ПРЕДИСЛОВИЕ

Эффективное усвоение студентами понятий, представлений и методов оптической теории невозможно без приобретения умений и навыков по их применению при решении различных теоретических и практических задач. К тому же именно решение задач различного уровня сложности позволяет в значительной мере прояснить те вопросы, которые оказываются плохо понятыми в рамках освоения теоретического курса.

Специфической особенностью преподавания курса оптики в учреждениях высшего образования является существенная ограниченность, если не сказать примитивность, тех понятий и представлений, которые закладываются в средней школе. В учреждениях высшего образования программа курса оптики весьма обширна, и студентам приходится сталкиваться с большим объемом понятий и представлений, которые являются совершенно новыми для них. Более того, при переходе к новым разделам курса оптики набор понятий и представлений может в значительной степени меняться. Формирование и закрепление умений и навыков оперирования этими новыми объектами требует достаточно интенсивной конкретной работы, которая более эффективна, если связана с решением конкретных теоретических и практических задач.

Вместе с тем объем практических занятий всегда ограничен учебным планом, поэтому время на решение определенного круга задач по различным и весьма разнообразным темам курса оптики оказывается также весьма ограниченным. Вследствие этого преподаватель, ведущий практические занятия, для того чтобы разобрать определенное количество задач в аудитории и подготовить студентов к выполнению домашнего задания, в большинстве случаев вынужден рассматривать каждую задачу в достаточно высоком темпе и подсказывать учебной группе путь ее решения. При этом большинство студентов просто переписывают решение, не успевая разобраться в его сути.

Наконец, огромной проблемой является то, что базовая подготовка студентов к учебной деятельности за последние 10–15 лет значительно снизилась. В каждой учебной группе лишь небольшое количество студентов готовы к интенсивной работе и способны эффективно усвоить не только ход решения рассмотренных задач, но и методику общих подходов и приемов. К тому же хромает и математическая подготовка студентов, что делает подробный разбор решения задач принципиально необходимым. Для большей части даже механическое усвоение хода решения представляет определенные трудности. Поэтому существенное значение приобретает самостоятельная работа студентов, в том числе и по выполнению домашних заданий. А для обеспечения подобной работы необходимы пособия, в которых были бы подробно расписаны те самые методы решения конкретных задач, которые рассматриваются на практических занятиях.

К сожалению, выбор таких пособий крайне ограничен. Например, широко известна прекрасная серия пособий И.Е. Иродова по основным разделам курса общей физики. Вопросам оптики посвящена большая часть книги «Волновые процессы. Основные законы» [7]. Однако специфика всей серии заключается в том, что основное содержание связано с кратким изложением теоретических положений, а решение задач играет как бы второстепенную, иллюстративную роль. Задачи здесь подобраны весьма простые (достаточно сравнить с содержанием соответствующего раздела «Оптика» книги того же автора «Задачи по общей физике» [8]) и практически отсутствует анализ полученных решений. Более того, часть вопросов программы, которые должны рассматриваться на практических занятиях, в книге [7] вообще опущены.

Безусловно, можно найти пособия такого плана, которые издавались за пределами республики. Например, очень хорошая книга [4] подготовлена на физическом факультете Московского государственного университета, однако она рассчитана на достаточно подготовленных студентов, поэтому и вопросы теории в ней излагаются конспективно, и сами решения конкретных задач изложены в весьма сжатом виде (по принципу: вот решение – в нем и разбирайся). Книги подобного плана могут быть рекомендованы лишь незначительному числу студентов.

Все упомянутые учебные пособия (а можно назвать еще целый ряд) изданы в России, и их доступность в Республике Беларусь ограничена в основном фондами библиотек. А собственного качественного учебного пособия по решению задач из курса классической оптики, который был бы пригоден для широкого круга студентов различных специальностей, в настоящее время нет вообще.

Предлагаемое учебное пособие подготовлено с учетом опыта проведения практических занятий по оптике на физическом факультете Белорусского государственного университета, и все базовые разделы пособия построены в соответствии с программой университетского курса общей физики. Каждая глава книги включает теоретическую часть, примеры решения конкретных задач и задачи для самостоятельного решения. Количество задач для самостоятельного решения весьма ограничено, так как они предназначены лишь для элементарного закрепления материала, поскольку само учебное пособие не является заменой имеющимся сборникам задач.

Теоретическая часть каждой главы включает изложение только тех понятий, законов и формул, которые необходимы для решения конкретных задач по данной теме. Однако отдельные вопросы, которые часто вызывают особые затруднения у студентов, рассматриваются достаточно подробно. В то же время теоретическая часть не является кратким конспектом соответствующей главы курса оптики, а ориентирована на те задачи, которые разбираются в дальнейшем. Предполагается, что читателю необходимо в достаточно полном объеме освоить необходимый теоретический материал (на лекциях или самостоятельно). С этой целью в конце пособия приводится перечень рекомендуемой литературы, включающий как учебные пособия разного уровня [1, 3, 9–14, 16], специальную литературу для более глубокого усвоения отдельных вопросов [2, 5, 17], так и другие методические пособия по решению задач [4, 6, 7]. В списке приведено только два сборника задач [8, 15], но в них содержатся задачи разного уровня сложности по всем разделам классического курса оптики.

При отборе разбираемых в пособии задач авторы, с одной стороны, были ограничены объемом пособия, а с другой – постарались максимально охватить все основные вопросы программы, специфические методы решения, характерные для задач именно оптического профиля, демонстрирующие отличительные черты и свойства оптических процессов, а также различный уровень сложности решения. Более того, для разбора в большинстве случаев использованы классические задачи, которые широко известны преподавателям и в различных вариациях представлены в разнообразных сборниках задач по данному курсу.

Принимая во внимание слабую физико-математическую подготовку большинства студентов (это реальный факт современного состояния подготовки выпускников средних школ) решения задач приводятся максимально (насколько возможно) подробно с пояснением основных этапов и математических выкладок. В то же время разобран ряд достаточно сложных задач с последующим анализом полученных решений, что соответствует требованиям образовательного стандарта Республики

Беларусь. Вместе с тем анализ полученных решений, особенно при вариации исходных условий, отражает внутреннюю динамику физических процессов и предостерегает от поспешных «очевидных» выводов, что пробуждает интерес к более глубокому изучению оптики.

Данное пособие ориентировано прежде всего на студентов физических специальностей университетов, однако оно может быть полезно студентам других специальностей, преподавателям учреждений высшего образования и средних специальных учебных заведений, а также учителям специализированных классов средних общеобразовательных школ.

1 СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Оптика – раздел классической физики, изучающий распространение оптических (световых) волн в средах различной природы и взаимодействие этих волн с различными объектами.

Световые волны имеют электромагнитную природу и перекрывают очень широкий диапазон длин волн (100 нм < λ < 0,1 мм), хотя волны только узкого диапазона (400 нм < λ < 750 нм в вакууме) непосредственно воспринимаются зрительной системой человека [11, 12].

Согласно электромагнитной теории электрическая $\vec{E}$ и магнитная $\vec{H}$ компоненты волны в однородном изотропном пространстве должны подчиняться соответственно волновому уравнению

$$\Delta\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial^2 t},\ \Delta\vec{H} = \varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial^2 t}, \qquad (1.1)$$

где Δ – оператор Лапласа; $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; ε, μ – соответственно относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; $\mu_0 = 1{,}257\cdot 10^{-6}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Частным решением волновых уравнений (1.1) являются функции:

$$\begin{aligned} E &= E_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{V}\right) = E_0\sin(\omega t - kx), \\ H &= H_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{V}\right) = H_0\sin(\omega t - kx), \end{aligned} \qquad (1.2)$$

которые описывают так называемую ***плоскую волну***. В этом случае напряженности электрического и магнитного полей изменяются по одному и тому же гармоническому закону, E_0 и H_0 называются ***амплиту-***

дами, выражение, стоящее со знаком синуса, – ***фазой***, поверхность одинаковой фазы является ***плоскостью***.

В формулах (1.2) $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ – циклическая частота (ν – частота; T – период); V – фазовая скорость волны, определяемая соотношением

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu}}. \tag{1.3}$$

В вакууме относительные диэлектрическая (ε) и магнитная (μ) проницаемости равны единице. Следовательно, скорость света в вакууме $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$. Эта величина является фундаментальной физической постоянной, по определению т о ч н о равной $c = 299\,792\,458$ м/с, и используется для введения основной единицы длины в СИ – метр. При решении задач используется значение скорости света в вакууме $c = 3\cdot10^8$ м/с.

Фаза волны может быть записана также с использованием волнового числа k, являющегося модулем волнового вектора $\vec{k}$ и в случае плоской волны определяющего направление ее распространения (рис. 1.1):

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \tag{1.4}$$

где λ – длина волны, расстояние, на которое распространяется волна за время t, равное периоду T:

$$\lambda = VT. \tag{1.5}$$

Волновой поверхностью называется непрерывная поверхность, геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, а ***волновым фронтом*** – волновая поверхность, отделяющая область, в которой распространяется волновой процесс, от невозмущенной области. Для плоской волны, описываемой выражениями (1.2), волновой фронт представляет собой плоскость, ортогональную вектору $\vec{k}$ (плоскость, параллельная плоскости yOz на рис. 1.1).

Плоская электромагнитная волна – физическая модель, результат частного математического решения волнового уравнения. Она не является физически реализуемым объектом вследствие бесконечности в пространстве и во времени. Однако любая электромагнитная волна может быть представлена в виде суперпозиции плоских волн, поэтому плоская волна – модельный объект волновой оптики.

Основные свойства плоской бегущей волны:

1) волна поперечная, т.е. векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{k}$ всегда составляют правую тройку векторов;

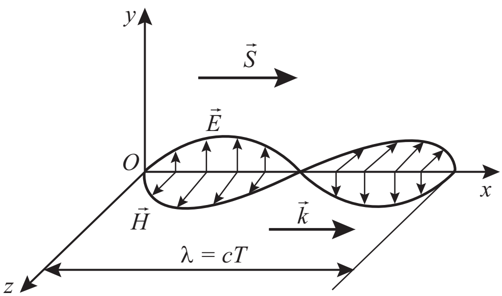

Рис. 1.1

2) в любой момент времени фазы электрической и магнитной компонент волны одинаковы (колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ синфазны);

3) для амплитудных значений векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ выполняется соотношение

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E_0 = \sqrt{\mu_0\mu}H_0. \tag{1.6}$$

Частота (период) волны определяется ее источником и не изменяется при ее распространении в различных средах, однако согласно выражению (1.3) скорость распространения волны может изменяться. Величина, равная отношению фазовой скорости волны в вакууме к скорости волны в данной среде, называется ***абсолютным показателем преломления*** и обозначается n:

$$n = \frac{c}{V}. \tag{1.7}$$

Оптической длиной пути между точками A и B среды называется расстояние, на которое свет (оптическое излучение) распространился бы в вакууме за то же время, за которое он проходит от A до B в среде. Поскольку скорость света в любой среде меньше его скорости в вакууме, то оптическая длина пути всегда больше реально проходимого расстояния (в предельном случае в вакууме равна ему).

В однородной среде с показателем преломления n оптическая длина пути L определяется как произведение геометрической длины пути l на абсолютный показатель преломления среды n:

$$L = ln. \tag{1.8}$$

Оптической разностью хода двух волн называется разность оптических путей этих волн между двумя фиксированными точками.

На границе раздела двух однородных изотропных сред скорость электромагнитной волны изменяется скачком, а отношением скоростей определяется относительный показатель преломления второй среды относительно первой:

$$n_{12} = \frac{V_1}{V_2}. \tag{1.9}$$

Монохроматической называется плоская волна строго определенной частоты. Такая волна не существует в реальности, но используется как удобная модель при рассмотрении различных оптических явлений.

Каждый реальный источник света дает излучение, которое всегда можно представить в виде определенного набора монохроматических волн. ***Спектром излучения*** называется распределение относительного вклада спектральных компонент (монохроматических волн). На практике излучение можно считать монохроматическим (или квазимонохроматическим), если оно содержит спектральные компоненты в очень узком интервале длин волн или частот.

Перенос энергии электромагнитной волной определяется вектором Умова – Пойнтинга

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}], \tag{1.10}$$

модуль которого имеет смысл плотности потока энергии, переносимой волной, т.е. равен количеству энергии, переносимой через единичную площадку ds_n (нормальную к вектору $\vec{S}$) за единицу времени:

$$|\vec{S}| = \frac{dW}{ds_n dt}. \tag{1.11}$$

Следовательно направление вектора Умова – Пойнтинга показывает направление распространения энергии световой волны (в геометрической оптике это направление светового луча). Так как векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ изменяются с течением времени, то величина $|\vec{S}|$ является быстро осциллирующей (быстро изменяющейся с течением времени) функцией. В связи с этим используется понятие интенсивности излучения как среднего за период значения плотности потока энергии:

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T S(t)dt = \langle S \rangle. \tag{1.12}$$

На практике (при регистрации какими-либо устройствами) интенсивность излучения определяется как среднее значение плотности потока энергии за время t, значительно большее периода, т.е. $t \gg T$. При этом если $t \neq mT$, но $m \gg 1$ (что обычно и имеет место на практике), то отличие от значения, определяемого соотношением (1.12), весьма мало (порядка m^{-1}).

В процессах взаимодействия световой волны и вещества основополагающую роль играет ее электрическая составляющая, поэтому вектор напряженности $\vec{E}$ называют ***световым вектором***. Согласно третьему свойству электромагнитных волн для амплитудных значений векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ выполняется соотношение (1.6), поэтому можно показать, что интенсивность световой волны пропорциональна квадрату амплитудного значения электрического вектора: $I \sim E_0^2$. В случае распространения света в однородной немагнитной изотропной среде с показателем преломления n интенсивность может быть рассчитана по формуле

$$I = \frac{\varepsilon_0 c n E_0^2}{2}, \tag{1.13}$$

где использованы соотношения $n = \sqrt{\varepsilon}$ и $\mu = 1$.

Простейшей моделью элементарного излучателя электромагнитной волны является электрический диполь, дипольный момент которого гармонически изменяется во времени:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 \sin \omega t.$$

Такой электрический диполь называется ***гармоническим осциллятором***. Для точек, удаленных от диполя на расстояния, много большие излучаемой длины волны ($r \gg \lambda$), в так называемой волновой зоне зависимость модуля напряженности электрического поля $E(r,t)$ в вакууме (рис. 1.2) определяется следующим выражением:

$$E(r,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r} \frac{\partial^2 p(0,(t - r/c))}{\partial t^2} \sin\theta, \tag{1.14}$$

где аргумент $(t - r/c)$ отражает запаздывание волны, обусловленное конечной скоростью ее распространения; θ – угол между направлениями радиуса-вектора $\vec{r}$ и дипольным моментом $\vec{p}$.

Необходимо подчеркнуть, что вектор $\vec{E}$ лежит в одной плоскости с векторами $\vec{p}$ и $\vec{r}$ и ортогонален радиусу-вектору.

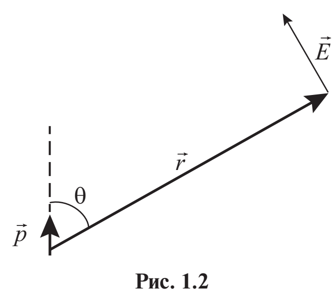

Рис. 1.2

Важным модельным объектом в оптике является так называемый ***точечный источник света***. В однородном изотропном пространстве такой источник должен испускать ***сферическую волну***, т.е. волну, амплитуда которой зависит только от расстояния до источника. Такая волна может также испускаться совокупностью хаотически ориентированных гармонических осцилляторов, сосредоточенной в очень малом объеме.

При движении источника и приемника электромагнитных волн относительно друг друга наблюдается изменение частоты, регистрируемой приемником. Это явление называется ***эффектом Доплера*** (в честь ученого, теоретически обосновавшего зависимость регистрируемой приемником частоты от скорости и направления движения источника волн и приемника относительно друг друга). Формула для расчета регистрируемой приемником частоты при эффекте Доплера для электромагнитных волн установлена на основе специальной теории относительности (СТО):

$$\nu = \frac{\nu_0 \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + (V/c)\cos\alpha}, \tag{1.15}$$

где ν, ν_0 – соответственно регистрируемая частота и частота источника волн; V – модуль относительной скорости приемника и источника; c – скорость света; α – угол между направлением на источник волн и вектором относительной скорости в системе отсчета приемника.

При небольшой относительной скорости $V \ll c$ релятивистская формула совпадает с классической формулой эффекта Доплера для механических волн:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + (V/c)\cos\alpha}. \tag{1.16}$$

Эффект Доплера называется *продольным* при движении источника и приемника вдоль одной прямой. При направлении относительной скорости навстречу приемнику $\alpha = \pi$ и $\cos\alpha = -1$, а при направлении относительной скорости от приемника $\alpha = 0$ и $\cos\alpha = 1$.

Эффект Доплера называется *поперечным* при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ или $\alpha = \frac{3\pi}{2}$, т.е. в тех случаях, когда источник движется перпендикулярно к линии наблюдения (например, приемник расположен в центре окружности, по которой движется источник). В этом случае регистрируемая частота определяется по формуле

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - V^2/c^2} < \nu_0. \tag{1.17}$$

Поперечный эффект Доплера определяется отношением V^2/c^2, а продольный – отношением V/c, т.е. поперечный эффект изменения регистрируемой частоты по сравнению с частотой источника слабее продольного. В общем случае вектор относительной скорости можно разложить на составляющие вдоль направления наблюдения и перпендикулярно к этому направлению. Соответственно одна из составляющих скорости будет обеспечивать продольный эффект Доплера, а другая – поперечный.

В предлагаемых далее задачах (если это не оговорено специально) подразумевается, что распространение световых волн рассматривается в немагнитных средах, для которых относительная магнитная проницаемость $\mu = 1$, а при распространении в воздухе $\varepsilon = 1$.

Примеры решения задач

Задача 1.1. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна, электрический вектор которой задан соотношением

$$\vec{E} = \vec{e}_y E_0 \cos(\omega t - kx),$$

где $\vec{e}_y$ – орт оси Oy (см. рис. 1.1); $E_0 = 0{,}14$ В/м; $k = 1{,}0 \cdot 10^7$ м$^{-1}$.

а) Найти длину волны.

б) Записать выражение для вектора $\vec{H}$.

в) Определить интенсивность волны.

Решение. а) Из соотношения (1.4) находим:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 6{,}28 \cdot 10^{-7},\ \lambda \approx 6{,}3 \cdot 10^{-7}\ \text{м}.$$

б) Поскольку в электромагнитной волне векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{k}$ образуют правую тройку векторов, то направление вектора $\vec{H}$ определяется векторным произведением $[\vec{k} \times \vec{E}]$, где $\vec{k}$ – волновой вектор. Тогда, если колебания вектора $\vec{E}$ происходят вдоль оси Oy, то вектор $\vec{H}$ колеблется синфазно вектору $\vec{E}$ вдоль оси Oz согласно формулам (1.2). Следовательно, можно записать:

$$\vec{H} = \vec{e}_z H_0 \cos(\omega t - kx).$$

Для определения амплитуды H_0 используем соотношение (1.6) для вакуума:

$$H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0,\ H_0 = \sqrt{\frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}}{1{,}257 \cdot 10^{-6}}} \cdot 0{,}14 \approx 0{,}37 \cdot 10^{-3}\ \text{А/м}.$$

в) Для расчета интенсивности используем выражение (1.12). Поскольку векторы напряженности электрического и магнитного полей волны перпендикулярны друг к другу $(\vec{E} \perp \vec{H})$, то модуль плотности потока энергии $S = |\vec{S}| = |\vec{E}||\vec{H}| = E_0 \cdot H_0 \cos^2(\omega t - kx)$. Согласно формуле (1.12)

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T S dt = \frac{1}{T}\int_0^T E_0 H_0 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t - kx\right)dt = \frac{E_0 H_0}{2},$$

$$I = \frac{0{,}14 \cdot 0{,}37 \cdot 10^{-3}}{2} = 0{,}026 \cdot 10^{-3} = 26 \text{ мкВт/м}^2.$$

Задача 1.2. Плоская электромагнитная волна с амплитудой вектора напряженности $E_0 = 0{,}50$ мВ/м распространяется в воде с показателем преломления $n = 1{,}33$. Найти интенсивность волны и амплитудное значение напряженности магнитного поля.

Р е ш е н и е. Используем выражение (1.13) для интенсивности:

$$I = \frac{\varepsilon_0 c n E_0^2}{2}, \quad I = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1{,}33 \cdot \left(0{,}50 \cdot 10^{-3}\right)^2}{2} = 0{,}44 \cdot 10^{-9} \text{ Вт/м}^2.$$

Для расчета модуля амплитуды напряженности магнитного поля используем полученное в предыдущей задаче выражение $I = \dfrac{E_0 H_0}{2}$. Тогда

$$H_0 = \frac{2I}{E_0}, \; H_0 = \frac{2 \cdot 0{,}44 \cdot 10^{-9}}{0{,}50 \cdot 10^{-3}} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-6} \text{ А/м}.$$

Задача 1.3. Плоская синусоидальная электромагнитная волна с амплитудой напряженности электрической компоненты $E_0 = 1$ мВ/м распространяется в воздухе. Вычислить энергию, переносимую волной через плоскую поверхность площадью $s = 10$ см^2, расположенную перпендикулярно к направлению распространения волны, за промежуток времени $t = 1$ мин. Принять, что период волны $T \ll t$.

Р е ш е н и е. Перенос энергии электромагнитной волной определяется вектором Умова – Пойнтинга $\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]$. Поскольку электрический и магнитный векторы перпендикулярны друг к другу $(\vec{E} \perp \vec{H})$, а их колебания синфазны, то модуль вектора Умова – Пойнтинга в фиксированной точке пространства можно записать следующим образом:

$$|\vec{S}| = E_0 \sin\omega t \cdot H_0 \sin\omega t = E_0 H_0 \sin^2 \omega t.$$

Согласно соотношению (1.6) $\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E_0 = \sqrt{\mu_0\mu}H_0$, тогда

$$H_0 = E_0\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}, \quad |\vec{S}| = E_0^2\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\sin^2\omega t.$$

В то же время согласно выражению (1.11) модуль вектора Умова – Пойнтинга $|\vec{S}| = \dfrac{dW}{sdt}$. Выразим $dW = s\left(E_0^2\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\sin^2\omega t\right)dt$ и рассчитаем энергию, переносимую волной за время t через поверхность площадью s:

$$W = \int_0^t s\left(E_0^2\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,\sin^2\omega t\right)dt = sE_0^2\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\int_0^t \sin^2\omega t\cdot dt.$$

Используем то, что $\sin^2\omega t = \dfrac{1}{2}(1-\cos 2\omega t)$. Тогда

$$W = sE_0^2\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\int_0^t \frac{1}{2}(1-\cos 2\omega t)dt = sE_0^2\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\left(\frac{t}{2}-\frac{\sin 2\omega t}{4\omega}\right).$$

Преобразуем выражение в скобках:

$$\left(\frac{t}{2}-\frac{\sin 2\omega t}{4\omega}\right) = \left(\frac{t}{2}-\frac{T}{8\pi}\sin\frac{4\pi t}{T}\right).$$

Поскольку согласно условию задачи $T \ll t$, то

$$\left(\frac{t}{2}-\frac{T}{8\pi}\sin\frac{4\pi t}{T}\right) \leqslant \left(\frac{t}{2}-\frac{T}{8\pi}\right) \approx \frac{t}{2}.$$

Следовательно, искомая энергия

$$W = \frac{sE_0^2 t}{2}\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0},$$

$$W = \frac{10\cdot10^{-4}\cdot\left(10^{-3}\right)^2\cdot 60}{2}\sqrt{\frac{8{,}85\cdot10^{-12}}{1{,}26\cdot10^{-6}}} \approx 8\cdot10^{-11}\text{ Дж}.$$

Задача 1.4. Световое излучение с длиной волны $\lambda_1 = 500$ нм распространяется из воздуха в воду с абсолютным показателем преломления $n = 1{,}33$. Как при этом переходе изменяются характеристики светового излучения и его восприятие человеком?

Р е ш е н и е. Согласно формуле (1.3) скорость излучения в воздухе равна скорости света:

$$V_1 = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Абсолютный показатель преломления характеризует изменение скорости света при переходе из вакуума в среду, поэтому из соотношения (1.7) следует, что скорость в воде $V_2 = \frac{c}{n}$, $V_2 = 2{,}3 \cdot 10^8$ м/с. Следовательно, скорость изменилась на $\Delta V = V_2 - V_1 = c\left(\frac{1}{n} - 1\right)$, $\Delta V = -0{,}74 \cdot 10^8$ м/с, т.е. уменьшилась.

Поскольку при переходе из одной среды в другую частота и период электромагнитной волны не изменяются, то, согласно формуле (1.5), изменяется длина волны:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{V_2 T}{V_1 T} = n, \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n}, \quad \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_1\left(\frac{1}{n} - 1\right),$$

$$\Delta\lambda = 500 \cdot 10^{-9}(0{,}752 - 1) \approx -124 \text{ нм},$$

т.е. длина волны уменьшилась.

Как уже указывалось выше, частота светового излучения определяется источником и не изменяется при переходе из одной среды в другую. Установлено, что восприятие светового излучения зрительной системой человека определяется интенсивностью и частотой излучения. При переходе светового излучения из воздуха в воду частота не изменяется, поэтому в воде при достаточной интенсивности заданное излучение человеком будет восприниматься того же цвета, как и в воздухе.

Задача 1.5. Монохроматический свет падает нормально на прозрачную плоскопараллельную пластинку толщиной $H = 1$ см. Для волны данной длины показатель преломления пластинки линейно изменяется от значения $n_1 = 1{,}4$ на верхней грани до значения $n_2 = 1{,}6$ на нижней грани. Найти время распространения света в пластинке.

Р е ш е н и е. Введем ось Ox, направленную перпендикулярно к пластинке, и начало отсчета в точке падения света на верхнюю грань пластинки. Изменение показателя преломления $n(x)$ пластинки вдоль выбранного направления обусловлено изменением скорости распространения света $V(x)$ вдоль оси Оx.

Пусть $dt = \dfrac{dx}{V(x)}$ – время прохождения светом слоя малой толщиной dx. Согласно формуле (1.7) $n(x) = \dfrac{c}{V(x)}$, тогда $dt = \dfrac{dx}{V(x)} = \dfrac{n(x)}{c}dx$.

По условию показатель преломления изменяется вдоль заданного направления линейно, т.е. $n_x = a + bx$, где a и b – константы. Определим эти константы. В выбранной системе отсчета $n_x = a = n_1$ при $x = 0$, а при $x = H$ $n_x = a + bH = n_2$. Отсюда $a = n_1$, $b = \dfrac{n_2 - n_1}{H}$. Показатель преломления зависит от координаты согласно выражению $n_x = n_1 + \dfrac{n_2 - n_1}{H}x$.

Определим время распространения света в пластинке:

$$t = \int_0^t dt = \int_0^H \frac{n_x}{c}dx = \frac{1}{c}\int_0^H \left(n_1 + \frac{n_2 - n_1}{H}x\right)dx, \quad t = \frac{n_1 H}{c} + \frac{n_2 - n_1}{cH}\frac{H^2}{2} = \frac{H(n_2 + n_1)}{2c},$$

$$t = \frac{10\cdot 10^{-3}(1{,}4 + 1{,}6)}{2\cdot 3\cdot 10^8} = 5\cdot 10^{-11} \text{ с}.$$

Задача 1.6. На пути плоской световой волны, распространяющейся в вакууме, поставили стеклянную пластину толщиной $H = 1{,}0$ мм с показателем преломления $n = 1{,}55.$ Определить, на сколько Δl изменится оптическая длина пути волны, если свет падает на пластину:

а) нормально;

б) под углом $\theta_1 = 45°$.

Р е ш е н и е. а) Согласно формуле (1.8) оптическая длина пути света в пластине при нормальном падении $L_2 = Hn$, а в отсутствие пластины оптическая длина пути $L_1 = H$. Изменение оптической длины пути $\Delta L = L_2 - L_1 = H(n-1)$, $\Delta L = 0{,}55$ мм.

б) На рис. 1.3 показано направление распространения волны в момент падения на пластину под углом $\theta_1 = 45°$ к перпендикуляру в точку падения и положение плоского фронта волны (A_1A_2). В ре-

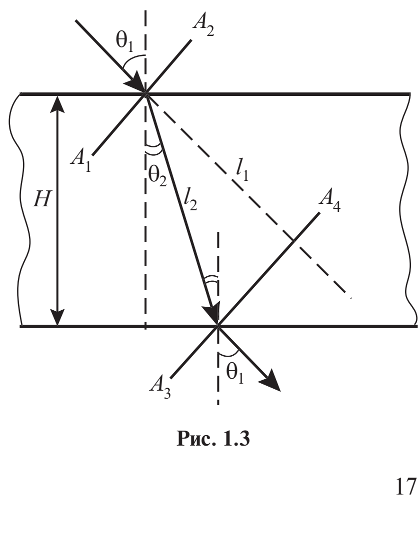

Рис. 1.3

зультате преломления направление распространения волны изменится, и по закону преломления

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = n,$$

где θ_2 – угол между направлением распространения световой волны в пластине и перпендикуляром. На выходе из пластины направление распространения волны будет параллельно первоначальному, положение волнового фронта в этот момент – A_3A_4.

Оптическая длина пути в пластине $L_2 = l_2 n$. Используем тригонометрические формулы и закон преломления:

$$l_2 = \frac{H}{\cos\theta_2} = \frac{H}{\sqrt{1-\sin^2\theta_2}} = \frac{Hn}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}}, \quad L_2 = \frac{Hn^2}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}}.$$

При отсутствии пластины фронт волны прошел бы в вакууме расстояние, равное l_1. Выразим это расстояние через величины, заданные в условии задачи:

$$l_1 = l_2\cos(\theta_1-\theta_2) = l_2(\cos\theta_1\cos\theta_2+\sin\theta_1\sin\theta_2).$$

Использовав те же соотношения и выражение для l_2, получим:

$$l_1 = \frac{H}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}}\left(\cos\theta_1\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}+\sin^2\theta_1\right) = H\left(\cos\theta_1+\frac{\sin^2\theta_1}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}}\right).$$

Изменение оптической длины пути

$$\Delta L = L_2 - l_1 = \frac{Hn^2}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}} - H\left(\cos\theta_1+\frac{\sin^2\theta_1}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}}\right) =$$
$$= H\left(\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}-\cos\theta_1\right),$$

$$\Delta L = 1{,}0\left(\sqrt{(1{,}55)^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0{,}6752 \approx 0{,}68 \text{ мм}.$$

Задача 1.7. Получить зависимость плотности потока излучаемой энергии от времени в волновой зоне диполя с дипольным моментом $\vec{p} = \vec{e}_z p_0 \sin\omega t$, где $\vec{e}_z$ – орт оси Oz; $p_0 = 1{,}6\cdot10^{-29}$ Кл·м; $\omega = 39\cdot10^{14}$ рад/с.

Найти интенсивность излучения на расстоянии $r = 1{,}0$ мм от диполя при угле θ между радиусом-вектором и вектором дипольного момента, равном $0°, 30°, 90°, 180°$.

Р е ш е н и е. Длина излучаемой диполем волны в вакууме

$$\lambda = cT = \frac{c \cdot 2\pi}{\omega} \approx 4{,}8 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

т.е. выполняется соотношение $\lambda \ll r$, что соответствует волновой зоне. В этом случае найдем выражение для светового вектора согласно формуле (1.14):

$$E(r,t) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r} p_0 \omega^2 \sin\omega t \sin\theta$$

и выражение для напряженности магнитного поля волны для вакуума согласно формуле (1.6):

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E = \frac{E}{\mu_0 c}.$$

По формуле (1.10)

$$S = |\vec{S}| = |\vec{E}||\vec{H}| = \frac{(E)^2}{\mu_0 c} = \frac{1}{\mu_0 c}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}\right)^2 p_0^2 \omega^4 \sin^2 \omega t \sin^2 \theta.$$

Поскольку $\dfrac{1}{\mu_0 \varepsilon_0 c} = c$, то выражение для плотности потока энергии излучения диполя имеет вид

$$S(\theta) = \frac{1}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 r^2} p_0^2 \omega^4 \sin^2 \omega t \sin^2 \theta.$$

Из соотношения (1.12) следует, что интенсивность излучения — среднее по времени значение плотности потока энергии:

$$I(\theta) = < S > = \frac{1}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3 r^2} p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta.$$

Рассчитаем величину, стоящую перед $\sin^2\theta$:

$$\frac{1}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3 r^2} p_0^2 \omega^4 \approx 0{,}79 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м}^2 = 0{,}79 \text{ мкВт/м}^2.$$

Следовательно, интенсивность излучения зависит от угла между радиусом-вектором $\vec{r}$ точки и вектором $\vec{p}$ дипольного момента (см. рис. 1.2):

$$I = 0{,}79\sin^2\theta \text{ мкВт/м}^2.$$

При $\theta = 0°$ и $\theta = 180°$ интенсивность $I = 0$, т.е. если колебания дипольного момента происходят вдоль оси Oz, то в этом направлении не происходит излучения электромагнитных волн. При $\theta = 90°$ интенсивность $I = 0{,}79$ мкВт/м^2, т.е. интенсивность излучения диполя максимальна в направлении, перпендикулярном к направлению колебаний дипольного момента. При $\theta = 30°$ $I = 0{,}40$ мкВт/м^2.

Задача 1.8. Найти максимальное отношение относительной скорости сближения источника и приемника к скорости света V/c, при котором для расчета регистрируемой приемником частоты с относительной погрешностью $\delta = 0{,}01$ можно использовать классическую формулу (1.16) вместо релятивисткой формулы (1.15).

Р е ш е н и е. Согласно релятивисткой формуле (1.15) регистрируемая частота

$$\nu = \frac{\nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + (V/c)\cos\alpha},$$

где α – угол между направлением на источник волн и вектором относительной скорости в системе отсчета приемника.

При сближении источника и приемника $\alpha = \pi$, $\cos\alpha = -1$. В этом случае регистрируемая частота

$$\nu_\text{р} = \frac{\nu_0\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)}.$$

Согласно классической формуле $\nu_\text{к} = \dfrac{\nu_0}{1 + (V/c)\cos\alpha}$ в случае сближения источника и приемника $\nu_\text{к} = \dfrac{\nu_0}{1 - (V/c)}$.

Относительная погрешность $\delta = \dfrac{\nu_\text{к} - \nu_\text{р}}{\nu_\text{к}} = 1 - \dfrac{\nu_\text{р}}{\nu_\text{к}}$ и $\dfrac{\nu_\text{р}}{\nu_\text{к}} = 1 - \delta$.

Найдем отношение частот: $\dfrac{\nu_\text{р}}{\nu_\text{к}} = \sqrt{1 - V^2/c^2} = 1 - \delta$. Выразим отношение скоростей:

$$V/c=\sqrt{1-(1-\delta)^2},\ \ V/c=\sqrt{1-(1-0{,}01)^2}\approx 0{,}14,$$

т.е. классическую формулу можно использовать вместо релятивистской при относительной скорости сближения источника и приемника $V\leqslant 0{,}14c$, $V=0{,}14\cdot 3\cdot 10^8=0{,}42\cdot 10^8$ м/с, что составляет примерно 14% от скорости света в вакууме.

Задача 1.9. Определить линейную скорость вращения точек, расположенных на экваторе Солнца, если при фотографировании спектра Солнца с поверхности Земли было обнаружено, что желтая спектральная линия с длиной волны $\lambda_0=5890\,\mathring{A}$ в спектрах, полученных от одного и другого краев солнечного диска, была смещена на $\Delta\lambda=0{,}08\,\mathring{A}$. Считать, что линейная скорость вращения точек, расположенных на экваторе Солнца, $V\ll c$.

Решение. Поскольку Земля движется вокруг Солнца, то относительная скорость краев солнечного диска относительно Земли не направлена вдоль прямой наблюдения. Но согласно астрономическим данным линейная скорость вращения точек, расположенных на экваторе Солнца, и скорость движения Земли вокруг Солнца много меньше скорости света.

Как отмечалось ранее, поперечный эффект Доплера определяется отношением V^2/c^2, а продольный – отношением V/c, поэтому поперечным эффектом изменения регистрируемой частоты по сравнению с продольным в данном случае можно пренебречь.

Будем считать, что в системе отсчета, связанной с местом фотографирования, при наблюдении краев солнечного диска линейная скорость для одного края диска будет направлена на наблюдателя, а для другого края – от наблюдателя. По формуле (1.16) для приближающегося к наблюдателю края диска получим:

$$\nu_1=\frac{\nu_0}{1+(V/c)\cos\alpha}=\frac{\nu_0}{1+(V/c)\cos\pi}=\frac{\nu_0 c}{c-V}.$$

Поскольку $\lambda=\dfrac{c}{\nu}$, то регистрируемая для этого края длина волны $\lambda_1=\dfrac{c}{\nu_1}=\dfrac{\lambda_0(c-V)}{c}$. Для удаляющегося края диска $\nu_2=\dfrac{\nu_0 c}{c+V}$ и соответственно регистрируемая длина волны $\lambda_2=\dfrac{c}{\nu_2}=\dfrac{\lambda_0(c+V)}{c}$. Следовательно, регистрируемое смещение наблюдаемой спектральной линии $\Delta\lambda=\lambda_2-\lambda_1=\dfrac{2V\lambda_0}{c}$. Отсюда линейная скорость вращения Солнца

$$V=\frac{c\Delta\lambda}{2\lambda},\quad V=\frac{3\cdot10^{8}\cdot0{,}08}{2\cdot5890}\approx0{,}02\cdot10^{5}\ (\text{м/с})=2\ \text{км/с}.$$

Задача 1.10. При изучении спектра паров натрия ($M=23\times$ $\times10^{-23}$ кг/моль) было обнаружено, что для спектральной линии с длиной волны $\lambda=590$ нм ее полуширина $\Delta\lambda=3{,}0\cdot10^{-3}$ нм. Оценить температуру газа.

Р е ш е н и е. Для разреженных одноатомных паров и газов при пропускании электрического тока регистрируется характерный для каждого газа линейчатый спектр (набор электромагнитных волн) излучения, состоящий из отдельных спектральных линий с максимальной интенсивностью при определенных частотах (длинах волн). Полушириной спектральной линии называется интервал длин волн (частот), на границах которого интенсивность в 2 раза меньше ее максимального значения. Уширение спектральной линии может определяться различными факторами. Одним их наиболее существенных является эффект Доплера.

Выражение «оценить температуру» предполагает, что учитывается лишь одна причина уширения спектральной линии – хаотическое движение атомов с различными достаточно большими скоростями, поэтому для оценки температуры используем понятие средней квадратичной скорости хаотического движения, которая для разреженного одноатомного газа определяется по формуле

$$<V>=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3kN_{\text{A}}T}{M}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

где T – температура газа; $m=\dfrac{M}{N_{\text{A}}}$ – масса атома натрия; N_{A} – число Авогадро; M – молярная масса.

Будем учитывать, как и в задаче 1.8, только продольный эффект Доплера. Для оценки температуры по уширению спектральной линии используем полученное в задаче 1.8 выражение $\Delta\lambda=\dfrac{2V\lambda_0}{c}$, подставив в него среднюю квадратичную скорость: $\Delta\lambda=\dfrac{2<V>\lambda_0}{c}$. Тогда

$$<V>=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=\frac{c\Delta\lambda}{2\lambda}.$$

Получим формулу для оценки температуры:

$$T = \frac{M}{3R}\left(\frac{c\Delta\lambda}{2\lambda}\right)^2, \quad T = \frac{23\cdot 10^{-3}}{3\cdot 8{,}31}\left(\frac{3\cdot 10^8\cdot 3\cdot 10^{-12}}{2\cdot 590\cdot 10^{-9}}\right)^2 \approx 5{,}4\cdot 10^2 \text{ К}.$$

Задача 1.11. При изучении спектра излучения некоторой галактики было обнаружено, что для спектральной линии излучения водорода $\lambda_\alpha = 656{,}3$ нм было зарегистрирована длина волны $\lambda = 658{,}8$ нм (увеличение регистрируемой длины волны называется красным смещением). Найти скорость галактики относительно Земли. Удаляется или приближается галактика?

Р е ш е н и е. Согласно астрономическим данным скорость галактик намного меньше скорости света ($V \ll c$), поэтому воспользуемся формулами, полученными в задаче 1.8. В случае приближения источника $\lambda_1 = \dfrac{\lambda_0(c-V)}{c}$, а в случае удаления – $\lambda_2 = \dfrac{\lambda_0(c+V)}{c}$, т.е. при удалении источника длина волны возрастает. Следовательно, поскольку зарегистрированная длина волны больше, то галактика удаляется от Земли. Тогда

$$\lambda = \frac{\lambda_\alpha(c+V)}{c}, \quad V = \frac{(658{,}8-656{,}3)\cdot 10^{-9}\cdot 3\cdot 10^8}{656{,}3\cdot 10^{-9}} \approx 1{,}14\cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. а) В каком направлении распространяется электромагнитная волна, направление линий вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$ и напряженности магнитного поля $\vec{H}$ которой показано на рис. 1.4? б) Как изменится направление распространения волны, если:

1) линии вектора $\vec{E}$ будут направлены в противоположную сторону;

2) линии вектора $\vec{H}$ будут направлены в противоположную сторону?

О т в е т: а) направлении, противоположном оси Oz; б) 1), 2) направление распространения волны изменится на противоположное.

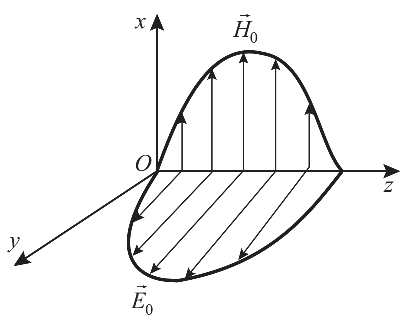

Рис. 1.4

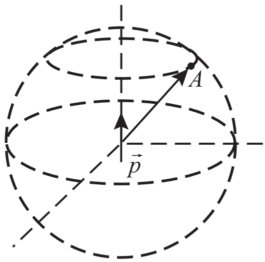

Рис. 1.5

2. На рис. 1.5 показано положение электрического диполя и точки A, расположенной на сферической поверхности в волновой зоне диполя. Показать направление векторов $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{S}$, $\vec{k}$ в какой-либо момент времени и спустя полпериода колебаний диполя.

3. Длительность импульса излучения рубинового лазера $t = 100$ мкс, его энергия $W = 300$ мДж, диаметр пучка $d = 5{,}0$ мм. Найти интенсивность излучения лазера и амплитудное значение напряженности электрического поля, считая распределение энергии по сечению импульса равномерным.

Ответ: $I = \dfrac{W}{St} = \dfrac{4W}{\pi d^2}$, $I \approx 1{,}5 \cdot 10^8$ Вт/м^2; $E_0 = \sqrt{I/(c\varepsilon_0)}$, $E_0 \approx 0{,}24$ МВ/м.

4. Плоская электромагнитная волна распространяется в однородной изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2{,}0$. Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_0 = 5{,}0$ В/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля волны H_0, ее скорость V в данной среде и абсолютный показатель преломления среды n.

Ответ: $H_0 = E_0\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0/\mu_0}$, $H_0 \approx 19$ мА/м; $V = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0}} = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$, $V \approx 2{,}1 \cdot 10^8$ м/с; $n = \dfrac{c}{V}$, $n \approx 1{,}4$.

5. Монохроматическая электромагнитная волна распространяется в однородной изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2{,}5$. Вектор напряженности электрического поля волны зависит от времени по закону $\vec{E} = 2{,}0\cos(2\pi\nu t + \alpha)\vec{e}_y$ В/м, где $\vec{e}_y$ – орт оси Оy в декартовой системе координат. Записать зависимость от времени для вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ и вектора Умова – Пойнтинга $\vec{S}$ в этой системе отсчета.

Ответ: $\vec{H} = 8{,}4\cos(2\pi\nu t + \alpha)\vec{e}_z$ (мА/м), $\vec{S} = 17\cos^2(2\pi\nu t + \alpha)\vec{e}_x$ (мВт/м^2).

6. В однородной изотропной среде с показателем преломления $n = 1{,}5$ распространяется плоская электромагнитная волна с амплитудой напряженности магнитного поля $H_0 = 50$ мА/м. Найти амплитуду напряженности электрического поля волны E_0 и интенсивность волны I.

О т в е т: $E_0 = \dfrac{H_0}{n}\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, $E_0 \approx 13$ В/м; $I = \dfrac{E_0 H_0}{2}$, $I \approx 0{,}33$ Вт/м^2.

7. Оптическая длина пути световой волны в некоторой однородной среде $L = 3{,}0$ м, а геометрическая длина пути $l = 2{,}0$ м. Найти показатель преломления среды.

О т в е т: $n = 1{,}5$.

8. Две плоские световые волны распространяются в воздухе вдоль параллельных направлений, расположенных на расстоянии $d = 10$ мм друг от друга, и падают перпендикулярно к грани треугольной призмы (рис. 1.6) с преломляющим углом $\alpha = 30°$ и показателем преломления $n = 1{,}5$. Найти оптическую разность путей волн при выходе из призмы.

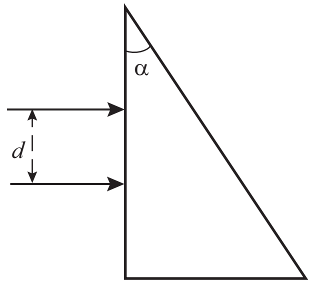

Рис. 1.6

О т в е т: $\Delta L = nd\,\mathrm{tg}\,\alpha$, $\Delta L = 8{,}7$ мм.

9. Найти интенсивность света I на расстоянии $l = 2$ м от горящей лампочки мощностью $P = 100$ Вт, если на таком расстоянии считать ее точечным изотропным источником света.

О т в е т: $I = \dfrac{W}{St} = \dfrac{P}{4\pi l^2}$, $I \approx 2$ Вт/м^2.

10. При движении космического корабля к Земле красный луч лазера с поверхности Земли с длиной волны $\lambda_1 = 650$ нм воспринимался космонавтом как зеленый луч с длиной волны $\lambda_2 = 510$ нм. а) Найти отношение скорости космического корабля к скорости света, используя релятивистскую и классическую формулы для расчета регистрируемой частоты. б) Оценить относительную погрешность использования классической формулы, если это отношение неизвестно.

О т в е т: а) $(V/c)_{\text{к}} = (1 - \lambda_2/\lambda_1)$, $(V/c)_{\text{к}} = 0{,}215$; $(V/c)_{\text{р}} = \dfrac{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$, $(V/c)_{\text{р}} = 0{,}238$; б) $\dfrac{(V/c)_{\text{р}} - (V/c)_{\text{к}}}{(V/c)_{\text{р}}} \cdot 100\% = 9{,}66\%$.

11. Космический корабль удаляется от Земли со скоростью $V = 10$ км/с, передатчик на корабле излучает электромагнитную волну с частотой $\nu_0 = 30$ МГц. На сколько частота сигнала $(\nu - \nu_0)$, принимаемого на Земле, отличается от этой частоты излучаемого сигнала?

О т в е т: $\nu - \nu_0 = -\nu_0 \dfrac{V}{c + V}$, $\nu - \nu_0 \approx -1{,}0$ кГц.

12. Для определения скорости движения машин по шоссе используют передатчик сантиметровых электромагнитных волн, который регистрирует скорость приближения и удаления машины. Передатчик работает на частоте $\nu_0 = 2450$ МГц. На сколько отличается частота, регистрируемая прибором при приближении машины $(\nu_{\text{пр}})$, от частоты, регистрируемой при удалении машины $(\nu_{\text{уд}})$ при скорости движения машины $V = 90{,}0$ км/ч?

Ответ: $\nu_{\text{пр}} - \nu_{\text{уд}} = \dfrac{2\nu_0 cV}{c^2 - V^2}$, $\nu_{\text{пр}} - \nu_{\text{уд}} = 408$ Гц.

2 ФОТОМЕТРИЯ

Фотометрические величины и понятия можно разделить на два класса, связанных с двумя подходами к регистрации светового воздействия. С одной стороны, свет ассоциируется со зрительным ощущением человека. Фотометрические величины этого класса называют *световыми*. С другой стороны, электромагнитная природа света позволяет проводить «абсолютные» измерения в том плане, что они выполняются с помощью приборов и всегда могут быть воспроизведены с заданной точностью. Фотометрические величины этого класса называются *энергетическими*. Различие в способах измерения отражается не в определении фотометрических величин, а только в названиях единиц измерения. Дадим определения «световых» величин.

Основной фотометрической величиной является ***световой поток*** Φ, который определяется количеством световой энергии Q, переносимой через произвольную поверхность за единицу времени t:

$$\Phi = \frac{Q}{t}.$$

Широко используемым объектом в оптике является точечный источник, в качестве которого может выступать любой источник световой энергии, размеры которого существенно меньше расстояния до точки наблюдения. Если такой источник находится в однородной непоглощающей среде, то через любое сечение конуса, вершиной которого является источник, будет протекать один и тот же световой поток. Рассмотрим распространение светового потока от источника L через малую площадку dS, нормаль к которой образует угол α с направлением на источник, а расстояние от источника до центра площадки рав-

ОГЛАВЛЕНИЕ