

Содержание

Предисловие	6
Раздел I. Учебно-тренировочные задачи	8
Задание № 1. Планиметрия	8
Площадь и периметр	8
Вычисление углов и метрические соотношения	17
Трапеция и параллелограмм	22
Подобие фигур	24
Вписанная и описанная окружности	26
Задание № 2. Стереометрия	34
Нахождение элементов пирамиды и призмы	34
Площадь поверхности и объём	39
Задание № 3. Теория вероятности	53
Задание № 4. Теория вероятности	65
Задание № 5. Уравнения	81
Рациональные уравнения	81
Иррациональные уравнения	83
Показательные уравнения	85
Логарифмические уравнения	89
Тригонометрические уравнения	92
Задание № 6. Преобразования выражений	94
Рациональные выражения	94
Арифметический корень	97
Выражения, содержащие степень	100

Тригонометрические выражения	103
Логарифмические выражения	106
Задание №7. Производная и её применение к исследованию функций	111
Задание №8. Задачи с физической формулировкой	128
Задание №9. Текстовые задачи	137
Задачи на движение	137
Нахождение средней скорости	141
Задачи на работу	142
Задачи на смеси	144
Задачи на «сложные» проценты	145
Задачи на проценты	147
Задачи на арифметическую прогрессию	149
Задание №10. Графики функций	150
Задание №11. Исследование функций с помощью производной	166
Раздел II. Проверочные варианты	171
Вариант №1	171
Вариант №2	172
Вариант №3	174
Вариант №4	176
Вариант №5	178
Вариант №6	180
Вариант №7	181
Вариант №8	183
Вариант №9	185
Вариант №10	187

Раздел III. Решения учебно-тренировочных задач	189
Решения заданий №1	189
Решения заданий №2	197
Решения заданий №3	201
Решения заданий №4	212
Решения заданий №5	244
Решения заданий №6	249
Решения заданий №7	253
Решения заданий №8	265
Решения заданий №9	272
Решения заданий №10	283
Решения заданий №11	297
Ответы	301
Карта индивидуальных достижений обучающегося	309
Литература	310

Предисловие

Перед Вами одна из трёх книг, входящих в учебно-методический комплект «Математика. ЕГЭ 2023. Профильный уровень». Этот учебно-методический комплект поможет выпускнику добиться необходимого ему результата на ЕГЭ по математике.

Данная книга полностью посвящена первой части работы — заданиям с кратким ответом. Как показывает практика, очень многие сильные ученики допускают на экзамене несколько досадных ошибок при решении заданий с кратким ответом. Если выпускник ставит перед собой цель набрать не менее 80 сертификационных баллов, то ошибаться в первой части работы неприемлемо, поскольку «отыгрывать» потерянные баллы на заданиях с развёрнутым ответом гораздо сложнее. Поэтому рекомендуем всем выпускникам в процессе подготовки серьёзно отнестись к заданиям первой части и прорешать большую часть заданий этого пособия.

О структуре пособия

Данное пособие состоит из трёх разделов. В Разделе I приведены все типы задач с кратким ответом из банка заданий ЕГЭ, а также некоторые другие задачи. Этот раздел разбит на 11 подпунктов, в соответствии с числом заданий первой части экзаменационной работы. Отметим, что внутри каждого подпункта все задания сгруппированы по типам, при этом номер первой из задач какого-либо типа выделен квадратиком. Некоторые из типов заданий отмечены также символом *, означающим, что этот тип задач относится к задачам повышенной сложности.

Раздел II содержит 10 проверочных вариантов, составленных в соответствии со структурой первой части экзаменационной работы. Решение этих вариантов позволит выпускнику закрепить навыки, полученные при решении задач Раздела I, а также дополнительно попрактиковаться в решении заданий первой части на полноценном варианте из 11 задач.

В Разделе III даны решения наиболее сложных задач Раздела I. При этом особое внимание уделено новому типу заданий, который впервые появился в Демоверсии Профильного ЕГЭ в 2022 году, — задачам на вычисление условной вероятности. В подпункте, посвящённом решению этого задания, даны необходимые теоретические сведения и подробно разобрана каждая вторая задача на вычисление условной вероятности.

Отметим, что кроме указанного выше нового типа заданий Профильного ЕГЭ, значительное внимание уделено также решениям задач на вычисление «обычной» вероятности, задач на производную и её применение к исследованию функций, заданий «с физической формулировкой», текстовых задач, а также задач на нахождение экстремумов функций. Соответствующие подпункты Раздела III фактически содержат полную теорию решения перечисленных выше заданий.

Необходимым дополнением этой книги являются пособия «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2023. Профильный уровень. Книга 2», содержащее 46 тестов по новой Демоверсии ЕГЭ, и «Решебник» к указанному пособию.

Регулярное решение задач данной книги, начиная с 10 класса, поможет учащимся освоить школьный курс математики на более глубоком уровне, что, в свою очередь, будет способствовать успешной сдаче ЕГЭ по математике.

Желаем Вам успехов!

Раздел I. Учебно-тренировочные задачи

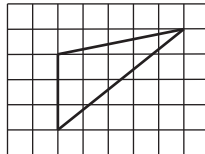
Холодные числа, внешне сухие формулы математики полны внутренней красоты и жара сконцентрированной в них мысли.

А. Д. Александров

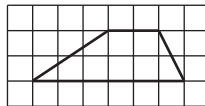
Задание №1. Планиметрия

Площадь и периметр

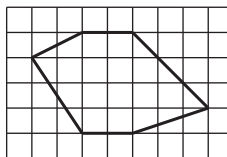
1 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



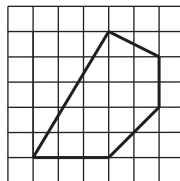
2. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



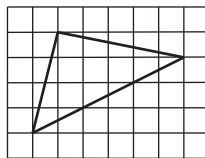
3 Найдите площадь шестиугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



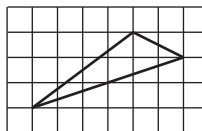
4. Найдите площадь пятиугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



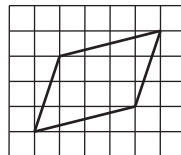
5 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



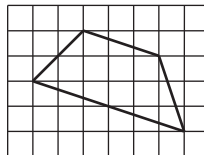
6. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



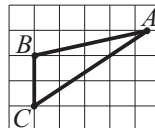
7. Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



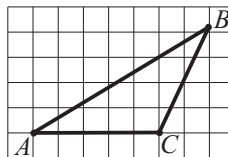
8. Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



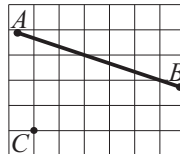
9. Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



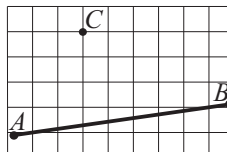
10. Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



11*. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ отмечены прямая AB и точка C . Найдите расстояние от точки C до прямой AB . Ответ округлите до десятых.



12. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ отмечены прямая AB и точка C . Найдите расстояние от точки C до прямой AB . Ответ округлите до десятых.



Раздел II. Проверочные варианты

Вариант № 1

1 Сумма двух углов параллелограмма равна 112° . Найдите градусную меру большего из углов параллелограмма.

2 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы со стороной основания 25 см, налили воду. Высота уровня воды равна 100 см. Воду перелили в другой сосуд такой же формы, в результате чего высота уровня воды понизилась на 75 см. Найдите длину стороны основания второго сосуда. Ответ выразите в сантиметрах.

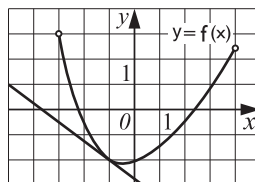
3 Гирлянда состоит из 380 красных, 210 зелёных, 190 жёлтых и 220 синих лампочек. Одна из лампочек перегорела. Какова вероятность, что перегоревшая лампочка красного цвета?

4 В городе 45% взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 15,7% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди мужчин составляет 8%. Проводя в этом городе социологическое исследование, для опроса случайным образом выбрали взрослую женщину. Какова вероятность того, что выбранная женщина является пенсионеркой?

5 Решите уравнение $4^{5x+6} = 64$.

6 Найдите значение выражения $\sqrt{2} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

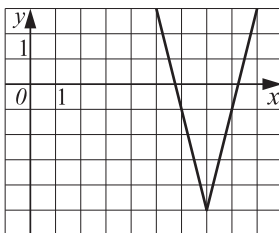
7 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 4)$. На рисунке изображён её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = -1$. Вычислите значение производной $f'(x)$ в точке $x_0 = -1$.



8 По закону Ома для полной цепи, сила тока I , измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника в Вольтах, r — его внутреннее сопротивление (в омах), R — сопротивление цепи (в омах). Определите, при каком наименьшем сопротивлении цепи R (в омах) сила тока I будет составлять не более 60% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$, если внутреннее сопротивление источника $r = 0,6$ Ом.

9 Первые полчаса автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, следующий час — со скоростью 75 км/ч, а затем 2,5 часа — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

10 На рисунке изображён график функции $f(x) = a|x + b| + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-47)$.



11 Найдите точку минимума функции $y = (3x^2 - 36x + 63) \cdot e^{x-3}$.

Вариант №2

1 Точки A, B, C , расположенные на окружности, делят её на три дуги, градусные величины которых относятся как 2 : 3 : 4. Найдите градусную меру меньшего из углов треугольника ABC .

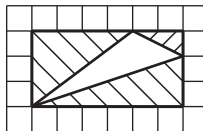
2 Цилиндр и конус имеют общее основание, вершина конуса ле-

Раздел III. Решения учебно-тренировочных задач

Решения заданий №1

Номера задач, к которым приведены решения: 6, 9, 11, 40, 45, 47, 48, 59, 65, 70, 155, 186, 189, 194, 202, 211, 214.

6. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

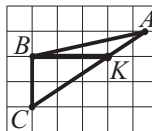


Решение.

Заметим, что вершины данного треугольника лежат на сторонах прямоугольника, с длинами сторон 3 и 6 (см. приведённый выше рисунок). Следовательно, искомая площадь S равна разности площадей этого прямоугольника и площадей тех прямоугольных треугольников, которые на рисунке заштрихованы. Таким образом, $S = 3 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot (3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 2) = 5\text{ см}^2$.

Ответ: 5

9. Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение.

Линия BK разбивает треугольник ABC на треугольники BCK и ABK , см. рисунок. Площадь прямоугольного треугольника BCK равна $S_{BCK} = \frac{1}{2} BC \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$. В треугольнике ABK высота h , проведённая из вершины A к стороне BK , равна 1 (т.к. A лежит на линии сетки). Таким образом, площадь треугольника ABK равна $S_{ABK} = \frac{1}{2} BK \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1,5$, а искомая площадь треугольника ABC равна $S_{ABC} = S_{BCK} + S_{ABK} = 3 + 1,5 = 4,5$.

Ответ: 4,5

11. На бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ отмечены прямая AB и точка C . Найдите расстояние от точки C до прямой AB . Ответ округлите до десятых.

