

ГЛАВА 1

КИНЕМАТИКА

1.1. СКОРОСТЬ

1.1.1. Что такое скорость

Понятием скорости пользуются в самых различных областях деятельности, когда говорят о скорости движения, скорости протекания процесса, скорости изменения какой-либо величины, скорости реакции, скорости звука, скорости света и т. д. Скорость — основное понятие кинематики как раздела механики, изучающей математическое описание движения идеализированных тел без рассмотрения причин движения. Возникло оно еще до появления механики И. Ньютона, которую он изложил в своем труде «Математические начала натуральной философии» (1687 г.). Среди первых попыток определения скорости мы находим такое: «Скорость есть свойство движения, отражающееся в сравнении длины и времени, а именно, она определяет, какая длина за какое время проходит». От современного определения оно отличается своей абстрактностью, но в нем уже содержатся необходимые элементы — расстояние и время.

Кинематика описывает движение точек или тел в пространстве с течением времени, ее задачей является определение положения и характеристик движения во времени. Любое движение рассматривается в определенной системе отсчета. Принцип относительности механического движения был установлен Галилео Галилеем (1564–1642), и говорит он о том, что в разных системах отсчета движение будет описываться по-разному. Надо учитывать, по отношению к каким телам мы это движение описываем, на каких телах установили (хотя бы мысленно) измерительные приборы, то есть какое тело мы условно считаем неподвижным, или, как говорят, с каким телом связали систему отсчета. **Система отсчета** — это тело отсчета, которое считается условно неподвижным, кроме него, необходимы еще как минимум три тела, не лежащие в одной плоскости и задающие вместе с телом отсчета три прямые — направления координатных осей. Также система отсчета содержит

измерительный прибор — часы. Например, на рис. 1.1 изображена **система отсчета**, в которой содержатся:

- прямоугольная (декартова) система координат x, y, z ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — орты системы координат), связанная с телом отсчета O и системой ориентиров;
- часы для отсчета времени.

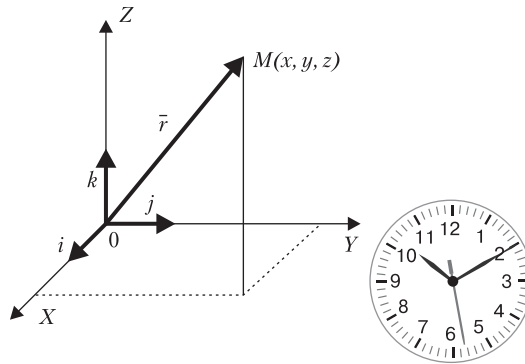


Рис. 1.1. Система отсчета

Положение материальной точки M относительно этой системы отсчета можно задать двумя способами:

- координатами x, y, z ;
- радиус-вектором \vec{r} : $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

При движении материальной точки M ее координаты и радиус-вектор изменяются с течением времени t . Закон движения материальной точки — это функциональная зависимость координат или радиус-вектора \vec{r} от времени t :

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t)$$

или

$$\vec{r} = \vec{r}(t).$$

Эти уравнения называются **кинематическими уравнениями движения**. Они задают **траекторию** движения точки в параметрической форме, параметром служит время t . **Траектория** — это линия, описываемая движущимся телом относительно выбранной системы отсчета. О форме траектории без указания системы отсчета говорить нельзя. Так, траектория каждой точки на колесе движущегося автомобиля будет являться окружностью, если рассматривать ее движение в системе отсчета, в которой тело отсчета

связано с колесом. Но если изменить положение тела отсчета и закрепить его на неподвижном объекте на дороге, то траектория точки на колесе примет форму циклоиды (рис. 1.2).

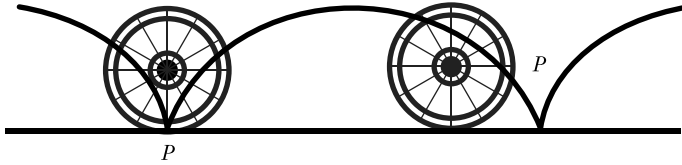


Рис. 1.2. Траектория точки на ободе колеса

В зависимости от формы траектории движение подразделяют на прямолинейное и криволинейное (например, траектория представляет собой гиперболу, параболу, окружность). Здесь возникают понятия пройденного **пути** и **перемещения**. Если движение прямолинейное и тело из точки A через промежуток времени Δt попало в точку B , то величина его перемещения — это и есть пройденный путь Δx (рис. 1.3).

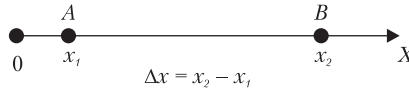


Рис. 1.3. Пройденный путь

Но в случае криволинейного движения эти понятия различаются. При движении тела по окружности радиуса R , когда оно сделало один полный оборот, перемещение равно нулю (точки A и B совпали), а пройденный путь равен длине окружности $2\pi R$ (рис. 1.4). Если тело сделало только половину оборота, то путь составил половину длины окружности — πR , а модуль перемещения (перемещение — это вектор, направленный из начальной точки A в конечную точку B движения тела) равен $2R$ (рис. 1.5). Таким образом, в общем случае криволинейного движения пройденный путь ΔS — это длина траектории движения, а перемещение — это вектор $\Delta \vec{r}$, который имеет направление и модуль (величину).

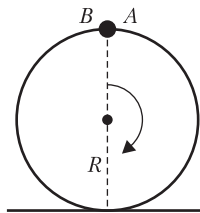


Рис. 1.4. Путь и перемещение при вращательном движении

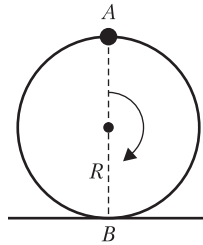


Рис. 1.5. Перемещение из точки A в точку B

Для определения скорости движения тела (автомобиля) важно понимать, о какой скорости идет речь. Но в любом случае скорость характеризует быстроту перемещения. Скорость равномерного прямолинейного движения, то есть такого, когда тело за любые равные промежутки времени Δt совершит одинаковые по величине перемещения $\Delta \vec{r}$, составляет $\vec{v}_{\text{cp}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$. Так можно определять **среднюю скорость** движения за промежуток времени или скорость, усредненную по времени. Например, если на интервале времени t_1 скорость автомобиля была v_1 , а на интервале t_2 она равнялась v_2 , то средняя скорость может быть вычислена по формуле:

$$v_{\text{cp}} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}. \quad (1.1)$$

ЗАДАЧА 1.1. Автомобиль проезжает часть пути длиной 10 км со скоростью 20 км/ч, а затем еще 10 км со скоростью 60 км/ч. Будет ли средняя скорость равняться среднему арифметическому скоростей движения, то есть 40 км/ч?

Решение

Найдем время движения автомобиля на каждом из участков:

$$t_1 = \frac{x_1}{v_1} = \frac{10 \text{ км}}{20 \text{ км/ч}} = \frac{1}{2} \text{ ч};$$

$$t_2 = \frac{x_2}{v_2} = \frac{10 \text{ км}}{60 \text{ км/ч}} = \frac{1}{6} \text{ ч}.$$

Подставим найденные значения в формулу средней скорости (1.1):

$$v_{\text{cp}} = \frac{20 \text{ км/ч} \cdot 1/2 \text{ ч} + 60 \text{ км/ч} \cdot 1/6 \text{ ч}}{1/2 \text{ ч} + 1/6 \text{ ч}} = 30 \text{ км/ч}.$$

Спидометр автомобиля измеряет скорость движения в каждый момент времени в конкретной точке траектории, и эта скорость называется мгновенной. Мгновенная скорость получается при стремлении Δt к нулю:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

где $\frac{d\vec{r}}{dt}$ — первая производная радиус-вектора материальной точки по времени t .

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории в данной точке в сторону движения. На рис. 1.6 изображены вектор скорости \vec{v}_1 в точке 1 и вектор скорости \vec{v}_2 в точке 2. Вектор средней скорости \vec{v}_{cp} направлен так же, как вектор перемещения $\Delta \vec{r}$, — вдоль прямой, соединяющей точки 1 и 2.

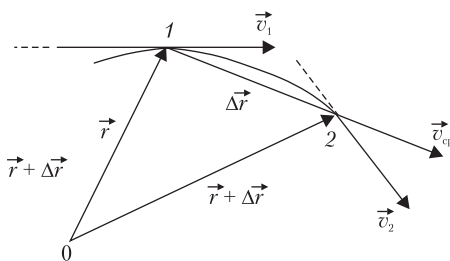


Рис. 1.6. Перемещение $\Delta \vec{r}$, мгновенные скорости \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , средняя скорость \vec{v}_{cp}

Вектор скорости можно разложить на составляющие по осям декартовой системы координат:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k},$$

причем составляющие скорости по направлениям определяются как первые производные соответствующих координат по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Модуль полной скорости можно определить с помощью теоремы Пифагора:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Рассматривая движение тела на плоскости, важно уметь складывать и вычитать скорости, которые не всегда направлены в одну сторону. Для упрощения этих действий пользуются математическим понятием **вектора**. Вектор характеризуется длиной и направлением, к векторам применимы правила сложения и вычитания, умножения на постоянное число, скалярного и векторного умножения. В физике к векторным величинам, кроме скорости, относятся перемещение, ускорение, сила, импульс, момент импульса, момент силы, плотность тока, характеристики электрического и магнитного поля.

При оценке автомобиля в числе прочих характеристик рассматривают наибольшую развиваемую им скорость. Именно быстроходность отличает автомобиль от других средств безрельсового сухопутного транспорта. Наибольшая скорость наряду с другими тяговыми показателями является основой динамического расчета всякого нового автомобиля и определяет его среднюю скорость, подбор передаточных чисел в системе силовой передачи, режимы работы двигателя, мощность проектируемого двигателя, экономическую характеристику автомобиля, конструкцию тормозов, рулевого управления и т. д. Поэтому очень важно установить, к каким наибольшим скоростям должны стремиться конструкторы при проектировании автомобилей, на какие скорости нужно рассчитывать прокладываемые дороги. Увеличение наибольшей скорости автомобиля связано с усовершенствованием как транспортных средств, так и дорожных покрытий и с приспособлением человеческого организма к движению со все большими скоростями. Ход развития автомобильной техники подтверждает это. За сравнительно короткий исторический отрезок времени наибольшая скорость легкового автомобиля возросла с 30–40 до 90–180 км/ч. Задача увеличения скорости автомобиля непосредственно связана с улучшением обтекаемости и снижением сопротивления воздуха, уменьшением веса автомобиля и повышением эффективности силовой передачи. Эволюция достижений скорости движения для различных видов транспортных средств с 1900 до 2020 г. показана на рис. 1.7.

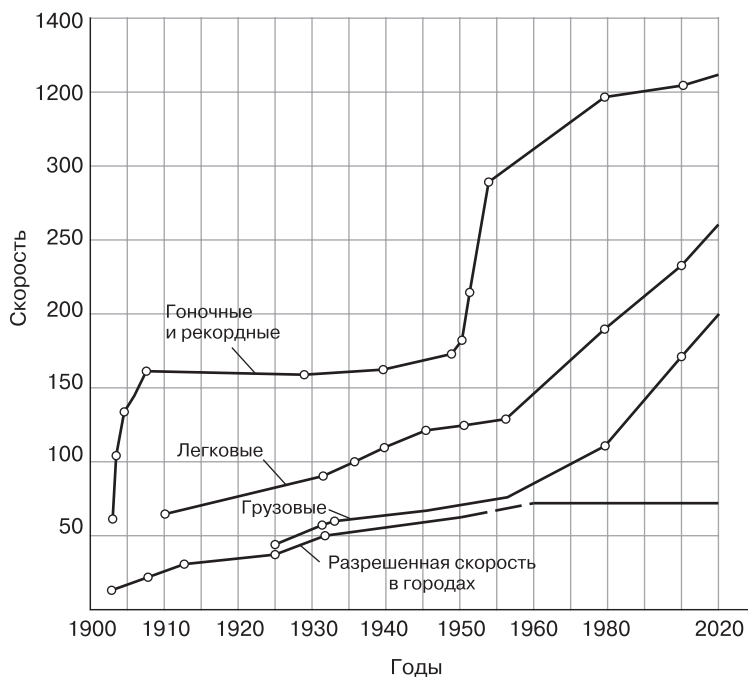


Рис. 1.7. Изменение скорости движения транспортных средств с 1900 до 2020 г.

С конца XIX в. наряду с серийными автомобилями конструкторы работают над созданием гоночных моделей и ставят перед собой цель увеличения максимальной скорости. Первый официально зарегистрированный рекорд установил французский граф Г. де Шасслу-Лоба в 1898 г. на автомобиле с электрическим двигателем — 63 км/ч. Двухсоткилометровый рубеж скорости (228 км/ч) был преодолен в 1911 г. на автомобиле фирмы «Бенц» с двигателем мощностью 200 л. с. С середины 1960-х гг. в гонках стали участвовать автомобили с авиационными и ракетными двигателями, на которых была зафиксирована скорость 1014 км/ч. На сегодняшний день перед многими гощиками стоит пока недостижимая цель — 1600 км/ч.

Для установления таких фантастических скоростей необходимо идеальное дорожное полотно, которым чаще всего служат высохшие соляные озера с твердой, сухой и очень ровной поверхностью (рис. 1.8).



Рис. 1.8. Соревнования гоночных автомобилей по поверхности высохшего соляного озера. Источник: <https://www.vokrugsveta.ru/>

1.1.2. Движение по инерции

«Инерция» (Inertia) в переводе с латыни означает «неподвижность», «бездеятельность». Движение по инерции — это прямолинейное движение с постоянной скоростью, когда на тело не действуют другие тела или их действие скомпенсировано. Об этом говорит первый закон Ньютона. Физическая величина, характеризующая инертность тела, называется массой тела. Масса

тела — это мера инертности. Масса водителя во много раз меньше массы автомобиля, поэтому водитель, как менее инертное тело, дольше сохраняет свою скорость, когда происходит резкое торможение (рис. 1.9). Ремни безопасности и подушки безопасности в автомобиле предназначены для уменьшения смертельно опасных последствий инерции в момент аварии автомобиля. По данным статистики, применение ремней безопасности уменьшает количество погибших и пострадавших в ДТП на 55–75 %.

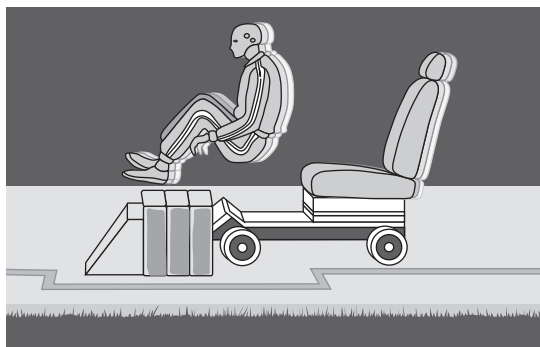


Рис. 1.9. Движение манекена при краш-тесте

Автомобиль обладает большой массой, передвигающейся с большой скоростью. С массой и скоростью движения связана энергия движения — кинетическая энергия, которая достигает очень больших значений. Чтобы остановить автомобиль, надо всю эту энергию превратить в работу силы трения между дорогой и колесами. Для того чтобы повернуть автомобиль, надо изменить направление движущей силы, приложив к колесам также определенную силу. Эту работу выполняет водитель с помощью механизмов управления, к которым относят рулевое управление и тормоза.

1.1.3. Как измеряется скорость транспортного средства

Измерительным прибором для определения модуля мгновенной скорости движения транспортного средства является спидометр. В автомобиле он занимает центральное место на передней панели, наш взгляд периодически фиксирует его показания. Одна из первых моделей спидометра была сделана Николой Теслой и запатентована в США в 1916 г. Со спидометром связан одометр — прибор для измерения пройденного пути. Компоненты модели спидометра, распространенной во второй половине XX в., изображены на рис. 1.10. В международной системе единиц (СИ) механическая скорость измеряется в метрах в секунду (м/с). Спидометр и другие измерительные приборы измеряют скорость в километрах в час (км/ч). Для того чтобы перейти от километров в час к метрам в секунду, надо значение скорости умножить на 1000 м и разделить на 3600 с, например: $36 \text{ км/ч} \cdot 1000 \text{ м} = 36\,000 \text{ м}/3600 \text{ с} = 10 \text{ м/с}$.

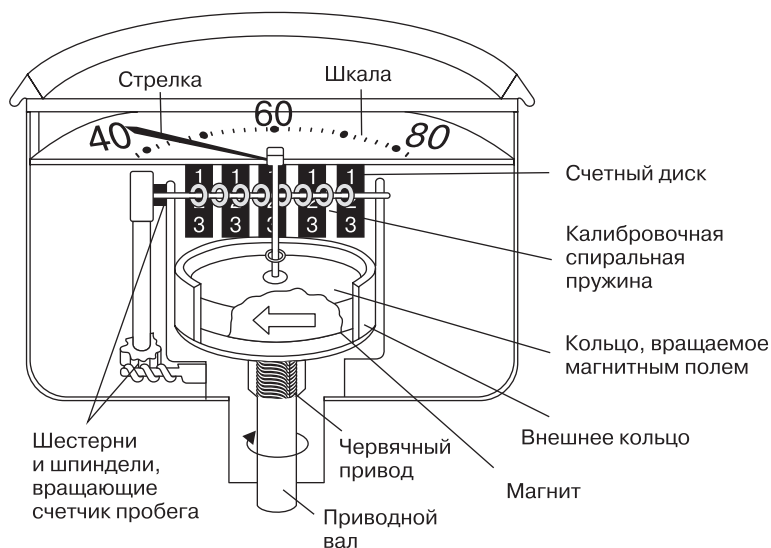


Рис. 1.10. Конструкция спидометра

Основой работы систем контроля дорожного движения и управления им являются устройства измерения скорости транспортного средства. В настоящее время наиболее популярны доплеровские радиолокационные измерители скорости. В основе их работы лежат физические принципы и законы, связанные с распространением электромагнитных волн, которые мы рассмотрим в главе 5.

Контрольные вопросы и задачи

1. Что такое система отсчета в кинематике?
2. Запишите общий вид кинематических уравнений движения в скалярной и векторной форме.
3. Перечислите отличия перемещения от пройденного пути.
4. Зависит ли вид траектории движущейся материальной точки от системы отсчета, в которой рассматривается ее движение?
5. Приведите примеры, когда модуль перемещения равен пройденному пути.
6. Почему в физике не принято определять скорость как путь, пройденный за определенное время?
7. Как определяются величина и направление средней скорости?
8. Какими приборами в автомобиле измеряются скорость и пройденный путь?
9. Как определяются величина и направление мгновенной скорости?

10. Материальная точка движется в плоскости по закону $\vec{r} = At\vec{i} + Bt^2\vec{j}$, $A = 3 \text{ м/с}$, $B = 1 \text{ м/с}^2$, \vec{i} и \vec{j} — единичные базисные векторы декартовой системы координат. Нарисуйте траекторию движения и определите модуль скорости точки в момент времени $t = 2 \text{ с}$.
11. Что такое движение по инерции?

1.2. УСКОРЕНИЕ

1.2.1. Что такое ускорение

Что такое ускорение, интуитивно понятно каждому. Автомобиль ускоряется нажатием педали газа: чем сильнее нажимать на педаль, тем больше ускорение. При ускорении возрастает скорость и пассажиров прижимает к спинкам кресел. Нажатие на педаль тормоза приводит к аналогичному эффекту, только со знаком минус: появляется отрицательное ускорение, или замедление. Прибор для измерения замедления автомобиля или другого транспортного средства называется **деселерометром**.

В движении автомобиля обязательно присутствуют участки разгона с увеличивающейся скоростью, равномерного движения, торможения с уменьшающейся скоростью и остановки. Характеристикой изменения скорости является ускорение. Если скорость в каждый последующий момент времени увеличивается, то движение называют ускоренным, если уменьшается, то замедленным. Рассмотрим кинематические формулы, связывающие между собой такие характеристики движения, как пройденный путь, скорость, ускорение и время движения.

Приращение $\Delta\vec{v}$ мгновенной скорости за промежутки времени Δt позволяет найти **среднее ускорение**:

$$\vec{a}_{\text{cp}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (1.2)$$

Мгновенное ускорение можно получить из среднего ускорения, если промежуток времени сделать бесконечно малым, $\Delta t \rightarrow 0$.

Мгновенное ускорение, или ускорение в данный момент времени, — это предельное значение среднего ускорения, которое является первой производной скорости по времени:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

В разложении по фиксированным осям ускорение запишется в виде:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \left(\frac{dv_x}{dt}\right)\vec{i} + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)\vec{j} + \left(\frac{dv_z}{dt}\right)\vec{k} = \\ &= \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)\vec{i} + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)\vec{j} + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)\vec{k}. \end{aligned}$$