ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая книга предназначена в качестве учебного пособия по курсам «Тепломассоперенос в ядерно-энергетических установках» и «Термогидродинамика переходных и аварийных режимов реакторных установок» для студентов — будущих физиков-инженеров.

Целесообразность издания такого учебного пособия объясняется следующим обстоятельством. Многое из существующей учебной литературы по данному предмету написано достаточно давно (а новые издания не претерпевают существенных изменений) и не вполне соответствует современному уровню, а значит, не удовлетворяет в должной мере требованиям по подготовке физиков-инженеров, способных быть, в частности, экспертами в области детерминистического анализа безопасности ядерных энергетических установок (ЯЭУ). Тем не менее работа в данном направлении подразумевает наличие у специалиста не только безупречных знаний по физике и технике установок, но и математической культуры.

Наука о переносе энергии (тепла), импульса (количества движения) и массы вещества — тепломассоперенос (тепломассообмен) — своим появлением и бурным развитием начиная с середины прошлого столетия обязана в первую очередь таким отраслям, как ядерная энергетика, авиация и космонавтика. Решать задачи, выдвигаемые практическими потребностями этих отраслей, невозможно без учета тесной взаимосвязи процессов гидродинамики и теплообмена.

Развитие ядерной энергетики всегда было связано с решением проблем тепломассопереноса во всех устройствах ЯЭУ, и в первую очередь в ядерном реакторе и реакторной установке. К сожалению, смысл того, что ядерный реактор не только аппарат, позволяющий осуществлять управляемую цепную реакцию деления ядер, но и теплоэнергетический агрегат, часто теряется за объяснением ядерно-физических процессов в нем. Нисколько не умаляя необходимость точного знания последних, хотелось бы отметить: вся история ядерной энергетики указывает на то, что именно недостаток знаний в области тепломассообмена и механики напряженно-деформированного состояния (прочности) наиболее часто приводил и приводит к неполадкам в работе АЭС и авариям.

В процессе работы над учебным пособием автор пришел к выводу, что изложение материала в строгом соответствии с последовательностью лекционных тем, предусмотренной планами, не позволит избежать повторов и некоторой «чересполосицы». К тому же в книжках, «копирующих» лекционный курс, нет необходимости: в процессе обучения студенты получают электронные варианты лекционного материала.

В данном учебном пособии освещаются следующие вопросы термогидродинамики ядерных установок: основы термомеханики сплошных сред, теплопроводность, конвективный теплообмен (как в однофазных, так и в многофазных средах). Книга содержит необходимый физико-математический базис, достаточный для рассмотрения задач тепломассопереноса в ЯЭУ. Последние три главы посвящены рассмотрению термогидродинамических задач детерминистического анализа безопасности. Это та область исследований, в которой в ближайшее десятилетие будут сконцентрированы основные усилия физиков-реакторщиков, специализирующихся в области теплофизики ядерных реакторов и реакторных установок.

Вопросы замыкания систем уравнений, в частности проблемы моделирования турбулентности, в данном пособии не рассматриваются. Представляется разумным изложить их в отдельной книге, так как в последние годы в практике термогидродинамического анализа РУ стали активно использоваться так называемые CFD-коды. Достоверность и точность результатов, получаемых с помощью этих программных средств, во многом определяется тем, насколько грамотно моделируются эффекты турбулентности.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность рецензентам: доктору технических наук, профессору Н.Б. Карницкому и коллективу возглавляемой им кафедры «Тепловые электрические станции» Белорусского национального технического университета; ученому секретарю Института энергетики НАН Беларуси кандидату технических наук А.П. Ахрамовичу. Высказанные ими ценные замечания и пожелания, несомненно, позволили улучшить рукопись. Некоторые из пожеланий, касающиеся включения ряда разделов, не нашли отражения в данной книге лишь потому, что это привело бы к существенному увеличению ее объема и сделало бы ее менее удобной в работе. Упомянутый материал (в частности, касающийся замыкающих соотношений для рассмотренных здесь систем уравнений математических моделей) станет частью готовящегося к изданию учебного пособия, которое будет дополнять предлагаемую книгу.

Автор

Глава 1
ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

§1.1. Основные понятия термомеханики сплошных сред

Теория тепломассопереноса (тепломассообмена) заявила о себе как самостоятельная отрасль физики в конце 1940-х – начале 1950-х гг. Появление этой области знания было предопределено развитием целого ряда отраслей промышленности, в первую очередь атомной энергетики, авиации и ракетостроения, космической техники, химических технологий, металлургии. Насущные практические потребности делали актуальными физико-математические задачи, решение которых было невозможно в рамках только механики сплошных сред или теории теплообмена. Необходимо было решать задачу переноса и массы и энергии в некоторой исследуемой области (например, техническом устройстве).

Механика сплошных сред – один из «китов», на которых базируется теория тепломассопереноса (во всяком случае, большая ее часть, включающая в себя и ту область, которую принято называть теплофизикой ядерных энергетических установок). Поэтому основные понятия и положения этой отрасли физики являются, очевидно, таковыми и в теории тепломассопереноса.

В рамках названного подхода окружающий нас материальный мир трактуется как некая сплошная среда. Определим, что понимается под этим термином. Для этого используем общепринятое определение [1–5].

Сплошная среда – физико-математическая абстракция, согласно которой материя рассматривается как система *частиц* или *материальных точек* (точечных объектов, обладающих массой), распределенных в пространстве E (трехмерном евклидовом) таким образом, что существует взаимно однозначное непрерывное отображение этой системы на пространство E: каждой точке z пространства E соответствует некоторая (и только одна) частица (материальная точка) ζ, и наоборот, каждой частице (материальной точке) ζ соответствует некоторая (и только одна) точка z пространства E, называемая ее ***местом***.

Используя введенные обозначения, сформулируем вышесказанное следующим образом:

$$z = \mathrm{X}(\zeta); \tag{1.1}$$

$$\zeta = \mathrm{X}^{-1}(z). \tag{1.2}$$

Совокупность материальных точек, занимающих в каждый момент времени некоторую замкнутую область пространства E, называется **телом**.

Из вышеизложенного следует, что существует взаимно однозначное непрерывное отображение тела на область пространства E. Это отображение называется **конфигурацией тела**.

При рассмотрении поведения тела во времени конфигурацию в начальный момент времени называют ***исходной***, а конфигурацию в некоторый последующий момент времени – ***актуальной***.

Множество Ω всех тел называется **вселенной**. Множество Ω обладает структурой частично упорядоченного множества [1–3]. Предполагается, что все тела обладают массой.

Для того чтобы иметь возможность математического описания исследуемых процессов в рамках принятого формализма, необходимо обладать некоторым средством связи физической реальности с выбранной для ее математического описания моделью пространства и времени: в нашем случае – трехмерным евклидовым пространством и действительной осью времени. Таким средством может быть система отсчета.

Система отсчета – группа тел, взаимное расположение которых остается неизменным в течение всего интервала времени, в который ведется наблюдение (изучение) поведения исследуемого тела или исследуемой системы тел.

Необходимо располагать математическим способом описания положения тел в пространстве-времени. Роль такого математического способа выполняет система координат.

Система координат – система правил, описывающих (представляющих) каждый объект (точку) некоторого класса (пространства, области пространства) C соответствующим упорядоченным набором (действительных или комплексных) чисел (компонент, координат) $x_1, x_2,..$.

Число координат, требуемых для определения каждой точки $(x_1, x_2, ..., x_N)$, называется ***размерностью*** пространства C.

Заметим: система отсчета и система координат – не одно и то же. Система отсчета – совокупность материальных объектов (тел); а система координат – математический способ описания положения тел в пространстве-времени.

В дальнейшем будем иметь дело с трехмерным евклидовым пространством и использовать в основном декартову прямоугольную систему координат, реже – цилиндрическую и сферическую.

Выбрав систему координат, конфигурацию тела *B* можно описать, аналогично (1.1) и (1.2), задав множество радиус-векторов частиц, составляющих тело:

$$\left\{z^{\alpha}\right\}_{B}=\chi\left(\left\{\zeta\right\}_{B}\right); \tag{1.3}$$

$$\left\{\zeta\right\}_{B}=\chi^{-1}\left(\left\{z^{\alpha}\right\}_{B}\right). \tag{1.4}$$

Будем использовать тензорные обозначения. Как показывает практика, это делает формулы более компактными и удобными. Для тензоров используются общепринятые обозначения (см., например, [6]). Предполагается, что свободные индексы принимают значения x, y и z (рассматриваемое пространство трехмерное евклидово), по «немым» индексам выполняется (если специально не оговорено обратное) суммирование.

Движение тела – однопараметрическое семейство конфигураций, действительным параметром которого является время *t:*

$$\left\{z^{\alpha}\right\}_{B}=\chi\left(\left\{\zeta,t\right\}_{B}\right); \tag{1.5}$$

$$\left\{\zeta\right\}_{B}=\chi^{-1}\left(\left\{z^{\alpha},t\right\}_{B}\right). \tag{1.6}$$

Тело *B* и любая из его пространственных конфигураций, очевидно, не одно и то же. Но для наблюдения и изучения тело доступно только в своих конфигурациях.

Конфигурация тела может изменяться и вследствие его деформации.

Деформация (от лат. deformatio – искажение) – изменение взаимного положения частиц тела, связанное с их перемещением относительно друг друга (рис. 1.1).

Место некоторой частицы тела в конфигурации $\varkappa$ обозначим так:

$$z_{\varkappa}^{\alpha}=\varkappa(\zeta). \tag{1.7}$$

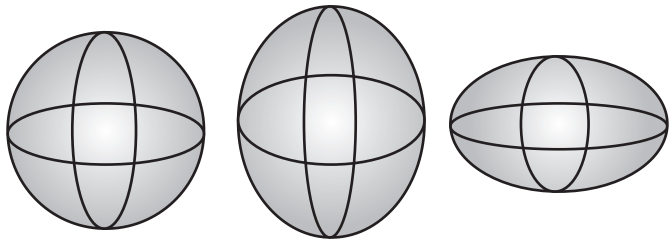

Рис. 1.1. Изменение конфигурации тела вследствие деформации

Частица в точке $z_{\varkappa}^{\alpha}$ конфигурации $\varkappa$ может быть представлена следующим образом:

$$\zeta = \varkappa^{-1}\left(z_{\varkappa}^{\alpha}\right). \qquad (1.8)$$

Если χ – движение тела, то

$$z^{\alpha} = \chi(\zeta,\, t) = \chi_{\varkappa}\left(z_{\varkappa}^{\alpha},\, t\right) \equiv \chi\left(\varkappa^{-1}\left(z_{\varkappa}^{\alpha}\right),\, t\right). \qquad (1.9)$$

Выражение (1.9) определяет семейство деформаций по сравнению с исходной конфигурацией. Индекс $\varkappa$ указывает на то, что форма $\chi_{\varkappa}$ зависит от выбора конфигурации.

Выбрав систему координат, радиус-вектор $z_{\varkappa}^{\alpha}$ частицы ζ в начальный момент времени, когда она находится в начальной конфигурации $\varkappa_0$, можно записать в координатах:

$$z_{\varkappa_0}^{\alpha} = z_{\varkappa_0 i}\, e_i^{\alpha}. \qquad (1.10)$$

Координаты $z_{\varkappa_0}$ называются материальными координатами материальной частицы ζ.

Материальные координаты – координаты в начальной конфигурации.

Уравнение (1.9) можно записать в материальных координатах:

$$z^{\alpha} = \chi_{\varkappa}\left(z_{\varkappa}^{\alpha},\, t\right) = \chi_{\varkappa}\left(z_{\varkappa}^{1},\, z_{\varkappa}^{2},\, z_{\varkappa}^{3},\, t\right). \qquad (1.11)$$

Материальная (субстанциональная) производная – это производная по времени в системе материальных координат:

$$\frac{d_m \Psi}{dt} \equiv \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_{z_\varkappa^\alpha} \equiv \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_{z_\varkappa^1,\, z_\varkappa^2,\, z_\varkappa^3};$$

$$\frac{D\Psi}{dt} \equiv \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_{z_\varkappa^\alpha} \equiv \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_{z_\varkappa^1,\, z_\varkappa^2,\, z_\varkappa^3}. \qquad (1.12)$$

Здесь Ψ – некоторая физическая величина. В тождествах (1.12) использованы две несколько различные формы записи оператора материальной (субстанциональной) производной. Обе они в равной мере правомочны, как и термины «материальная производная» и «субстанциональная производная». Употребление той или иной формы и термина полностью определяется привычкой или пристрастием автора и никак не влияет на суть изложения. В дальнейшем будем использовать вторую (с прописной литерой D) форму оператора и термин «субстанциональная» как чаще встречающиеся в литературе.

Выберем систему координат (не обязательно материальную). Зафиксируем некоторую точку z^α пространства (например, совпадающую с пространственным положением центра масс тела в его исходной конфигурации).

Частная производная по времени – производная по времени, вычисляемая в данной точке:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} \equiv \Psi_{,t} \equiv \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_{z^\alpha} \equiv \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_{z^1,\, z^2,\, z^3}. \qquad (1.13)$$

Если положение точки z^α в выбранной системе координат совпадает в ее положением $z_{\varkappa_0}^\alpha$ в исходной конфигурации, то частная производная по времени и субстанциональная производная совпадают в начальный момент.

В дальнейшем по мере движения точки (со скоростью v^α) эти величины становятся различными. Они соотносятся следующим образом:

$$\frac{D\Psi}{dt} \equiv \Psi_{,t} + \Psi_{,\alpha} v^\alpha \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \nabla\Psi \cdot \vec{v}. \qquad (1.14)$$

Если Ψ – вектор (тензор 1-го порядка) или тензор 2-го порядка, выражение (1.14) принимает следующий вид:

$$\frac{D\Psi^\beta}{dt} \equiv \Psi^\beta{}_{,t} + \Psi^\beta{}_{,\alpha} v^\alpha; \qquad (1.14a)$$

$$\frac{D\Psi^{\alpha\beta}}{dt} \equiv \Psi^{\alpha\beta}{}_{,t} + \Psi^{\alpha\beta}{}_{,\beta} v^{\alpha}. \tag{1.14б}$$

Полная производная – это производная по времени в системе отсчета, движущейся в системе координат выбранной системы отсчета с некоторой скоростью w^{α}:

$$\frac{d\Psi}{dt} \equiv \Psi_{,t} + \Psi_{,\alpha} w^{\alpha} \equiv \frac{\partial\Psi}{\partial t} + \nabla\Psi \cdot \vec{w}. \tag{1.15}$$

Если Ψ – вектор (тензор 1-го порядка) или тензор 2-го порядка, выражение (1.14) принимает следующий вид:

$$\frac{D\Psi^{\beta}}{dt} \equiv \Psi^{\beta}{}_{,t} + \Psi^{\beta}{}_{,\alpha} w^{\alpha}; \tag{1.15а}$$

$$\frac{D\Psi^{\alpha\beta}}{dt} \equiv \Psi^{\alpha\beta}{}_{,t} + \Psi^{\alpha\beta}{}_{,\beta} w^{\alpha}. \tag{1.15б}$$

Очевидно, что справедливы соотношения

$$\frac{d\Psi}{dt} \equiv \frac{D\Psi}{dt} + \Psi_{,\alpha}\left(w^{\alpha} - v^{\alpha}\right), \tag{1.16}$$

$$\frac{D\Psi}{dt} \equiv \frac{d\Psi}{dt} + \Psi_{,\alpha}\left(v^{\alpha} - w^{\alpha}\right). \tag{1.17}$$

Частную производную функции Ψ по аргументу φ в дальнейшем будем обозначать $\Psi_{,\varphi}$:

$$\Psi_{,\varphi} \equiv \frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}. \tag{1.18}$$

Каждому телу A соответствует определенная система тел $\tilde{A}$, так чтобы масса этих тел являлась массой Вселенной. Система тел $\tilde{A}$ называется **внешней** или **окружающей средой** для тела A.

Векторную величину $f^{\alpha}(B, C)$, характеризующую действие тела B на тело C, будем называть **силой**, с которой тело B действует на тело C.

В механике сплошной среды принимается, что все силы удовлетворяют двум аксиомам (свойствам) [1–5]. Сформулируем их.

Аксиома С-1. Для определенного тела A сила $f^{\alpha}(C, \tilde{A})$ является аддитивной функцией, определенной для всех тел C, составляющих тело A.

Таким образом, сила, с которой тело A действует на окружающую среду $\tilde{A}$, есть сумма сил, с которыми на окружающую среду действуют все тела, являющиеся составными частями тела A.

Аксиома С-2. Для определенного тела A сила $f^{\alpha}(A, C)$ является аддитивной функцией, определенной для всех тел C, составляющих тело $\tilde{A}$.

Таким образом, сила, с которой окружающая среда $\tilde{A}$ действует на тело A, есть сумма сил, с которыми на тело A действуют все составные части окружающей среды.

Силы, с которыми приходится иметь дело в механике сплошных сред, классифицируют на внешние, взаимные, контактные.

Внешняя сила – сила, возникающая (по крайней мере, отчасти) вне тела и действующая на материальные частицы, составляющие тело.

Внешняя сила – пространственное векторное поле. Примеры: сила тяжести, электростатическая сила между двумя заряженными телами.

Пусть f_e^{α} – удельная (отнесенная к единице массы) внешняя сила, с которой окружающая среда $\tilde{A}$ действует на тело A. В таком случае для суммарной внешней силы, действующей на часть P тела A, справедливо выражение

$$F_e^{\alpha}\Big|_P = \int\limits_{V_P} \rho f_e^{\alpha}\left(x^{\beta}\right) dV, \qquad (1.19)$$

где $\rho \equiv \rho(x^{\alpha}, t)$ – массовая плотность вещества, составляющего тело, кг/м^3; V_P – объем части P тела.

Взаимная сила – сила, возникающая внутри тела и действующая на пары материальных частиц, составляющих тело.

Взаимная сила – векторное поле, являющееся функцией материальных координат. Примеры: межмолекулярные силы, электростатическая сила между двумя заряженными телами.

Определим

$$A \equiv \left(A - P\right) \cup P, \qquad \left(A - P\right) \cap P \equiv 0. \qquad (1.20)$$

Пусть f_m^{α} – удельная взаимная сила, с которой $(A–P)$ действует на P. Общая взаимная сила, приложенная к P, выражается так:

$$F_m^{\alpha}\Big|_P = \int\limits_{V_P} \rho f_m^{\alpha}\left(x^{\beta}\right) dV. \qquad (1.21)$$

ОГЛАВЛЕНИЕ