



# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Предисловие</b> .....	4	Вариант 14 .....	97
<b>Инструкция по выполнению экзаменационной работы</b> .....	5	Вариант 15 .....	104
<b>ВАРИАНТЫ ТРЕНИРОВОЧНЫХ РАБОТ</b> .....	6	Вариант 16 .....	111
Вариант 1 .....	6	Вариант 17 .....	118
Вариант 2 .....	13	Вариант 18 .....	125
Вариант 3 .....	20	Вариант 19 .....	132
Вариант 4 .....	27	Вариант 20 .....	139
Вариант 5 .....	34	Вариант 21 .....	146
Вариант 6 .....	41	Вариант 22 .....	153
Вариант 7 .....	48	Вариант 23 .....	160
Вариант 8 .....	55	Вариант 24 .....	167
Вариант 9 .....	62	Вариант 25 .....	174
Вариант 10 .....	69	Вариант 26 .....	181
Вариант 11 .....	76	Вариант 27 .....	188
Вариант 12 .....	83	Вариант 28 .....	195
Вариант 13 .....	90	Вариант 29 .....	202
		Вариант 30 .....	209
		<b>ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ</b> ...	216

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Уважаемый старшекласник! Этот сборник предназначен для подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня в 2022 году.

Сборник содержит 30 тренировочных вариантов экзаменационных работ, составленных с учётом изменений на 2022 год.

Первая часть экзаменационной работы состоит из 11 заданий с кратким ответом, а вторая часть — из 7 заданий с развёрнутым ответом.

С 2015 года экзамен по математике стал двухуровневым. Экзамен профильного уровня рассчитан на выпускников, которым математика необходима для поступления в вуз. Для того чтобы эффективно пользоваться сборником, необходимо сначала определить собственную цель на ЕГЭ по математике.

1. Если Вам не нужны результаты ЕГЭ по математике для поступления в вуз, рекомендуем Вам обратить внимание на экзамен по математике базового уровня, сборник вариантов по которому представлен нашим издательством и также состоит из 30 вариантов.

2. Если Вам нужно сдать профильный экзамен по математике на минимально необходимый балл, сосредоточьте свои усилия на заданиях 1–11. Они не требуют обширных математических знаний — их можно решить, опираясь лишь на здравый смысл, базовые геометрические представления и умение считать. Задачи под номерами 2 и 10 требуют умения вычислять вероятности простейших событий и также в основном опирается на общие естественные представления.

В процессе тренировки следует добиться устойчивых результатов и полного понимания смысла математических действий, которые Вы производите. Как только этот уровень будет достигнут, можно попробовать свои силы в решении более сложных задач.

3. Ваша задача — поступление в высшее учебное заведение, в котором математика является профильным экзаменом и требуется набрать максимально высокий балл. В таком случае Ваш экзамен состоит из всех заданий первой и второй части.

После того, как почувствуете себя уверенно, решая задания с кратким ответом, обратите внимание на задания 12–14. Эти задания требуют внимательного выполнения изученных в школе алгоритмов и менее трудоёмкие, чем задания 15 и 16.

4. Если Вы планируете продолжать математическое образование, Вам требуется высокий балл для того, чтобы подтвердить хорошее знание математики и свою конкурентоспособность. Тогда Вам нужно уметь решать все задания экзамена. Сразу скажем, что решить абсолютно все задания за отведённое время очень трудно. Но этого и не требуется. Экзамен составлен таким образом, что можно получить некоторое число баллов за задания 17 и 18, если внимательно разобраться в условиях и требованиях задачи и сделать осмысленные шаги на пути к решению. Например, иногда удаётся обоснованно ответить на один или два пункта в задании 18, не решив задачу полностью.

Но даже и в том случае, когда Ваша цель — последние задания экзамена, не забывайте про задачи первой части. Очень часто наиболее сильные участники экзамена, стремясь как можно скорее заняться сложными и интересными задачами второй части, допускают обидные ошибки в простых задачах с кратким ответом. Наш совет — внимательно проверьте решения простых задач, прежде чем погружаться в решение сложных.

В конце пособия даны ответы для проверки решений.

В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru).

Желаем успеха!

# ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий.

Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности.

Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

# ВАРИАНТЫ ТРЕНИРОВОЧНЫХ РАБОТ

## ВАРИАНТ 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

1

Найдите корень уравнения  $\frac{2}{5}x = 7\frac{1}{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

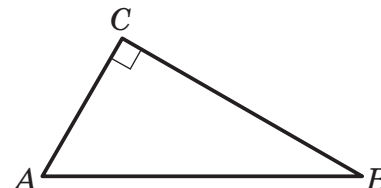
Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 60 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 36 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

3

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 1$ ,  $BC = \sqrt{15}$ . Найдите  $\cos A$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



4

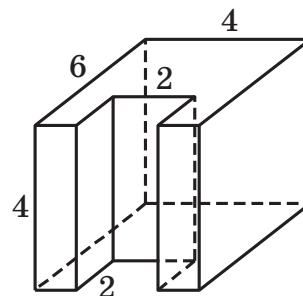
Найдите значение выражения  $(8ax - (-xy)) : (3yx)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

Ответ: \_\_\_\_\_.



6

Прямая  $y = -x + 14$  является касательной к графику функции  $y = x^3 - 4x^2 + 3x + 14$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 2 + 7t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 метров?

Ответ: \_\_\_\_\_.

8

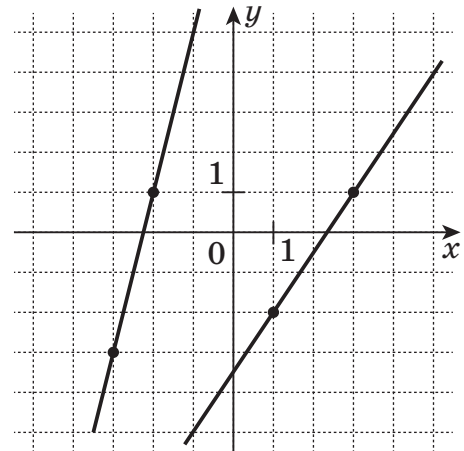
Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 60 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2 часа 40 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.

Ответ: \_\_\_\_\_.



10

Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 11 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 5 очков.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Найдите наименьшее значение функции  $y = 7 + \frac{13\sqrt{3}\pi}{3} - 13\sqrt{x} - 26\cos x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение  $\frac{5\cos 2x + 11\cos x + 8}{25\sin^2 x - 16} = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$ .

13 Точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ .

а) Докажите, что плоскость  $MB_1 D_1$  делит ребро  $FF_1$  в отношении 1 : 3.

б) Найдите угол между плоскостью основания призмы и плоскостью  $MB_1 D_1$ , если  $AB = 5$ ,  $AA_1 = 10\sqrt{3}$ .

14 Решите неравенство  $\frac{2}{4^{x+1} - 2} - \frac{3(4^{x+2} - 4)}{7(4^{x+1} - 4)} \leq -2$ .

15 По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение — 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 10% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число  $n$  млн рублей после первого и второго годов, а также целое число  $m$  млн рублей после третьего и четвертого годов. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором первоначальные вложения за два года как минимум утроятся, и наименьшее значение  $m$ , такое, что при найденном ранее значении  $n$ , первоначальные вложения за четыре года увеличатся как минимум в 4 раза.

16 Биссектриса угла  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекает основание  $AD$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что биссектриса угла  $D$  проходит через середину отрезка  $CM$ .

б) Найдите отношение оснований трапеции, если сторона  $AD$  перпендикулярна стороне  $AB$  и известно, что  $AM : MD = 3 : 5$  и  $AB : CD = 7 : 25$ .

17

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$|x + a^2 - 2a + 2| + |x - a^2 + 4a - 6| \leq 2|x| + 2|x - 2|$$

выполняется при всех значениях  $x$ .

18

На доске в первой строке написано  $n \geq 2$  различных натуральных чисел, а во второй — по одному разу те и только те натуральные числа, которые являются наименьшим общим кратным каких-либо двух различных чисел из первой строки. Например, если в первой строке написаны числа 1, 2, 3 и 4, то во второй строке написаны числа 2, 3, 4, 6 и 12.

- а) Может ли во второй строке быть написано ровно 10 чисел при  $n = 5$ ?
- б) Может ли во второй строке быть написано ровно одно число при  $n > 10$ ?
- в) Какое наименьшее значение может принимать  $n$ , если среди чисел второй строки есть числа  $2^2, 2^3, \dots, 2^{10}$  и  $3^2, 3^3, \dots, 3^8$ ?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**







# Вариант 1



## ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

### БЛАНК ОТВЕТОВ № 2

ЛИСТ 2

Код региона

Код предмета

Название предмета

Резерв - 6

Дополнительный  
бланк ответов № 2

Лист



Перепишите значения полей "Код региона", "Код предмета", "Название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.  
Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.  
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, 31.  
Условия задания переписывать не нужно.



**ВНИМАНИЕ!** Данный бланк использовать только после заполнения бланка ответов № 2 лист 1

--

Оборотная сторона бланка НЕ ЗАПОЛНЯЕТСЯ. Попросите дополнительный бланк ответов № 2.

## ВАРИАНТ 2

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

### Часть 1

1

Найдите корень уравнения  $\frac{7}{8}x = 3\frac{1}{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

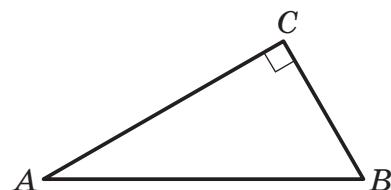
Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 40 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 14 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

3

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 15$ ,  $BC = 5\sqrt{7}$ . Найдите  $\cos A$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



4

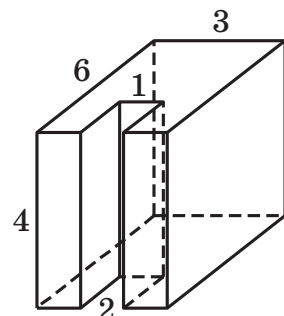
Найдите значение выражения  $(9ax - (-7xy)) : (8yx)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

Ответ: \_\_\_\_\_.



6

Прямая  $y = -2x + 6$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 5x^2 + 6x + 10$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,8 + 10t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 6 метров?

Ответ: \_\_\_\_\_.

8

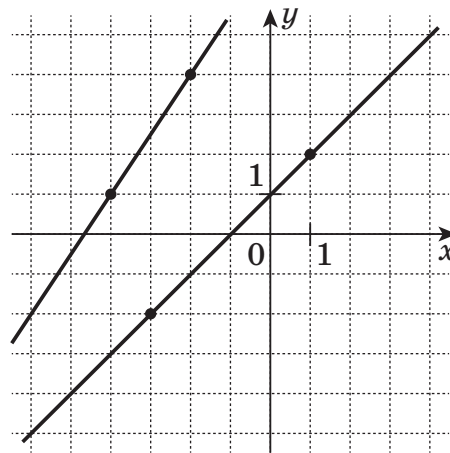
Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 80 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов 20 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.

Ответ: \_\_\_\_\_.



10

Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 5 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 2 очка.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Найдите наименьшее значение функции  $y = 9 + \frac{\pi}{2} - 2x - 2\sqrt{2} \cos x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

13

Точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ .

а) Докажите, что плоскость  $MB_1 D_1$  делит ребро  $FF_1$  в отношении 1 : 3.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $MB_1 D_1$ , если  $AB = 6$ ,  $AA_1 = 16$ .

14

Решите неравенство  $\frac{2}{5^{x+1} - 3} - \frac{2(5^{x+2} - 5)}{11(5^{x+1} - 5)} \leq -1$ .

15

По бизнес-плану трёхлетний проект предполагает начальное вложение — 15 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 10% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число  $n$  млн рублей после первого и второго годов, а также целое число  $m$  млн рублей после третьего года. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором первоначальные вложения за два года как минимум утроятся, и наименьшее значение  $m$ , такое, что при найденном ранее значении  $n$ , первоначальные вложения за три года увеличатся как минимум в 4 раза.