

Содержание

0. Введение	313
1. Потеряв счет времени	306
2. Инженерные ошибки	283
3. Недостаточно данных	260
4. Вне формы.	236
5. На это не рассчитывайте	212
6. Не вычисляется	191
7. Вероятно, неверно	173
8. Вкладывайте деньги в свои ошибки	151
9. Обходной путь	131
9.49. Слишком мал, чтобы его заметить	112
10. Единицы измерений, соглашения, и почему мы не в ладах со всем этим?	99
11. Статистика, которая мне нравится	77
12. Аблютосно счалуyno	55
13. Не считается	30
Ну и чему же мы научились на своих ошибках?	9
<i>Благодарности</i>	2
<i>Список иллюстраций</i>	0
<i>Алфавитный указатель</i>	4 294 967 294

*Посвящается моей никогда не устающей
поддерживать меня жене Люси.*

*Да, я осознаю, что посвящать собственной жене книгу,
рассказывающую об ошибках, — само по себе несколько
ошибочно.*

Ноль

Введение

В 1995 году *Pepsi* запустила рекламную кампанию, идея которой была в том, чтобы люди собирали специальные баллы — *Pepsi*-пойнты, а затем обменивали их на фирменные товары от *Pepsi*. Футболку давали за 75 *Pepsi*-пойнтов, солнцезащитные очки — за 175, была там даже настоящая кожаная куртка — за 1450 *Pepsi*-пойнтов. Собрав вместе все три предмета и примерив их на себя, вы могли получить еще целых 90 *Pepsi*-пойнтов дополнительно. По крайней мере, персонажи рекламного ролика, убеждавшие вас заполучить фирменные вещички за пойнты, были одеты именно в таком стиле.

Но люди, придумывавшие рекламу, хотели завершить кампанию какой-нибудь отвязной «классической сумасшедшинкой от *Pepsi*». И вот как выглядел придуманный ими хеппи-энд: главный герой рекламного ролика — естественно, одетый в фирменные футболку, солнечные очки и кожаную куртку, — летит на реактивном истребителе *Harrier* в школу. Реклама утверждала, что он получил самолет за 7 миллионов *Pepsi*-пойнтов — и это может повторить любой желающий.

Фабула шутки довольно ясна: рекламщики взяли за основу главную идею всей акции — обмен *Pepsi*-пойнтов на вещи — и раздули ее, доведя до абсурда. Хороший комический прием. Но математической стороной своего сценария они, похоже, не озаботились. 7 миллионов звучит как очень большое число, но, кажется, команда рекламщиков поленилась посчитать и проверить — действительно ли оно *слишком* большое.

А кто-то другой не поленился. В то время каждый стоявший на вооружении корпуса морской пехоты США реактивный са-

молет AV-8 *Harrier II* стоил казне более 20 миллионов долларов. С другой стороны, спасибо *Pepsi*, появился простой способ конвертации долларов США в *Pepsi*-пойнты: любой гражданин мог докупить их сколько угодно за 10 центов каждый. Я, к слову, не эксперт вторичного рынка военных самолетов, но приобретение за 700 тысяч долларов аппарата стоимостью 20 миллионов долларов кажется отличным вложением денег. Чем и решил заняться некий Джон Леонард, рассчитывая, видимо, получить неплохой куш.

И это была не какая-то осторожная попытка. Он пошел ва-банк. Чтобы получить призы из каталога *Pepsi*, люди должны были заполнять специальные бланки заказа, причем им полагалось иметь минимум 15 оригинальных *Pepsi*-пойнтов, также приложить чек на покупку необходимых дополнительных пойнтов и, наконец, 10 долларов на транспортные расходы. Джон сделал все как положено. Он заполнил бланк заказа, у него было 15 оригинальных *Pepsi*-пойнтов от покупки продукции *Pepsi*, чек, и он перевел 700 008 долларов 50 центов на специальный счет, чтобы юристы могли подтвердить его платежеспособность. Этот парень собрал всю необходимую сумму! Он был настроен очень серьезно.

Pepsi, однако, с порога отвергла его притязания: «Самолет *Harrier* в рекламе *Pepsi* является просто художественным образом, который используется для создания развлекательного телевизионного рекламного продукта». Леонард решил сражаться до победного и обратился в юридическую фирму. Его адвокаты заявили *Pepsi*: «Наше требование чисто формальное, вы должны просто выполнить свои обещания и немедленно принять меры для передачи нового самолета *Harrier* нашему клиенту». *Pepsi* оставила и их письма без ответа. Леонард подал в суд, и началось судебное разбирательство.

Дело вызвало много дискуссий на тему, имела ли ставшая поводом для суда реклама однозначно шуточный смысл, или же были основания принимать ее всерьез. Из записей в судебном протоколе становится понятно, насколько странной задачей было определение таких различий. «Заявление истца о том, что рекламный ролик является серьезным деловым предложением, требует от суда, в свою очередь, объяснить, почему данный

рекламный ролик является на самом деле просто смешным. Объяснить, почему шутка является смешной, — задача непростая».

Но они постарались!

Слова подростка о том, что добираться в школу на *Harrier* «намного круче, чем на автобусе», раскрывают его невероятно беззаботное отношение к сложной и опасной задаче пилотирования истребителя в жилом районе, в сравнении с простотой использования общественного транспорта.

Ни одна школа не предоставит место для посадки истребителя, принадлежащего одному из учащихся, и не будет мириться с беспокойствами, связанными с функционированием самолета.

В свете хорошо известного назначения реактивного самолета *Harrier*, состоящего в нападении и уничтожении наземных, надводных и воздушных целей, вооруженной разведке и воздушном перехвате, а также в обороне и подавлении средств ПВО, изображение такого военного самолета как средства доставки школьника в школу по утрам представляется явно несерьезным.

Леонард так и не получил свой самолет, а дело «Леонард против *PepsiCo, Inc.*» стало частью судебной истории. Лично меня обнадеживает тот факт, что теперь, если я ляпну что-нибудь, относящееся к категории «нелепых шуток», есть юридический прецедент, способный защитить меня от людей, которые отнесутся к моим словам серьезно. А если у кого-то возникнут проблемы с этим, просто соберите достаточно Паркер-пойнтов, прислав мне мои фотографии, которые найдете в свободном доступе, и не беспокойтесь больше ни о чем (возможны дополнительные расходы на пересылку и доставку).

В дальнейшем *Pepsi* предприняла определенные меры, чтобы надежно защитить себя от подобных проблем в будущем, — в обновленном рекламном ролике остался сюжет с реактивным *Harrier*, но пожелавшему получить самолет теперь нужно было выложить уже 700 миллионов *Pepsi*-пойнтов. Мне кажется удивительным, что они сразу не взяли такое большое число. Не сказать, что «7 миллионов» звучит смешнее, чем «700 миллионов», просто люди не стали заморачиваться с математикой, наугад выбрав число, показавшееся им достаточно большим.

Люди не слишком хороши в оценке и анализе больших чисел. И даже когда мы знаем, что одно число больше другого, то не очень-то можем оценить разницу между ними. В 2012 году я был специально приглашен на *BBC News*, чтобы объяснить слушателям, насколько на самом деле велик триллион. В тот момент государственный долг Великобритании как раз превысил 1 триллион фунтов стерлингов, и они вызвали меня, чтобы я объяснил, что значит эта цифра. Им, по-видимому, показалось недостаточным, чтобы кто-то просто накричал на них: «Это действительно огромное, чертовски большое число, поверьте! А теперь всем пора вернуться в студию!» — поэтому они захотели, чтобы им все объяснили на примерах.

Я воспользовался моим любимым методом иллюстрации величины больших чисел — через соответствующие им промежутки времени. Мы знаем, что миллион, миллиард и триллион различаются по значению, но часто не замечаем, насколько в действительности ошеломительна разница между ними. Миллион секунд пройдет уже через 11 дней и 14 часов. Не так уж и страшно. Я могу спокойно подождать. Это меньше двух недель. А вот миллиард секунд — это уже 31 год.

Триллион секунд с этого момента пройдут, когда за окном будет 33 700 год от Р. Х.

Эти удивительные цифры открывают свой подлинный смысл тогда, когда вы потратите на них минутку размышлений. Миллиард больше миллиона в тысячу раз, во столько же раз триллион больше миллиарда. Миллион секунд составит примерно $\frac{1}{3}$ месяца, а миллиард секунд — порядка 330 ($\frac{1}{3}$ от тысячи) месяцев. И если миллиард — это примерно 31 год, то естественно, что триллион — примерно 31 тысяча лет.

В обычной жизни мы привыкли считать, что числа располагаются линейно, и промежутки между ними всегда одинаковые. Если посчитать от 1 до 9, то каждое число будет больше предыдущего на 1. Если спросить кого-нибудь, какое число стоит посередине между 1 и 9, он ответит 5 — но это только потому, что его так научили. Просыпайтесь, ленивые обыватели! От природы люди воспринимают числа логарифмически, а не линейно. Маленький ребенок или кто-то, кто не успел еще попасть

под влияние образовательной системы, поставит 3 на полпути между 1 и 9.

Три здесь представляет другой тип среднего. Это логарифмическое среднее, т. е. середина, получающаяся в процессе умножения, но не сложения. $1 \times 3 = 3$ и $3 \times 3 = 9$. Вы можете прийти от 1 к 9 с помощью сложения — прибавив два раза по 4, а также сделать то же самое с помощью умножения — умножив 1 два раза на 3 три. Итак, «середина умножения» здесь будет равна 3, и это то, как люди видят от природы, пока их не научат иному.

Когда нескольким представителям живущего в Амазонии индейского народа Мундуруку показали картинку, на которой были изображены 1 точка и группа из 10 точек, предложив расположить группу точек, которая должна быть посередине между ними, все они нарисовали группу из 3 точек. Если у вас поблизости есть ребенок детсадовского или младшего возраста, родители которого не против, чтобы кто-то произвел над ним небольшой эксперимент, попросите его расставить числа по порядку — и вы, скорее всего, увидите, что он согласен с индейцами.

Даже после долгого опыта работы с небольшими числами все равно остается инстинктивное чувство, что большие числа возрастают логарифмически, а разрыв между триллионом и миллиардом кажется примерно таким же, как между миллионом и миллиардом, ведь разница в обоих случаях — в тысячу раз. Но на деле разница миллиарда с триллионом намного больше: это разница между 30 годами и временным промежутком, спустя который человечества может уже и не быть на Земле.

Наш человеческий мозг просто не настроен по умолчанию корректно понимать математику. Не поймите меня превратно: мы рождаемся с фантастическим набором счетных и пространственных навыков, даже маленькие дети способны примерно оценить количество точек на листе бумаги и провести элементарные арифметические вычисления над этим числом. Мы входим в мир, уже оснащенные языком и символическим мышлением. Но навыки, которые позволяют нам выживать и образовывать социальные группы, необязательно релевантны формальной математике. Логарифмическая шкала — хороший способ

для упорядочивания и сравнения чисел, но математика требует понимания и линейной числовой шкалы.

Любой человек чувствует себя дураком, когда начинает изучать формальную математику. Это процесс изменения того, что дала нам эволюция, и расширения наших навыков за пределы заложенного в разум. Мы не рождаемся с интуитивной способностью понимать дроби, отрицательные числа или многие другие странные идеи, придуманные математиками, однако со временем мозг постепенно обучается обращаться с этими вещами. Наша современная школьная система вынуждает изучать математику, и после достаточно продолжительных занятий ваш мозг овладевает способностью мыслить математически. Но если перестать пользоваться этими навыками, он быстро вернется к своим врожденным «заводским настройкам».

Билеты британской моментальной лотереи пришлось изъять из продажи менее чем через неделю после начала их распространения. Компания *Camelot*, национальный оператор лотерей в Великобритании, объяснила это решение «неудобством для игроков». Лотерея называлась *Cool Cash*, и на билетах было нанесено значение температуры. Если под защитным слоем игрок обнаруживал меньшую температуру, чем цифра сверху, — билет выигрывал. Но многие игроки имели проблемы с отрицательными числами...

На одном из моих билетов была надпись, что температура должна быть ниже -8 . Удалив защитный слой, я увидел там цифры -6 и -7 , поэтому подумал, что выиграл, и продавщица в магазине тоже так решила. Но когда она отсканировала билет, компьютер показал, что выигрыша нет. Я позвонил в *Camelot*, и они стали мне рассказывать сказки, что -6 больше, а не меньше -8 , но я им не верю.

Эта история показывает, что современное общество оперирует невероятно пугающим объемом математики. Как вид жизни, мы научились проводить исследования и использовать математику в решении задач, выходящих за рамки того, что наш мозг может понимать естественным образом. Мы можем добиваться большего, нежели то, на что рассчитано наше природное воображение. Действуя за рамками интуиции, мы способны постигать самые интересные вещи, но это также и область, где мы наиболее

уязвимы. Простая математическая ошибка может ускользнуть от нашего внимания, приведя затем к ужасающим последствиям.

Современный мир построен на математике: компьютерное программирование, финансы, инженерия... все это математика в разных формах. Следовательно, разнообразные и, казалось бы, безобидные математические ошибки могут иметь неожиданные последствия. Эта книга — собрание моих любимых математических ошибок всех времен. Ошибки, подобные тем, о которых вы узнаете на следующих страницах, не только занимательны, но и поучительны. Они ненадолго раскрывают занавес, показывая внутреннюю математику процессов, которая обычно незаметно работает за кулисами. Словно мы неожиданно обнаружили, что за всеми нашими современными технологическими чудесами скрывается волшебник из страны Оз, работающий сверхурочно со счетами и логарифмической линейкой в руках. Только когда что-то идет не так, мы внезапно ощущаем, как высоко математика позволила нам подняться — и каким неприятным может быть наше падение. Я ни в коем случае не собираюсь иронизировать по поводу тех людей, которые были ответственны за эти ошибки. Я и сам совершил предостаточно ошибок. Как и все мы. В качестве дополнительного веселого челленджа для вас я намеренно оставил в этой книге три ошибки. Сообщите мне, если найдете их все!

Один

Потеряв счет времени

14 сентября 2004 года в небе над Южной Калифорнией находилось примерно 800 авиалайнеров, выполнявших регулярные рейсы. Из-за математической ошибки жизни десятков тысяч летевших в них пассажиров оказались под угрозой. Центр управления воздушным движением Лос-Анджелеса неожиданно потерял голосовую радиосвязь со всеми бортами. Естественно, возникла паника.

Связи не было около 3 часов, в течение которых диспетчеры при помощи своих мобильных телефонов связывались с другими центрами управления воздушным движением, пытались переключить самолеты на них. Жертв удалось избежать, хотя в этом хаосе 10 самолетов приближались друг к другу на расстояния, меньшие разрешенных протоколами (5 морских миль по горизонтали и 2000 футов по вертикали), а две пары самолетов прошли менее чем в 2 милях друг от друга. 400 рейсов были задержаны на земле, а еще 600 — отменены. И все из-за одной математической ошибки.

Официальные разъяснения по поводу точной причины произошедшего довольно скудны, но мы знаем, что все случилось из-за ошибки системы отсчета времени на компьютерах, обеспечивавших работу диспетчерского центра. По всей видимости, таймеры компьютерной системы управления воздушным движением отсчитывали время, начиная обратный отсчет с 4 294 967 295 и уменьшая это значение на единицу каждую миллисекунду. Это означало, что через 49 дней 17 часов 2 минуты и 47,296 секунды таймер системы должен был обнулиться.

Обычно компьютер перезагружали еще до того, как это происходило, и в этом случае обратный отсчет начинался снова — с 4 294 967 295. Насколько я могу судить, некоторые работники знали об этой потенциальной проблеме, поэтому было заведено правило перезагружать всю систему не реже одного раза каждые тридцать дней. Однако это был способ обойти проблему, но не решить ее. Ведь ничего не было сделано для исправления математической ошибки, коренившейся в том, что никто не удосужился подсчитать, через сколько миллисекунд система должна перестать функционировать. Так случилось, что в 2004 году компьютер диспетчерского центра проработал 50 дней подряд, обнулil свой таймер и отключился. 800 самолетов, летевших над одним из крупнейших городов мира, оказались в опасности лишь по той причине, что кто-то просто выбрал недостаточно большую цифру.

Люди поспешили обвинить в неполадках недавно вышедшее обновление версии операционной системы *Windows*. Некоторые из ранних версий *Windows* (особенно *Windows 95*) страдали от такой проблемы. Каждый раз, когда вы запускали систему, *Windows* начинала отсчитывать миллисекунды, чтобы задать «системное время», на которое будут ориентироваться все остальные программы. Но как только системное время *Windows* достигало 4 294 967 295, она вновь начинала отсчет с нуля. Некоторые программы — драйверы, осуществляющие взаимодействие операционной системы с внешними устройствами, — начинали работать неправильно, когда системное время внезапно возвращалось в начальную точку. Драйверам нужно отслеживать время, чтобы через определенные промежутки опрашивать периферийные устройства и проверять, исправно ли они реагируют на команды. Когда *Windows* сигнализировала им, что системное время внезапно обнулено, они переставали работать, отчего в итоге обрушивалась вся система.

Неясно, была ли здесь виновата сама *Windows* или же это была какая-то новая программа, использовавшаяся в системе центра управления. Но в любом случае мы знаем, что вина лежит на числе 4 294 967 295. Оно было недостаточно большим для домашних компьютеров в 1990-х, и оно осталось недостаточно большим для системы управления воздушным движением в на-