

Содержание

Предисловие	6
Раздел I. Учебно-тренировочные задачи	8
Задание № 1. Уравнения	8
Рациональные уравнения	8
Иррациональные уравнения	10
Показательные уравнения	12
Логарифмические уравнения	16
Тригонометрические уравнения	19
Задание № 2. Теория вероятности	21
Задание № 3. Планиметрия	34
Площадь и периметр	34
Вычисление углов и метрические соотношения	43
Трапеция и параллелограмм	48
Подобие фигур	50
Вписанная и описанная окружности	52
Задание № 4. Преобразования выражений	60
Рациональные выражения	60
Арифметический корень	63
Выражения, содержащие степень	66
Тригонометрические выражения	69
Логарифмические выражения	72
Задание № 5. Стереометрия	77
Нахождение элементов пирамиды и призмы	77

Площадь поверхности и объём	82
Задание №6. Производная и её применение к исследованию функций	96
Задание №7. Задачи с физической формулировкой	113
Задание №8. Текстовые задачи	122
Задачи на движение	122
Нахождение средней скорости	126
Задачи на работу	127
Задачи на смеси	129
Задачи на «сложные» проценты	130
Задачи на проценты	132
Задачи на арифметическую прогрессию	134
Задание №9. Графики функций	135
Задание №10. Вычисление условной вероятности	147
Задание №11. Исследование функций с помощью производной	155
Раздел II. Проверочные варианты	160
Вариант №1	160
Вариант №2	161
Вариант №3	163
Вариант №4	165
Вариант №5	167
Вариант №6	169
Вариант №7	170
Вариант №8	172
Вариант №9	174
Вариант №10	176

Раздел III. Решения учебно-тренировочных задач	178
Решения заданий №1	178
Решения заданий №2	182
Решения заданий №3	199
Решения заданий №4	207
Решения заданий №5	211
Решения заданий №6	215
Решения заданий №7	227
Решения заданий №8	234
Решения заданий №9	245
Решения заданий №10	253
Решения заданий №11	271
Ответы	275
Карта индивидуальных достижений обучающегося	282
Литература	283

Предисловие

Перед Вами одна из трёх книг, входящих в учебно-методический комплект «Математика. ЕГЭ 2022. Профильный уровень». Этот учебно-методический комплект поможет выпускнику добиться необходимого ему результата на ЕГЭ по математике.

Данная книга полностью посвящена первой части работы — заданиям с кратким ответом. Как показывает практика, очень многие сильные ученики допускают на экзамене несколько досадных ошибок при решении заданий с кратким ответом. Если выпускник ставит перед собой цель набрать не менее 80 сертификационных баллов, то ошибаться в первой части работы малоприемлемо, поскольку «отыгрывать» потерянные баллы на заданиях с развёрнутым ответом гораздо сложнее. Поэтому рекомендуем всем выпускникам в процессе подготовки серьёзно отнестись к заданиям первой части и прорешать все (или хотя бы большую часть) заданий данного пособия.

О структуре пособия

Данное пособие состоит из трёх разделов. В Разделе I приведены все типы задач с кратким ответом из банка заданий ЕГЭ, а также некоторые другие задачи. Этот раздел разбит на 11 подпунктов, в соответствии с числом заданий первой части экзаменационной работы. Отметим, что внутри каждого подпункта все задания сгруппированы по типам, при этом номер первой из задач какого-либо типа выделен квадратиком.

Раздел II содержит 10 проверочных вариантов, составленных в соответствии со структурой первой части экзаменационной работы. Решение этих вариантов позволит выпускнику закрепить навыки, полученные при решении задач Раздела I, а также дополнительно попрактиковаться в решении заданий первой части на полноценном варианте из 11 задач.

В Разделе III даны решения наиболее сложных задач Раздела I. При этом особое внимание уделено новому заданию, которое впервые появилось в Демоверсии Профильного ЕГЭ, — заданию №10 на вычисление условной вероятности. В подпункте, посвящённом решению этого задания, даны необходимые теоретические сведения и подробно разобрана каждая вторая задача соответствующего подпункта Раздела I.

Отметим, что кроме указанного выше нового задания Профильного ЕГЭ, значительное внимание уделено также решениям заданий №2 (вычисление «обычной» вероятности), заданий №6 (производная и её применение к исследованию функций), заданий №7 (задачи с «физической формулировкой»), заданий №8 (текстовые задачи), заданий №11 (нахождение экстремумов функций). Соответствующие подпункты Раздела III фактически содержат полную теорию решения перечисленных выше заданий.

Необходимым дополнением данной книги является пособие «Математика. Подготовка к ЕГЭ 2022. Профильный уровень», содержащее 40 тестов по новой Демоверсии ЕГЭ, а также «Решebник» к этому пособию, в котором даны решения всех заданий с развёрнутым ответом из тестов и задачника указанного пособия.

Регулярное решение задач данной книги, начиная с 10 класса, поможет учащимся освоить школьный курс математики на более глубоком уровне, что, в свою очередь, будет способствовать успешной сдаче ЕГЭ по математике.

Желаем Вам успехов!

Задание №10. Вычисление условной вероятности

1 В одном из городов доступ в интернет предоставляют два провайдера: первый обслуживает 40% подключений к сети интернет, второй — 60%. Среди клиентов первого провайдера 87% полностью довольны качеством предоставляемых услуг (не имеют никаких претензий), среди клиентов второго провайдера полностью довольны качеством предоставляемых услуг 92% клиентов. Случайно выбранный в данном городе пользователь сети интернет имеет претензии к качеству предоставляемых услуг. Какова вероятность того, что это клиент первого провайдера?

2. В одном из городов продажа продуктов питания осуществляется через магазины двух торговых сетей. В магазинах первой торговой сети реализуется 42% творога, продаваемого в этом городе, оставшиеся 58% творога реализуются в магазинах второй сети. В первой торговой сети остаётся непроданным до истечения срока хранения 5% творога, вторая сеть не продаёт до истечения срока хранения 3% творога. Купленная в данном городе пачка творога оказалась с истёкшим сроком хранения. Какова вероятность того, что эта пачка творога была куплена в магазине второй торговой сети? Ответ округлите до тысячных.

3 В городе 48% взрослого населения — мужчины. Среди взрослого населения 18,9% не работают (пенсионеры, безработные, домохозяйки, совершеннолетние студенты и т.д.), при этом среди взрослых мужчин доля неработающих составляет 15%. Проводя в этом городе социологическое исследование, для опроса случайным образом выбрали взрослую женщину. Какова вероятность того, что выбранная женщина не работает?

4. В городе 54% взрослого населения — женщины. Пенсионеры составляют 18,78% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин составляет 22%. Проводя в этом городе социологическое исследование, для опроса случайным образом выбрали

взрослого мужчину. Какова вероятность того, что выбранный мужчина является пенсионером?

5 Трое рабочих в цеху изготавливают одинаковые детали. Первый рабочий изготовил 800 деталей, второй — 1000 деталей, а третий — 1200 деталей. Доля деталей, изготовленных с браком, у первого рабочего составляет 3,75%, у второго — 3,6%, а у третьего — 4,5%. Начальник цеха случайным образом выбрал 25 деталей, и одна из них оказалась с браком. Какова вероятность, что эту бракованную деталь изготовил второй рабочий?

6. Трое рабочих в цеху изготавливают одинаковые детали. Первый рабочий изготовил 1100 деталей, второй — 800 деталей, а третий — 600 деталей. Доля деталей, изготовленных с браком, у первого рабочего составляет 4%, у второго — 3%, а у третьего — 2%. Начальник цеха случайным образом выбрал 30 деталей и одна из них оказалась с браком. Какова вероятность, что эту бракованную деталь изготовил первый рабочий?

7 Энтомолог предполагает, что найденный им жук может относиться к редкому подвиду жуков, так как у него на корпусе есть узор. Известно, что в редком подвиде 99% жуков имеют узор, а среди обычных жуков только 1% имеют узор. Также известно, что жуков редкого подвида насчитывается лишь 0,5% среди всей популяции. Какова вероятность того, что найденный энтомологом жук относится к редкому подвиду? Ответ округлите до тысячных.

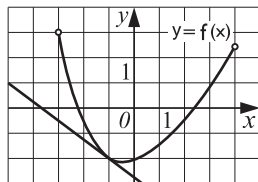
8. Энтомолог предполагает, что найденная им бабочка может относиться к редкому подвиду бабочек, так как узор на крыльях у неё несимметричен. Известно, что в редком подвиде у 99,5% бабочек узор на крыльях несимметричен, а среди обычных бабочек только 0,5% имеют несимметричный узор. Также известно, что бабочек редкого подвида насчитывается лишь 0,4% среди всей популяции. Какова вероятность того, что найденная энтомологом бабочка относится к редкому подвиду? Ответ округлите до десятитысячных.

Раздел II. Проверочные варианты

Вариант №1

- 1 Решите уравнение $4^{5x+6} = 64$.
- 2 Гирлянда состоит из 380 красных, 210 зелёных, 190 жёлтых и 220 синих лампочек. Одна из лампочек перегорела. Какова вероятность, что перегоревшая лампочка красного цвета?
- 3 Сумма двух углов параллелограмма равна 112° . Найдите градусную меру большего из углов параллелограмма.
- 4 Найдите значение выражения $\sqrt{2} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.
- 5 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы со стороной основания 25 см, налили воду. Высота уровня воды равна 100 см. Воду перелили в другой сосуд такой же формы, в результате чего высота уровня воды понизилась на 75 см. Найдите длину стороны основания второго сосуда. Ответ выразите в сантиметрах.

- 6 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 4)$. На рисунке изображён её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = -1$. Вычислите значение производной $f'(x)$ в точке $x_0 = -1$.

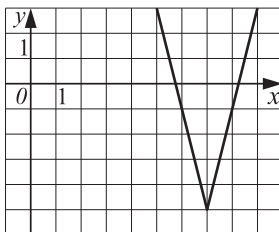


- 7 По закону Ома для полной цепи, сила тока I , измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где ε — ЭДС источника в Вольтах, r — его внутреннее сопротивление (в омах), R — сопротивление цепи (в омах). Определите, при каком наименьшем сопротивлении цепи

R (в омах) сила тока I будет составлять не более 60% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$, если внутреннее сопротивление источника $r = 0,6 \text{ Ом}$.

8 Первые полчаса автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, следующий час — со скоростью 75 км/ч, а затем 2,5 часа — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

9 На рисунке изображён график функции $f(x) = a|x + b| + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-47)$.



10 В городе 45% взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 15,7% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди мужчин составляет 8%. Проводя в этом городе социологическое исследование, для опроса случайным образом выбрали взрослую женщину. Какова вероятность того, что выбранная женщина является пенсионеркой?

11 Найдите точку минимума функции $y = (3x^2 - 36x + 63) \cdot e^{x-3}$.

Вариант №2

1 Решите уравнение $2^{2x-3} = 32$.

2 В магазине на полке стоят DVD-диски с фильмами, среди кото-