



Введение




Цель данной книги — помочь школьнику научиться выполнять разные типы экзаменационных заданий, предлагаемых на основном государственном экзамене (ОГЭ) по математике, вне зависимости от их содержания, усвоить основные алгоритмы. Чаще всего в учебных пособиях рассказывается, что учить и что делать, но не уделяется должного внимания аспекту, как учить и как делать. Поняв общий алгоритм выполнения того или иного типа заданий, школьник сможет легко сориентироваться, как их выполнять, найдёт способ решения задания вне зависимости от особенностей его содержания. Например, если школьник научился строить и исследовать основные математические модели, он сможет успешно справиться сразу с несколькими заданиями.

В книге предлагаются задания, сгруппированные по видам проверяемых на экзамене умений и способов действий, и понятные алгоритмы их выполнения. Пособие поможет сформировать стойкие навыки, необходимые для выполнения экзаменационной работы, избежать ошибок и сделать самостоятельную подготовку простой и эффективной.

Каждый раздел содержит описание заданий, алгоритм выполнения, информацию о том, какой уровень сложности , максимальный балл оценивания задания , а также включает подробный разбор заданий-примеров с пояснениями, тренировочные задания, их решения и ответы к ним.

Книга содержит задания по основным разделам изучаемого курса математики: «Алгебра», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Геометрия», «Элементы статистики и теории вероятностей». Большое внимание уделено практическим задачам и задачам на умение проводить доказательные рассуждения.

Для подготовки к экзамену школьнику следует:

-  ознакомиться с кодификатором, спецификацией, демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов (КИМ) основного государственного экзамена по математике;
-  уделить особое внимание решению практических задач, ориентированных на применение математических знаний в повседневности; отдельно поработать с заданиями, требующими применения теории вероятностей;
-  потренироваться осуществлять алгебраические преобразования, строить и исследовать математические модели, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений — эти навыки понадобятся для выполнения заданий высокого уровня сложности.

Вариант КИМ экзаменационной работы содержит 25 заданий и состоит из двух частей, различающихся по форме и уровню сложности. Часть 1 содержит 19 заданий: на решение текстовых, геометрических задач, решение уравнений и неравенств, построение и чтение графиков функций, проведение алгебраических вычислений и преобразований. Часть 2 содержит 6 заданий повышенного

и высокого уровня сложности, требующих не только хороших математических знаний, но и творческого подхода к решению, умения проводить доказательные рассуждения, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения.

Ответ на задания части 1 записывается в виде последовательности цифр, целого числа или конечной десятичной дроби в поле ответа в тексте работы, а затем переносится в бланк ответов № 1 по приведённым ниже образцам. Каждую цифру, знак «минус» и запятую в бланке ответов следует писать в отдельную клетку. Единицы измерений (в том числе проценты и градусы) писать не нужно.

КИМ

БЛАНК

	А	Б	В
Ответ:	3	1	2

11	3	1	2																
-----------	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Ответ: -0,5.

18	-	0	,	5															
-----------	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

При выполнении заданий части 2 решение даётся в развёрнутой форме. В бланке ответов № 2 необходимо указать номер задания и записать полное обоснованное решение и ответ.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком, который выдаётся комиссией и представляет собой лист формата А4 со штампом учреждения образования. После окончания экзамена черновик сдаётся, но записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы, поэтому обязательно надо перенести ответы в бланки. На черновике желательно записывать пояснение так, как оно будет выглядеть в бланке ответа, чтобы при переписывании не тратить время на формулирование ответа и выстраивание его порядка.

Желаем успехов на ОГЭ!

Задачи с практическим содержанием



Задания 1–5, 12, 14

Задачи данного раздела проверяют умение выполнять вычисления и преобразования, использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни, строить и исследовать простейшие математические модели, осуществлять практические расчёты по формулам. Основные методы решения: арифметический (по действиям) и алгебраический (через составление уравнения или неравенства).

Для выполнения заданий такого типа необходимо уметь решать простейшие текстовые задачи на вычисления, округление чисел с избытком и недостатком, проценты, простейшие геометрические задачи на вычисление длин, периметров, площадей. Следует обратить особое внимание на единицы измерения: в течение всего решения они обязательно должны быть одинаковыми, кроме этого, необходимо дать ответ в указанных единицах измерения.

Полезно знать

Практико-ориентированные задачи имеют большой текстовый объём. Для того чтобы выделить существенные условия и опустить второстепенные, задачу нужно просто прочитать, возможно, даже не один раз. Полезно сначала подчеркнуть главное или сделать краткие записи и схематические чертежи, а затем применять известные математические формулы, теоремы, законы.

ЗАДАНИЯ 1–5

Для заданий 1–5 предложен общий план (график, чертёж, схема или таблица) и текст-описание. К каждому заданию дополнительно сформулирован

вопрос. Ответом является последовательность цифр, целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.



базовый



по 1 баллу

Обратите внимание

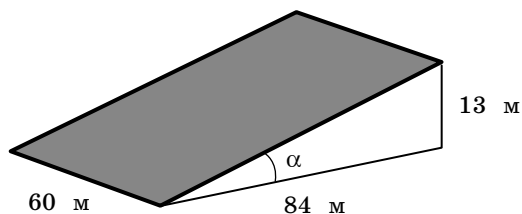
Задания данного блока лучше выполнять по порядку, так как полученные результаты часто используются при решении следующих задач.

Пример задания с чертежом

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Земледелие в горах называется террасным, что означает расположение культивируемых полей на нескольких уровнях гор в виде широких ступеней (террас). В условиях гор и предгорий террасное земледелие — вынужденная необходимость. Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам, поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Выбор культур для выращивания при террасном земледелии зависит от объёма выпадающих в этой местности осадков, климата и других значимых обстоятельств. В одних случаях эффективнее выращивать рис или иные зерновые, в других — чай, виноград и т. п. На территории Российской Федерации террасное земледелие развито в Дагестане.

Земледелец владеет прямоугольным участком на склоне холма (см. рисунок). Ширина участка составляет 60 м, верхняя точка находится на высоте 13 м от подножия.

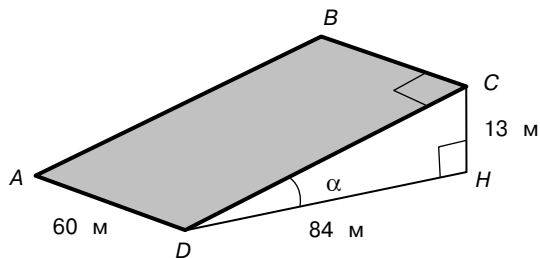
**Пример задания 1**

На расчищенном склоне холма земледелец выращивает абрикосы. Какова площадь, отведённая под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах.

Выполнение

- 1) Внимательно прочитайте текст-описание и формулировку задания № 1.
- 2) Выделите существенную информацию. Изучите план (график, чертёж, схему, таблицу), отметьте нужные данные. При необходимости сделайте пометки на плане (графике, чертеже, схеме, таблице), вычисления на черновике.

Подчеркнём в тексте информацию, нужную для выполнения данного задания.
 «Земледелец владеет прямоугольным участком на склоне холма (см. рисунок). Ширина участка составляет 60 м, верхняя точка находится на высоте 13 м от подножия». Исходя из текста и данных рисунка, площадь участка равна площади прямоугольника.



Отметим на чертеже прямые углы, введём обозначения: прямоугольник — $ABCD$, CH — расстояние от верхней точки до подножия.

Поскольку $S_{\text{участка}} = S_{ABCD} = AD \cdot CD$, необходимо вычислить длину стороны CD . Рассмотрим прямоугольный треугольник CDH с прямым углом CHD . Из теоремы Пифагора получим:

$$CD = \sqrt{DH^2 + CH^2} = \sqrt{84^2 + 13^2} = \sqrt{7056 + 169} = \sqrt{7225} = 85 \text{ (м)}.$$

Тогда искомая площадь равна: $S = 60 \cdot 85 = 5100 \text{ (м}^2\text{)}$.

Обратите внимание

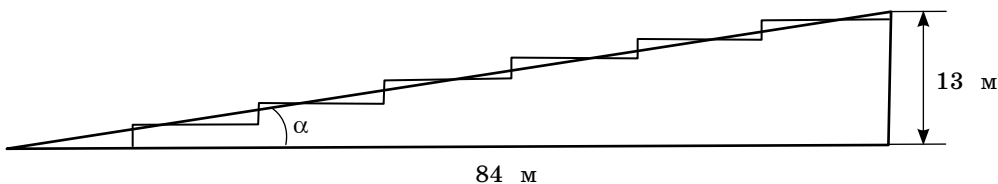
Таблица квадратов имеется в справочных материалах КИМ.

- 3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1 без единиц измерения.

Ответ: 5100.

Пример задания 2

Земледелец разбил террасы на своём участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать кукурузу. Строительство террас возможно, если уклон не больше 40 % (уклон — тангенс угла склона α , умноженный на 100 %). Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до целых.



Выполнение

- 1) Ознакомьтесь с формулировкой задания № 2.
- 2) Ещё раз внимательно прочитайте текст задания № 1, рассмотрите рисунок, выделите существенную для задания информацию. При необходимости сделайте пометки на плане (графике, чертеже, схеме, таблице), вычисления на черновике.

Подчеркнём в тексте информацию, нужную для выполнения данного задания.

«Земледелец разбил террасы на своём участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать кукурузу. Строительство террас возможно, если уклон не больше 40 % (уклон — тангенс угла склона α , умноженный на 100 %). Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до целых».

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему. С помощью этого определения найдём уклон с необходимой точностью и округлим ответ до целых:

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot 100\% = \frac{13}{84} \cdot 100\% = \frac{1300}{84}\% = \frac{325}{21}\% = 15,4\dots\% \approx 15\%.$$

- 3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1 без единиц измерения.

Ответ: 15.

Пример задания 3

На сколько процентов уменьшилась посевная площадь после того, как земледелец разбил террасы? Ответ округлите до десятых.

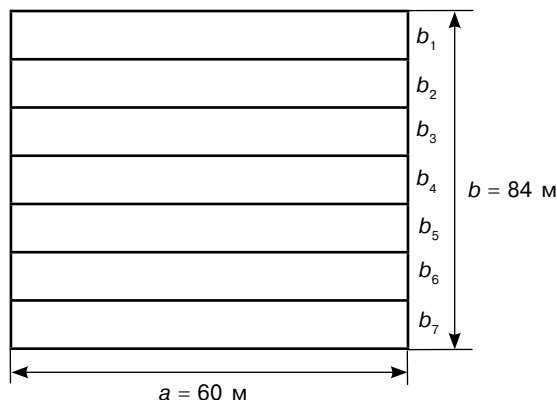
Выполнение

- 1) Ознакомьтесь с формулировкой задания № 3.
- 2) Ещё раз внимательно прочитайте текст задания № 1, выделите существенную для задания информацию. При необходимости сделайте пометки на плане (графике, чертеже, схеме, таблице), вычисления на черновике.

Подчеркнём в тексте информацию, нужную для выполнения данного задания.

«На сколько процентов уменьшилась посевная площадь после того, как земледелец разбил террасы? Ответ округлите до десятых».

В задании № 2 изображена терраса — вид сбоку. Изобразим, как будут выглядеть террасы сверху.





Длина террасы, обозначенная буквой a , равна ширине участка, то есть $a = 60$ (м).

Ширина каждой террасы обозначена b_1, b_2, \dots, b_7 . По чертежу видим, что $b = b_1 + b_2 + \dots + b_7 = 84$ (м).

Общая площадь террас равна: $S = a \cdot b_1 + a \cdot b_2 + \dots + a \cdot b_7 = a \cdot (b_1 + b_2 + \dots + b_n) = a \cdot b = 60 \cdot 84 = 5040$ (м²).

При решении задания № 1 была найдена площадь прямоугольного участка без террас, она равна 5100 м².

Вычислим уменьшение посевной площади в квадратных метрах: $5100 - 5040 = 60$ (м²).

Определим, сколько процентов 60 составляет от 5100: $\frac{60}{5100} \cdot 100\% = \frac{1}{85} \cdot 100\% = \frac{100}{85}\% = \frac{20}{17}\% = 1,17\dots\% \approx 1,2\%$.

- 3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1 без единиц измерения.

Ответ: 1,2.

Пример задания 4

Земледелец собирает 900 г кукурузы с одного квадратного метра на террасированном участке. Перед тем как закладывать кукурузу на хранение, её подвергают обработке (очистка, сушка, вентиляция). При этом теряется 20 % массы. Сколько килограммов кукурузы фермер заложил на хранение?

Выполнение

- 1) Ознакомьтесь с формулировкой задания № 4.
- 2) Ещё раз внимательно прочитайте текст, выделите существенную для задания информацию. При необходимости сделайте пометки на плане (графике, чертеже, схеме, таблице), вычисления на черновике.

Подчеркнём в тексте информацию, нужную для выполнения данного задания.

«Земледелец собирает 900 г кукурузы с одного квадратного метра на террасированном участке. Перед тем как закладывать кукурузу на хранение, её подвергают обработке (очистка, сушка, вентиляция). При этом теряется 20 % массы. Сколько килограммов кукурузы фермер заложил на хранение?»

Заметим, что урожайность дана в граммах, а ответ требуется дать в килограммах.

Переводим граммы в килограммы: $900 \text{ г} = 0,9 \text{ кг}$.

Используем найденную в задании № 3 площадь террасированного участка: 5040 м^2 .

$5040 \cdot 0,9 = 4536$ (кг) — масса собранной кукурузы.

$100\% - 20\% = 80\%$ — остаток кукурузы после обработки в процентах.

$4536 \cdot 0,8 = 3628,8$ (кг) — масса кукурузы после обработки.

- 3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1 без единиц измерения.

Ответ: 3628,8.

Пример задания 5

За год земледелец на своём террасированном участке собирает два урожая — летом и осенью. Возможно засевание различными культурами. В таблице приведена урожайность культур. Найдите наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец за один год.

	Кукуруза	Просо	Гречиха	Бобовые
1-й урожай (лето)	900 г/м ²	750 г/м ²	800 г/м ²	не выращивают
2-й урожай (осень)	700 г/м ²	не выращивают	600 г/м ²	850 г/м ²

Выполнение

- 1) Ознакомьтесь с формулировкой задания № 5.
- 2) Ещё раз внимательно прочитайте текст, выделите существенную для задания информацию. При необходимости сделайте пометки на плане (графике, чертеже, схеме, таблице), вычисления на черновике.

	Кукуруза	Просо	Гречиха	Бобовые
1-й урожай (лето)	900 г/м ²	750 г/м ²	800 г/м ²	не выращивают
2-й урожай (осень)	700 г/м ²	не выращивают	600 г/м ²	850 г/м ²

Чтобы вычислить наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец за один год, найдём в строке таблицы «1-й урожай (лето)» культуру с наибольшей урожайностью — это кукуруза, в строке «2-й урожай (осень)» отыщем культуру с наибольшей урожайностью — бобовые.

Для дальнейших вычислений используем найденную в задании № 4 массу кукурузы: 4536 кг.

Вычислим массу бобовых, умножив урожайность в кг/м² на площадь террасированного участка (найдена в задании № 3): $5040 \cdot 0,85 = 4284$ (кг).

Общая масса урожая равна: $4536 + 4284 = 8820$ (кг).

- 3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1 без единиц измерения.

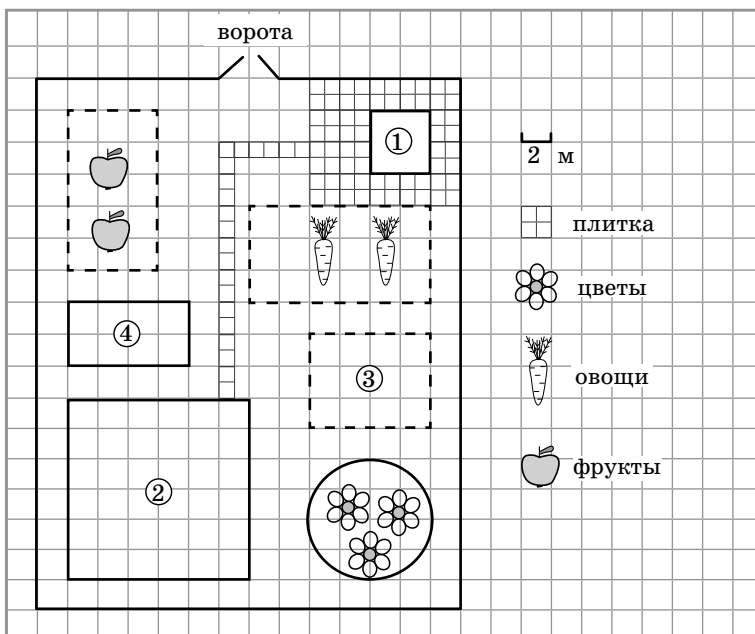
Ответ: 8820.

Пример задания с планом

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На плане изображён дачный участок, расположенный по адресу: пос. Солнечный, ул. Центральная, д. 27 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Въезд и выезд осуществляются через единственные ворота, рядом с которыми расположен гараж. Площадка вокруг гаража и дорожка на участке выложены плитками размером 1 м × 1 м.

Площадь, занятая жилым домом, составляет 144 м². Рядом с домом расположены детская площадка и баня. Около детской площадки находится клумба с цветами. На дачном участке есть огород для выращивания овощей и сад с фруктовыми деревьями.



Подсказка

При выполнении заданий следует учитывать, что длина клетки на плане составляет 2 м.

Пример задания 1

Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	гараж	баня	детская площадка
Цифры				

Выполнение

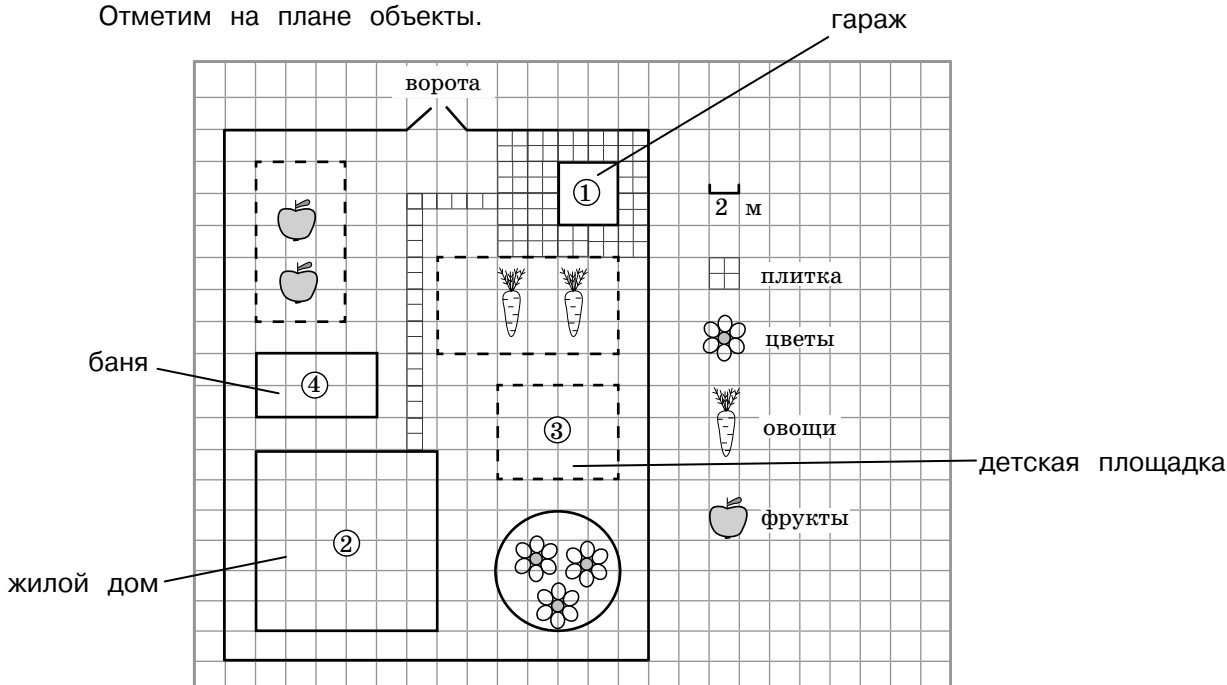
- 1) Внимательно прочитайте текст-описание и формулировку задания № 1.
- 2) Выделите информацию, существенную для данного задания. Изучите план. При необходимости сделайте пометки на плане, вычисления на черновике.

Подчеркнём в тексте нужную для выполнения данного задания информацию.

«На плане изображён дачный участок, расположенный по адресу: пос. Солнечный, ул. Центральная, д. 27 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Въезд и выезд осуществляются через единственные ворота, рядом с которыми расположен гараж. Площадка вокруг гаража и дорожка на участке выложены плитками размером 1 м × 1 м.

Площадь, занятая жилым домом, составляет 144 м². Рядом с домом расположены детская площадка и баня. Около детской площадки находится клумба с цветами. На дачном участке есть огород для выращивания овощей и сад с фруктовыми деревьями».

Отметим на плане объекты.



Так как рядом с воротами расположен гараж, то ему соответствует цифра 1. По условию «площадь, занятая жилым домом, составляет 144 м²». На схеме такую площадь имеет только квадрат, обозначенный цифрой 2. Поскольку рядом с домом расположены детская площадка и баня, то они обозначены цифрами 3 и 4. Около детской площадки находится клумба с цветами, поэтому детская площадка обозначена цифрой 3, а баня — цифрой 4.

- 3) Запишите полученные результаты в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1.

Ответ:

Объекты	жилой дом	гараж	баня	детская площадка
Цифры	2	1	4	3

Обратите внимание

В бланк ответов № 1 нужно записать только последовательность цифр без пробелов и запятых: 2143.

Пример задания 2

Плитки для площадки и дорожки продаются в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить площадку вокруг гаража и дорожку?

Выполнение 

- 1) Ознакомьтесь с формулировкой задания № 2.
- 2) Ещё раз внимательно прочитайте текст, выделите существенную информацию. При необходимости сделайте пометки на плане, вычисления на черновике.

Подчеркнём в тексте информацию, нужную для выполнения данного задания.

«Площадка вокруг гаража и дорожка на участке выложены плитками размером 1 м × 1 м». Посчитаем по плану количество плиток: $21 + 64 = 85$. Так как в упаковке 12 плиток, то $85 : 12 = 7 \frac{1}{12}$, значит, понадобится 8 упаковок.

- 3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1 без единиц измерения.

Ответ: 8.

Пример задания 3

Найдите площадь клумбы. Число π округлите до десятых. Ответ дайте в квадратных метрах.

Выполнение 

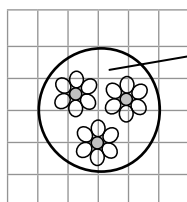
- 1) Ознакомьтесь с формулировкой задания № 3.

- 2) Ещё раз внимательно прочитайте текст, выделите существенную информацию. При необходимости выполните пометки на плане, вычисления на черновике.

Подчеркнём в тексте информацию, нужную для выполнения данного задания.

«Около детской площадки находится клумба с цветами».

Отметим клумбу на плане, найдём её радиус.



Клумба имеет форму круга. Радиус круга составляет 2 клетки, то есть 4 м. Тогда $S = \pi r^2 \approx 3,1 \cdot 4^2 = 49,6 \text{ (м}^2\text{)}$.

- 3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1 без единиц измерения.

Ответ: 49,6.

Пример задания 4

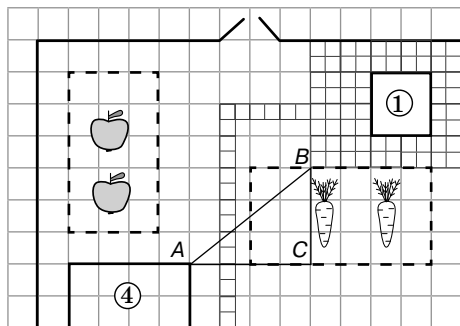
Найдите расстояние от бани до площадки вокруг гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой). Ответ дайте в метрах.

Выполнение

- 1) Ознакомьтесь с формулировкой задания № 4.
- 2) Ещё раз внимательно прочитайте текст, выделите существенную информацию. При необходимости выполните пометки на плане, вычисления на черновике.

Подчеркнём в тексте и самом задании информацию, нужную для его выполнения.

«На плане изображён дачный участок, расположенный по адресу: пос. Солнечный, ул. Центральная, д. 27 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м)».
«Найдите расстояние от бани до площадки вокруг гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой). Ответ дайте в метрах».



Подсказка

Решение задачи можно упростить, используя пифагорову тройку 6, 8, 10.

Расстояние от бани до площадки вокруг гаража равно длине отрезка AB . Построим до прямоугольного треугольника ABC . Учитывая, что сторона каждой клетки на плане равна 2 м, из теоремы Пифагора получим:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ (м)}.$$

- 3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1 без единиц измерения.

Ответ: 10.

Пример задания 5

По периметру участка планируется установить забор. При въезде забор не устанавливается. Рассматриваются два варианта: забор из бревенчатого частокола и бетонный забор. Цены на доставку оборудования и на установочные работы, а также стоимость изготовления одного погонного метра забора представлены в таблице. На сколько рублей общая стоимость забора из бревенчатого частокола меньше общей стоимости бетонного забора?

Вариант забора	Стоимость доставки, руб.	Стоимость установки, руб.	Стоимость изготовления 1 пог. м забора, руб.
Из бревенчатого частокола	3000	6360	1200
Бетонный	4500	6500	1400

Выполнение

- 1) Ознакомьтесь с формулировкой задания № 5.
- 2) Ещё раз внимательно прочитайте текст, выделите существенную информацию. При необходимости сделайте пометки на плане (графике, чертеже, схеме, таблице), вычисления на черновике.

Подчеркнём в тексте информацию, нужную для выполнения данного задания.

«На плане изображён дачный участок, расположенный по адресу: пос. Солнечный, ул. Центральная, д. 27 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м)».

Рассмотрим внимательно план участка (см. с. 13). Размеры участка: 17 клеток \times 14 клеток, то есть 34 м \times 28 м.

Вычислим периметр участка: $P = 2(a + b) = 2 \cdot (34 + 28) = 124 \text{ (м)}$.

Так как при въезде забор не устанавливается, длина забора будет равна: $124 - 4 = 120 \text{ (м)}$.