «Наставление, как достигнуть знания всех непонятных вещей, всех тёмных тайн». Здесь много расчётов: например, как вычислить площадь поля для посева или количество камней для постройки пирамиды.

«Наставление» заканчивается словами: «Делай так же при подобном случае». Это не учебник математики, который *учит думать*, а «сборник готовых рецептов».

Математика как *наука* родилась в Древней Греции, когда греки осваивали дошедшие до них знания египтян и вавилонян.

Древнегреческие учёные поняли, что математические открытия можно делать с помощью *рассуждений*, но для этого надо *доказывать* их правильность.

Первым использовал в математике *доказательства* древнегреческий учёный Фалёс, который жил в VI–VII веках до нашей эры в городе Милете (поэтому его прозвали «Фалёс из Милета»).



Фалес из Милета

О Фалесе сохранилась такая легенда.

Однажды греки решили преподнести мудрейшему среди них золотую чашу. И мудрейшим был признан Фалес — в частности, за то, что он предсказал солнечное затмение.

Но Фалес был скромным человеком (как истинный мудрец) и передал чашу другому мудрому греку, которого считал более достойным. Тот передал золотую чашу третьему мудрецу, третий — четвёртому... и в конце концов чаша вернулась к Фалесу.

Умению *рассуждать* мы учимся у древних греков *до сих пор*: древнегреческую геометрию изучают во всех школах мира именно потому, что это — *лучшая школа мышления*.

Итальянский ученый Галилео Галилей писал: «Великая книга природы может быть прочитана только теми, кто знает язык, на котором она написана, и язык этот — математика».

Бывало, что проходили тысячелетия, прежде чем результаты исследований математиков находили применение.

Например, древнегреческие математики из «чистого интереса» изучали свойства эллипса — фигуры, похожей на сплюснутую окружность. И только через две тысячи лет после этого немецкий астроном Кеплер обнаружил, что планеты движутся вокруг Солнца именно по «древнегреческим» эллипсам!

Когда Древнюю Грецию завоевали римляне, развитие математики надолго остановилось.

Новые открытия в математике совершили арабы и персы, которые изучили и перевели на свои языки книги древнегреческих учёных. У персов был знаменитый поэт-математик — Омар Хайям.



Древнегреческие ученые изучали «конические сечения» — так называют фигуры, которые получаются при пересечении конуса плоскостью. Одна из таких фигур (эллипс) выделена на рисунке тёмным. Никто из древних греков и представить не мог, что планеты движутся вокруг Солнца именно по эллипсам!

Небылица

О ФАЛЕСЕ ИЗ МИЛЕТА, ЗНАМЕНИТОМ ДРЕВНЕГРЕЧЕСКОМ МУДРЕЦЕ, КОТОРЫЙ ПЕРВЫМ ПРЕДСКАЗАЛ СОЛНЕЧНОЕ ЗАТМЕНИЕ

Помнят люди историю эту,
Хоть прошло с той поры много лет.
Шёл однажды Фалес из Милета,
А быть может, шагал он в Милет.

Размышлял он о тайнах природы,
О строенье Земли и небес —
Ведь из всех мудрецов всем народом
Самым мудрым был признан Фалес.

Предсказал он недавно затменье,
И, смотря в небеса, его ждал.
Глядя в небо, Фалес не заметил,
Что в колодец случайно упал.

В темноте он вскричал: — Как прекрасно:
Догадался лишь я, почему
Среди дня наше солнце погасло
И весь мир погрузился во тьму!



СОДЕРЖАНИЕ

Пролог	5
--------------	---

Часть ПЕРВАЯ

Сказка	Выдумка, в которой нет обмана	7
Быль	Где и когда зародилась математика..	17
Небылица	О Фалесе из Милета, знаменитом древнегреческом мудреце, который первым предсказал солнечное затмение	22

Часть ВТОРАЯ

Сказка	Настоящее и воображаемое	23
Быль	Как люди учились считать	39
Небылица	О детском саде, который был уже тогда, когда считать ещё не умели ...	43

Часть ТРЕТЬЯ

Сказка	Натуральный ряд в натуральную величину	45
Быль	Бесконечный ряд загадок	60
Небылица	Об Архимеде, который мог назвать число песчинок во всей Вселенной	65

Часть ЧЕТВЕРТАЯ

Сказка	Как делить и как делиться	66
Быль	Как человек победил дроби	79
Небылица	О саде в Древней Греции, который называли Академией	82

Часть ПЯТАЯ

Сказка	Королевская прогулка	85
Быль	Как числа породнились с точками ...	99
Небылица	О случае, который подсказал Декарту идею координат	102

Часть ШЕСТАЯ

Сказка	Какой момент был последним?	103
Быль	Как решаются задачи без решений ..	113
Небылица	О Пифагоре, которую до сих пор не смогли отличить от были.....	118

Часть СЕДЬМАЯ

Сказка	Как съесть целый торт?.....	119
Быль	О безграничной делимости и загадке движения	130
Небылица	О том, как всё подчиняется законам Ньютона, хотя это самая что ни на есть правда.....	133

Часть ВОСЬМАЯ

Сказка	Кто кого видит в зеркале?	134
Быль	Настоящий мир и «Зазеркалье»	150
Небылица	О природе, которая узнала, что есть различие между левым и правым.....	153

Часть ДЕВЯТАЯ

Сказка	Замок, который невозможно обойти	154
Быль	Наука, родившаяся из головоломки	170
Небылица	Об Эйлере, который разгадал загадку кенигсбергских мостов	175

Часть ДЕСЯТАЯ

Сказка	Королевская логика	176
Быль	Как человек учился рассуждать	187
Небылица	О том, как Лейбниц и Буль использовали язык математической логики	192

Часть ОДИННАДЦАТАЯ

Сказка	Не слишком страшная история	193
Быль	О множестве множеств.....	208
Небылица	О Канторе, основателе теории множеств.....	214

Часть ДВЕНАДЦАТАЯ

Сказка	Шахматный бал.....	215
Быль	Может ли часть равняться целому? ...	227
Небылица	О Галилео Галилее, живущем в одной из бесконечного множества вселенных	233
Эпилог	234

