

**CHRISTOPH
DRÖSSER**

**Der
Logikverführer**

Schlussfolgerungen
für alle Lebenslagen

Оглавление

Предисловие 9

Введение 10

Глава 1

**Если Луна сделана из зеленого сыра,
или О логике и действительности 13**

*Что такое логика? Скучный формальный язык
для записи каверзных риторических вопросов?
Нет, это инструмент, способный помочь нам
мыслить яснее.*

Глава 2

**Правда и ложь, или Когда грабители
спотыкаются о логику 19**

*Комиссар Бенке допрашивает трех воров по поводу
ограбления банка; они находятся под серьезным
подозрением, но, конечно, все отрицают.
При помощи чистой логики помощнику комиссара
из противоречивых показаний удается выяснить,
кто в действительности преступник.*

Глава 3

**У Супермена плохие шансы,
или Об аргументах хороших и не очень 30**

*Маттиаса Вортманна десятилетний сын втянул
в прямо-таки схоластическую дискуссию
о способностях и чертах характера Супермена.
Кроме того, в этой главе вас ждет обзор важнейших
логических и риторических ошибок, с которыми
вы столкнетесь во время просмотра любого ток-шоу.*

Глава 4**Решение задач 1, или Логикали 45**

В головоломках этой главы мы будем устанавливать соответствия между элементами различных множеств. Звучит абстрактно, но может доставить вполне конкретное удовольствие.

Глава 5**Адская машина, или Считайтесь с логикой! 53**

Суперагент Джеймс Блонд приходит в себя после обморока и попадает в щекотливую ситуацию. Красивая женщина рядом с ним оказывается экспертом по электронным схемам. Удастся ли им обезвредить бомбу с электронным управлением, с которой они заперты в одном помещении?

Глава 6**Фокус с фальшивыми деньгами,
или Двусмысленный закон 69**

«Тот, кто подделывает или фальсифицирует банкноты...» — раньше каждый ребенок знал эту фразу. Она красовалась на каждой немецкой марке и грозила фальшивомонетчику тюремным сроком «до двух лет». Но была ли эта фраза логически однозначной? И так ли сказано в законе? Во всяком случае Фите Шнайдер понял ее неправильно, за что и предстал перед судом.

Глава 7**Решение задач 2, или Остров лжецов 83**

Может ли человек лгать постоянно? На выдуманном острове Мендачино есть такие люди. Чужеземцу на острове нельзя принимать каждую фразу местных жителей за чистую монету. Хорошенько во всем разобраться поможет толика логики.

Глава 8**Каталог каталогов,****или Как порядка может стать слишком много 87**

Библиотекарь Фред Колльман — фанат печатных каталогов. К великому сожалению своих коллег, он решил

включить в каталоги не только все книги городской библиотеки, но и сами каталоги книг. При этом он стал жертвой логического парадокса, который сто лет тому назад сотрясал самые основы математики.

Глава 9

Когда логика сходит с ума,

или Знаменитые парадоксы и их решения 102

Противоречивым историям, которые заводят наше мышление на гладкий лед, были рады великие и малые мыслители еще с античных времен. Перечень красивейших логических парадоксов и попыток разрешить их, насколько это вообще возможно.

Глава 10

Эта надпись ссылается сама на себя,

или Задачи с козами на острове лжецов 119

Телешоу «Горячий приз» — хит на острове Мендачино. Во время передачи кандидаты, основываясь на логических подсказках, должны найти, за какой из двух или трех дверей спрятан главный приз. Им придется узнать, что самореферентные предложения, которые составили помощники ведущей Ханс и Франц, часто приводят к поразительным результатам. С помощью точно таких же предложений Курт Гёдель 80 лет назад показал, что никогда не получится доказать все истинные математические положения.

Глава 11

Решение задач 3, или Шоу со шляпой 134

Еще одно выдуманное телешоу, которое едва ли имеет шансы удовлетворить требованиям сегодняшних директоров телеканалов: на этот раз кандидаты (и вы вместе с ними) должны отгадать, какие шляпы у них на головах. Информация на этот счет неполна, поэтому нужно многое определить по поведению конкурентов, которые знают так же мало, как и мы.

Глава 12**Народный калькулятор,***или Универсальная машина Ту Линга* **138***Ланг Тсунг железной рукой правил в далекой стране Магнолии. Технический прогресс правитель не признавал.**Несмотря на это, его доверенное лицо Цей Тунг и гениальный математик Ту Линг сумели вдохновить государя на создание универсальной счетной машины, которая обходится без электричества и механических деталей, но может производить в принципе все возможные вычисления, доступные современному компьютеру.***Глава 13****Оптимальный подержанный автомобиль,***или Ясно мыслить неясными понятиями* **149***Супруги Шелль хотят купить автомобиль, но у них очень смутные представления о желательных цене, годе выпуска, максимальной скорости и марке.**Можно ли, основываясь на этих данных, подобрать им оптимальный автомобиль?**Нечеткая логика пытается прийти к точному результату из неточных предпосылок.***Инструменты мышления,***или Важнейшие логические формулы* **162****Решения** **167****Литература и источники** **176**

Предисловие

Истинно или ложно, действительно или недействительно, осмысленно или бессмысленно — такими вопросами мы задаемся каждый день. Логика является формально строгой сестрой математики и часто нам встречается. В качестве учения о принципах правильного мышления и последовательного доказательства она присутствует в философии и информатике. Но она подрывает математику не меньше, чем помогает ей.

От классической логики силлогизмов через более современные разработки, к примеру Джорджа Буля и Бертрана Рассела, от теории доказательств, теории множеств и теоретической информатики вплоть до нечеткой логики автор бестселлера Кристоф Дрессер ведет нас в мир правильных умозаключений. В увлекательных и поучительных историях он непринужденно знакомит нас с основами, особенностями и ловушками логики. Дрессер показывает, как наука может быть повседневной и как ученые приходили к своим открытиям раньше и теперь.

Конечно, в этой книге каждый найдет для себя лакомые задачки. Само собой разумеется, поклонники «Обольстить математикой» и здесь не останутся разочарованными.

Кристоф Дрессер (родился в 1958 г.) редактирует научный раздел еженедельной газеты Die Zeit, для которой он в 1997 г. начал вести колонку «Stimmt's?». В 2005 г. Дрессер получил награду «Научный журналист года». Помимо шести книг «Stimmt's?», Кристоф Дрессер создал бестселлеры «Обольстить математикой», «Обольстить физикой» и «Обольстить музыкой» которые вышли в издательстве Rowohlt Taschenbuch Verlag.

Введение

Нелогичное никак нельзя поколебать логикой.
Хоймар фон Дитфурт, «Наследие неандертальца»

У логики плохой имидж. Ее считают холодной и расчетливой, и в массовой культуре частенько потешаются над персонажами, которые пытаются бороться с нелогичными сторонами жизни с помощью черно-белого формализма логических законов; вспомним хотя бы вулканца Спока¹ с корабля Enterprise.

Причина такого отношения в том, что логика сама не производит содержательных высказываний. Она только получает выводы из посылок, ничего не добавляя к смыслу. Можно ли назвать это пустой болтовней? В этой книге вы найдете формальные разборы некоторых предложений, глядя на которые, спросите: почему это нужно так сложно доказывать?

Так же недоумевают многие математики и философы. Логика как дисциплина, объединяющая оба этих предмета, на обоих факультетах прозябает. Студенты-философы не любят контрольные работы, когда нужно преобразовывать гротескных словесных чудовищ во что-то более удобоваримое, а математики часто воспринимают логику как чересчур утрированный формализм, который мешает им записывать результаты кратко, четко и изящно.

Но именно математики примерно сто лет назад открыли, что слишком небрежное отношение к логике действительно грозит потерей почвы под ногами. Математику неоднократно подрывали логические противоречия, и это длилось до тех пор, пока она снова не утверждалась на мало-мальски надежном фундаменте.

Хотя логика не добавляет ничего принципиально нового предложениям, к которым ее применяют, это не означает, что с ее помощью нельзя получить новые знания. Вновь математика служит замечательным примером: в том виде, как она существует сейчас, она выводит все свои положения из простых аксиом. Она

¹ Персонаж сериала «Звездный путь», родился на планете Вулкан. — *Прим. пер.*

не добавляет к этим незамысловатым первым послылкам ничего нового, всё уже с самого начала содержится в бесхитростных на первый взгляд положениях. Доказательство теоремы Ферма, гипотеза Пуанкаре — все сенсационные открытия последних лет, над которыми годами корпели гениальные умы, являются в конечном счете «всего лишь» прикладной логикой.

Но и нематематики поступают правильно, когда хотя бы в общих чертах знакомятся с законами логики. Они приучают нас к своего рода «ментальной гигиене», заставляют яснее формулировать свои мысли. В главе 3 я поместил 25 неправильных способов аргументации, ошибочных умозаключений, которые ежедневно встречаются нам в телевизионных шоу.

И конечно, логика — чудесный источник удовольствия от решения загадок. Я выбрал для вас три типа загадок: логикали, загадки про лжецов и про шляпы. Они отличаются тем, что их можно решить безо всяких специальных знаний, только силой логики. Я покажу примерные способы решения, а дальше вы сами сможете попробовать свои силы.

Я хотел бы поблагодарить Андреаса Лооса и Бернда Шу за проверку моей рукописи и некоторые важные содержательные дополнения, а также моего литагента Хайке Вильгельми и редактора Франка Штрикштрока из издательства Rowohlt. Если вы заметите логические неувязки или у вас появятся предложения, посетите мою страничку www.droesser.net!

Кристоф Дрёссер, Гамбург, сентябрь 2012 г.

Глава 1

Если Луна сделана из зеленого сыра, или О логике и действительности

Три логика приходят в бар.

— Всем пива? — спрашивает официантка.

— Я не знаю, — говорит первый.

— Я не знаю, — говорит второй.

— Да! — говорит третий.

Те, кто много занимаются логикой, считают этот анекдот невероятно смешным. Другие думают: «С такими людьми я бы в пивную не пошел!»

Логическое объяснение анекдота: первый логик хочет пива, но он не знает, чего хотят его спутники, поэтому он не может ответить на вопрос ни «да», ни «нет».

Второй логик может сделать вывод из ответа первого, что тот хочет пива, ведь первый логик не ответил на вопрос «нет» — предложение, которое начинается со слова «всем...», было бы ложным уже при единственном исключении. Второй логик тоже хочет пива, но он ничего не знает о желаниях третьего, поэтому ему тоже приходится ответить «Я не знаю».

Только третий логик может дать четкий ответ: оба его товарища хотели бы выпить пива, он сам тоже не прочь, поэтому он уверенно отвечает «Да!».

Добро пожаловать в страну изошренных каверз! Если вам доставил удовольствие ход мысли в этом анекдоте, то можете прямо сейчас заглянуть в главу 11 и решить ряд задач, в которых нужно рассуждать аналогичным образом. В реальной жизни такие ситу-

ации, к счастью, встречаются редко: если официантка спрашивает клиентов, хотят ли все они пива, ответом будет не пожатие плечами, а многоголосое «Да!», «Конечно!», «А как же!». А затем просто подсчитают количество заказанного пива.

В жизни всё происходит не всегда логично, и это тоже хорошо. Иначе Гамлет не мог бы сказать «быть или не быть, вот в чем вопрос», ведь предложение вида «А или не А» всегда истинно и вообще не является вопросом. И когда певец и поэт Вольф Бирман, тогда еще в ГДР, свои внутренние противоречия выражал фразой «Я больше всего хотел бы быть далеко и охотно остаюсь здесь», он определенно отвергал тот факт, что его предложение имеет вид «А и не А», а потому содержит противоречие¹. Жизнь вообще полна противоречий, и иногда к ним нужно относиться не так, как в логике.

Когда я несколько десятилетий назад изучал в университете математику и философию, логика была в списке обязательных предметов для философов и большинству из них внушала ужас. Непонимание достигло высшей точки, когда профессор, не моргнув глазом, продекламировал: «Если луна сделана из зеленого сыра, то число пять — пьяное». А затем он еще заявил, что предложение истинно, поскольку из неверной посылки может следовать неверный вывод, а все выражение в целом, несмотря на это, остается верным.

Возможно, издатель Франк Ширмахер, который наряду с германистикой и англоведением изучал и философию, прогулял эту лекцию, во всяком случае во время кульминации скандала вокруг бывшего президента Германии Кристиана Вульфа в начале 2012 г., он написал возмущенный комментарий в своей газете. Вульф попробовал в своем пресловутом телеинтервью опровергнуть выдвинутые против него упреки в получении личной выгоды и дать убедительные разъяснения своему поведению. Ширмахер не поверил ни единому слову из этих отговорок и написал: «Поскольку неверная посылка делает всё ложным, интервью президента стало провалом». Интервью действительно было провалом, но в логике ложные посылки делают всё не ложным, а истинным. «Если бы

¹ Бирман сказал об этих строках на своем знаменитом кельнском концерте, который стал поводом для лишения его гражданства: «Они очень точно отражают политическое настроение многих молодых людей в ГДР».

не было словечка «если», был бы мой отец миллионером» (wenn das Wörtchen wenn nicht wäre, wäre mein Vater Millionär) — гласит немецкая поговорка, и к ней нечего добавить.

Но логическая импликация создает проблемы здравому человеческому сознанию не только тогда, когда посылка ложная. Когда она верная, тоже появляются странные истинные положения: «Если Берлин — столица Германии, то Ангела Меркель — канцлер». Определенно, обе части высказывания верны, но каким образом они связаны между собой? Ответ — никак. В логике речь не идет о содержательной связи между высказываниями. Оборот «если..., то...» в повседневном языке обозначает причинную связь между фразами, но логика об этом ничего не знает (подробнее см. в гл. 2).

Мои сокурсники-математики тоже не очень активно интересовались логикой. В Бонне, где я учился, в математическом институте было отделение логики и изучения основ, располагавшееся в маленьком домике, арендованном институтом. Большинство студентов никогда не посещали этот дом. Математическая логика в XX в. уверенно расшатывала основы математики, а в конце концов показала, что не все ее истинные положения могут быть логически доказаны (см. гл. 8 и 10). Несмотря на это, математики в своей повседневной работе продолжают удивительно наивно обходиться с логикой. Они выучили пару способов доказательства, а в остальном применили здравый смысл, и при этом довольно далеко продвинулись.

Логика слепа по отношению к действительности. Она интересуется только формальной связью между высказываниями и выводами, которые можно получить из некоторого числа посылок, если те верны. Вотчина логики не индукция, т. е. выведение закономерностей из наблюдений за действительностью, а дедукция. Логика сама по себе не служит аргументом в дискуссии, но она может проверить обоснованность аргументации.

Поэтому логику часто упрекают в некоторой холодности. Вулканец Спок с корабля Enterprise был тонким аналитиком, абсолютно беспомощным в сфере эмоций. Однако именно это свойство логики великие мыслители прошлого считали преимуществом и мечтали о том, чтобы научиться с помощью холодной логики разрешать самые жгучие разногласия человечества. Готфрид Вильгельм Лейбниц родился за два года до окончания Тридцати-

летней войны — конфликта, в ходе которого из-за разногласий в вопросах вероучения погибла почти половина населения страны. Лейбниц мечтал о том, что логика сможет занять место горячих словесных баталий. «Если бы возникли противоречия, нужды в спорах между двумя философами было бы не больше, чем между двумя счетоводами, — писал Лейбниц, — так как им было бы достаточно взять в руки карандаши, сесть за грифельные доски и сказать друг другу (если они хотят — при наличии доброжелательного свидетеля): давайте подсчитаем».

Ученые еще со времен Средневековья с помощью средств логики хотели дать ответы на предельные вопросы бытия. Не единожды предпринимались попытки вывести существование Бога из логических принципов посредством чистого размышления. Первым, кто сумел сделать это, был Ансельм Кентерберийский, живший в XI в. Его аргументация выглядела примерно так.

- Бог есть то, больше чего невозможно помыслить.
- Предположим, что Бог существует только в нашем сознании. Тогда можно будет помыслить нечто, что есть больше, чем то, больше чего невозможно помыслить¹.
- Допустим, можно помыслить нечто такое, что больше того, больше чего невозможно помыслить. Тогда то, больше чего невозможно помыслить, является тем, больше чего можно помыслить.
- Итак, то, больше чего невозможно помыслить, является тем, больше чего можно помыслить.
- Это противоречие. Таким образом, предположение, что Бог реально не существует, ложно, и Бог существует.

Эта аргументация сегодня кажется нам простенькой, допотопной и схоластической, в веру она никого не обратит. Из словесного оборота («то, больше чего невозможно помыслить») Ансельм выводит существование чего-то, что обладает указанным свойством. Нечто совершенно аналогичное произошло в математике в начале XX в.: разрешенное наивной теорией Кантора «множество всех

¹ Поскольку любой предмет, который существует и в нашем сознании, и в окружающей действительности, очевидно, больше, чем тот, который существует только в сознании. — *Прим. пер.*

множеств», которое не допускало чего-либо большего, чем оно само, — конструкция вроде Ансельмовой. Она ввергла математику в противоречия, как показал Бертран Рассел в 1903 г. Так возник первый серьезный кризис основ этой науки, воздвигнутой на чистой логике. Подробнее об этом в главе 8!

Лейбниц мечтал создать полное описание мироустройства, «*characteristica universalis*», представляющее собой энциклопедию безусловных истин, формальный язык для их описания и формулы для правил логического вывода, с помощью которых можно извлекать новые истины и прекратить все споры. Он был убежден, что такой проект группа ученых способна осилить за пять лет. Но Лейбниц умер до того, как смог начать это дело¹.

Идея Лейбница должна была потерпеть крах не только потому, что затраты были бы слишком велики. Есть и более глубокая причина: при помощи одной только логики нельзя получить все истины. Особенно это касается математики: в 1931 г. Курт Гёдель доказал, что каждая достаточно полная формальная система (о том, что это такое, идет речь в гл. 10) содержит истинные положения, которые невозможно доказать средствами логики. Это был уже второй тяжелый удар, полученный математикой за 30 лет.

Логика «содержательно нейтральна», она ничего не добавляет положениям, к которым ее применяют. Она только извлекает из них истины, которые уже изначально содержатся в этих положениях. В конце концов логика производит только тавтологии — положения, истинные независимо от их содержания. Насколько это много, показывает математика: все ее выводы являются в конечном счете тавтологиями, т. е. выводами из аксиом. Вот каким мощным инструментом может быть логика.

¹ Если мечта Лейбница сегодня нам кажется смешной, то мы ее слишком упрощаем. В более позднее время предпринимались аналогичные попытки: например, проект «Сайк» американского информатика Дугласа Лената, который должен был наделить компьютер полным человеческим повседневным знанием. Сюда включались в том числе и элементы формулы для поиска истин, характерные для здорового человеческого ума, формальный язык для их описания и правила логического вывода из логики предикатов. Проект стартовал в 1984 г., и Ленат оценивал расходы на его осуществление в 350 человеко-лет. На сегодняшний день проект не закончен, имеется лишь пара модулей знания для специальных областей применения.

Я приглашаю вас в путешествие по миру логики; путешествие, во время которого нам встретятся задачки и головоломки, хорошие и плохие аргументы, противоречия и парадоксы; путешествие, которое в итоге покажет нам границы человеческого мышления.

Есть другой вариант анекдота, который я рассказал в начале главы.

Четыре логика приходят в бар.

— Всем пива? — спрашивает официантка.

— Я не знаю, — говорит первый.

— Я не знаю, — говорит второй.

— Я не знаю, — говорит третий.

— Нет! — говорит четвертый.

— Ах, вы, наверное, логики? — смеется официантка. — Тогда я принесу ваши три пива!

— Да, — говорит четвертый логик. — А мне, пожалуйста, бокал красного вина.

Глава 2

Правда и ложь,

или

Когда грабители спотыкаются о логику

— День начинается неплохо, — думал комиссар Детлеф Бенке. Через открытую дверь кабинета он бросил взгляд в коридор, где сидели трое подозреваемых: Арнольд Зегемайстер (по прозвищу Арни), Бодо Кюммерлинг (известный как Бомбо-Бодо) и Кристиан Вюргер (он же Сейф-Крис). Все трое уже подверглись персональным допросам и, по-видимому, были довольны результатом: во всяком случае они явно пребывали в хорошем настроении, Арни даже хлопал себя по бедру. Для позитива у них были все основания; если комиссару в скором времени не придет в голову хорошая идея, он должен будет отпустить всех троих.

Он был уверен, что по крайней мере один из троих виновен в ограблении, которое вчера стало главной темой для разговоров в Кляйнштадте. В ночь с понедельника на вторник кто-то профессионально взломал дверь местного филиала сберкассы. Воры вывели из строя сигнализацию, а затем кислородным копьём разрезали несгораемый шкаф и забрали 20 000 евро наличными. Они точно знали, где и как надо применять свои инструменты, — наверняка поработали профессионалы. Или это был один-единственный вор? Никаких отпечатков пальцев, никаких свидетелей — предстояло долгое расследованием с сомнительными перспективами успеха. Это было первое дело Бенке в отделе ограблений; его перевели сюда пару недель назад после 20 лет работы по расследованию убийств¹. — Я достаточно насмотрелся на трупы, — объяснил он свой уход начальнику. Быстрое раскрытие сенсацион-

¹ См. «Убийца на бензозаправке» в «Обольстить математикой» и «Культ квантов» в «Обольстить физикой».

ОБОЛЬСТИТЬ ЛОГИКОЙ

КРИСТОФ ДРЁССЕР

Как доказать, что Ангела Меркель – китайская императрица?

Почему порядка может быть слишком много?

Как ясно мыслить неясными понятиями?

На что способен компьютер без электрических
и механических частей?

Может ли Всемогущее Существо создать камень,
который нельзя поднять?



© Andrea Cross

Обо всем этом и о многом другом легко и весело рассказывает в своей книге Кристоф Дрёссер, известный немецкий журналист, автор нескольких научно-популярных книг и лауреат множества премий. Перевернув последнюю страницу, читатель поймет, что логика помогает нам рассуждать и делать выводы даже в самых непростых жизненных ситуациях.