

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
К75

Об авторах:

В.В. Кочагин — кандидат педагогических наук,
учитель математики ГБОУ
«Школа № 1568 им. Пабло Неруды» г. Москвы

М.Н. Кочагина — кандидат педагогических наук,
доцент Департамента математики
и физики ИЦО ГАОУ ВО МГПУ

Кочагин, Вадим Витальевич.

К75 ОГЭ 2022. Математика : сборник заданий : 750 заданий с
ответами / В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — Москва : Эксмо,
2021. — 240 с. — (ОГЭ. Сборник заданий).

ISBN 978-5-04-120267-5

Издание предназначено для подготовки учащихся к ОГЭ по математике.
В пособие включены:

- 750 заданий разных типов, сгруппированных по темам;
- справочный теоретический материал;
- ответы ко всем заданиям;
- подробные решения задач.

Представлены все учебные темы, знание которых проверяется экзаменом.

Издание окажет помощь учителям при организации учебного процесса и подготовке учащихся к экзамену.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-120267-5

© Кочагин В.В., Кочагина М.Н., 2021
© Оформление. ООО «Издательство
«Эксмо», 2021

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Введение</i>	7
---------------------------	---

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

Модуль «Алгебра»

Тема 1. Числа и выражения. Преобразование выражений	11
1.1. Делимость натуральных чисел.	11
Теоретические сведения	11
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	13
Задания для самостоятельного решения	19
1.2. Приближенные значения.	23
Теоретические сведения	23
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	24
Задания для самостоятельного решения	26
1.3. Степень с целым показателем	31
Теоретические сведения	31
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	32
Задания для самостоятельного решения	35
1.4. Квадратный корень. Корень третьей степени .	39
Теоретические сведения	39
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	40
Задания для самостоятельного решения.	45

1.5. Выражения и преобразования	48
Теоретические сведения	49
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	49
Задания для самостоятельного решения	55
Тема 2. Уравнения	62
Теоретические сведения	62
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	63
Задания для самостоятельного решения	71
Тема 3. Системы уравнений	73
Теоретические сведения	74
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	74
Задания для самостоятельного решения	80
Тема 4. Неравенства	87
Теоретические сведения	87
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	88
Задания для самостоятельного решения	94
Тема 5. Прямоугольная система координат на плоскости	97
5.1. Уравнения прямой, параболы и гиперболы	97
Теоретические сведения	98
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	100
Задания для самостоятельного решения	104
5.2. Уравнение окружности	109
Теоретические сведения	109
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	109
Задания для самостоятельного решения	111
Тема 6. Функции	115
Теоретические сведения	115
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	119
Задания для самостоятельного решения	128

Тема 7. Арифметическая и геометрическая прогрессии	132
Теоретические сведения	133
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	134
Задания для самостоятельной работы	140
Тема 8. Текстовые задачи части 1	143
Задания для активного обучения	143
Задания для самостоятельного решения	148
Тема 9. Текстовые задачи части 2	155
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	155
Задания для самостоятельного решения	159
Тема 10. Элементы теории вероятностей	162
10.1. Классическое определение вероятности	162
Теоретические сведения	162
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	163
Задания для самостоятельного решения	164
10.2. Теоремы сложения и умножения вероятностей.	166
Теоретические сведения	166
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	167
Задания для самостоятельного решения	171
Тема 11. Элементы статистики	172
Теоретические сведения	172
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	173
Задания для самостоятельного решения	175
Модуль «Геометрия»	
Тема 12. Планиметрия	178
Теоретические сведения	178
Задания для активного обучения <i>(с комментариями, решениями, ответами)</i>	181
Задания для самостоятельного решения	197

Указания	207
Числа и выражения. Преобразование выражений	207
Системы уравнений	214
Неравенства	215
Прямоугольная система координат на плоскости . .	216
Функции	216
Арифметическая и геометрическая прогрессии . . .	217
 Ответы	 219

Основные сведения об основном государственном экзамене по математике

На выполнение государственной экзаменационной работы по математике отводится 235 минут (3 часа 55 минут).

Экзаменационная работа включает 26 задания и состоит из двух частей.

Первая часть включает 20 заданий с кратким ответом, вторая часть — 6 заданий с развернутым ответом. За каждое верное решение задания первой части можно получить один балл, всего за первую часть экзаменационной работы — максимально 20 баллов. Ответы к заданиям нужно вносить в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания.

В этой части работы предлагаются задания нескольких типов:

- задания, в которых требуется выбрать из нескольких предложенных ответов один верный;
- задания с кратким ответом;
- задания на сопоставление, в которых требуется соотнести пары объектов;
- задания на выбор верного (неверного) утверждения из нескольких предложенных.

Приведем примеры оформления ответов заданий разных типов из первой части работы.

1. Найдите значение выражения $\frac{m^3\sqrt{7}}{7}$ при $m = -\sqrt{7}$

Ответ: -7 .

2. Соотнесите дроби, которые выражают доли некоторой величины, и соответствующие им проценты.

А. $\frac{1}{5}$ Б. $\frac{1}{4}$ В. $\frac{1}{2}$ Г. $\frac{1}{25}$

- 1) 4% 2) 50% 3) 20% 4) 25%

Ответ:

А	Б	В	Г
3	4	2	1

3. Укажите номера верных утверждений.

1. Параллелограмм можно вписать в окружность.
2. Диаметр — большая из хорд окружности.
3. Существует треугольник с углами 40° , 25° и 115° .

Ответ: 23.

Во второй части экзаменационной работы 6 заданий. За задания № 21—26 можно получить от 0 до 2 баллов. Всего за вторую часть работы — максимально 10 баллов. Здесь требуется представить полное решение в бланке ответов № 2.

Для подсчета баллов учащегося складывают количество баллов, полученных за первую и вторую части работы. Таким образом, максимально учащийся может получить за работу 30 баллов.

Для успешной сдачи экзамена достаточно набрать 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии.

В справочных материалах, которые раздаются вместе с экзаменационной работой, содержатся математические формулы и таблицы квадратов двузначных чисел. Другими справочными материалами, а также калькуляторами пользоваться запрещается.

Рекомендации по подготовке к экзамену с помощью пособия

Наиболее эффективно работу по подготовке к экзамену по алгебре можно построить по следующему плану:

1. Ознакомиться со структурой экзаменационной работы.
2. Изучив (или повторив) теоретический материал первой темы основных вопросов содержания «Числа и выражения. Преобразование выражений», разобрать коммента-

рии по решению типовых заданий этой темы и решить последовательно все предложенные задания.

3. Сравнить полученные ответы с ответами, приведенными в конце пособия. Обязательно разобраться с причинами появления ошибок (если такие будут), при необходимости повторив теоретический материал или воспользовавшись указаниями к решению задач, которые предложены в разделе «Указания».

4. Работая так и дальше, последовательно переходить от одной темы к другой, от одного раздела к другому. Стараться запоминать основные приемы решения заданий.

5. Решать подготовительные варианты к экзамену или варианты экзамена по математике прошлых лет, которые можно найти в литературе.

В случае ошибок в ответах или незнания способа выполнения какого-то задания повторить соответствующий теоретический вопрос по данному пособию и вернуться к решаемому варианту.

Рекомендации по поведению на экзамене

Во время проведения экзамена старайтесь не волноваться. Чем быстрее у вас получится сосредоточиться на решении заданий, тем скорее вы вспомните необходимые математические факты и приемы решения типовых заданий, а также поймете, что подготовка к экзамену на уроках в школе и с помощью данного пособия не прошла даром и вы можете многое решить. Однако все же не стоит забывать о самопроверке.

И еще, внимательно читайте *условие* и *требование* выполняемого задания. В заданиях первой части работы оценивается *только ответ на поставленный вопрос!*

Перед тем как приступить к выполнению заданий, просмотрите всю первую часть предложенной вам работы. Далее, не теряя времени, начинайте выполнять одно за другим задания первой части. Если какое-то задание вызвало затруднения, оставьте его и переходите к решению следующего. К пропущенным заданиям можно будет вернуться позже. Рекомендуем проверять себя после выполнения

каждого задания, а также после выполнения заданий каждой части. Рекомендации по выполнению второй части работы такие же, как и для первой части, однако здесь еще следует следить за правильностью оформления решенных заданий. Очевидно, что надо стараться решить большее количество заданий, причем правильно. Перед тем как сдать работу, еще раз проверьте правильность заполнения бланка ответов, не осталось ли нерешенным какое-то задание.

Желаем успешной сдачи экзамена!

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

Модуль «Алгебра»

Тема 1. ЧИСЛА И ВЫРАЖЕНИЯ. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

При выполнении заданий по преобразованию выражений используются различные свойства степени и арифметического квадратного корня. Вычисления и преобразования требуют повышенной концентрации внимания.

В первой части экзаменационной работы обычно требуется выполнить одно или два действия для получения результата по преобразованию целых и дробных выражений. Во второй части — преобразования многошаговые, причем часто приходится применять различные методы разложения выражений на множители.

1.1. Делимость натуральных чисел

При выполнении заданий на делимость натуральных чисел используются различные свойства делимости, определение и свойства наибольшего общего делимого и наименьшего общего кратного двух чисел, а также признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Определение. Натуральное число a делится на натуральное число b , если существует натуральное число n , такое, что $a = bn$ (например, 32 делится на 4, так как $32 = 4 \cdot 8$).

Определение. Простым числом называется такое натуральное число, которое имеет только два натуральных делителя: 1 и само это число (например, число 7 делится только на 1 и на 7, поэтому 7 — простое число).

Определение. Составным числом называется такое натуральное число, которое имеет более двух натуральных делителей (например, число 8 делится на 1, на 2, на 4 и на 8, поэтому 8 — составное число).

Любое составное натуральное число можно разложить на простые множители, и причем только одним способом.

Способы, при которых произведения отличаются только порядком множителей, считаются за один способ.

Свойства делимости

Если в сумме натуральных чисел каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма делится на это число (например, сумма чисел $12 + 24 + 36$ делится на 12, так как каждое слагаемое суммы делится на 12).

Если в произведении натуральных чисел один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число (например, произведение чисел $12 \cdot 13 \cdot 14$ делится на 6, так как один из множителей — 12 делится на 6).

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10

Число делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается четной цифрой (цифры 0, 2, 4, 6, 8 — четные; цифры 1, 3, 5, 7, 9 — нечетные; число 14 делится на 2, так как оканчивается цифрой 4).

Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 (например, число 84 делится на 3, так как сумма его цифр — $8 + 4 = 12$ делится на 3).

Число делится на 5 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0 или 5 (например, число 45 делится на 5, так как оканчивается цифрой 5).

Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9 (например, число 198 делится на 9, так как сумма его цифр — $1 + 9 + 8 = 18$ делится на 9).

Число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0 (например, число 60 делится на 10, так как оканчивается цифрой 0).

Определение. Остатком от деления натурального числа a на натуральное число b называется такое натуральное число r , что разность $a - r$ делится на b , и $0 \leq r < b$.

Т.е. число a можно представить в виде $a = bn + r$, где n — некоторое натуральное число, а r — остаток (число n называют частным; например, число 17 можно представить следующим образом: $17 = 5 \cdot 3 + 2$, т.е. при делении на 5 число 17 дает остаток 2, а число 3 будет при этом частным).

Определение. Если натуральное число a делится на натуральное число b , то число b называют делителем числа a , а число a — кратным числа b (например, число 5 — делитель числа 45, а число 45 — кратное числа 5).

Определение. Пусть a и b натуральные числа. Число d называют общим делителем для a и b , если оно является делителем и для a , и для b (например, число 2 — делитель числа 12 и делитель числа 6, поэтому число 2 является общим делителем чисел 12 и 6).

Среди делителей чисел есть наибольший, который называют наибольшим общим делителем чисел a и b , и обозначают НОД ($a; b$) (например, НОД (12; 6) = 6).

Определение. Пусть a и b натуральные числа. Число k называют общим кратным для a и b , если оно кратно и a , и b (например, число 45 делится на 5 и на 3, поэтому является общим кратным чисел 5 и 3).

Среди общих кратных есть наименьший, который называют наименьшим общим кратным чисел a и b , и обозначают НОК ($a; b$) (например, НОК (3; 5) = 15).

ЗАДАНИЯ ДЛЯ АКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

(с комментариями, решениями, ответами)

Делители и кратные числа

Задание 1. Выберите из чисел 4, 6, 8, 10, 12 делители 20.

Решение.

Число 20 делится на 4 и на 10 и не делится на 6, 8, 12, поэтому только числа 4 и 10 являются делителями числа 20.

Ответ: 4, 10.

Задание 2. Выберите из чисел 4, 6, 8, 10, 12 кратные 4.

Решение.

Из указанных чисел на 4 делятся 4, 8, 12 и не делятся 6 и 10, поэтому только числа 4, 8 и 12 являются кратными 4.

Ответ: 4, 8, 12.

Задание 3. Докажите, что сумма $2^6 + 4^4 + 8^3$ делится на 13.

Решение.

Представим каждое слагаемое исходной суммы в виде степени 2: $4 = 2^2$, $8 = 2^3$.

$$2^6 + 4^4 + 8^3 = 2^6 + (2^2)^4 + (2^3)^3 = 2^6 + 2^8 + 2^9.$$

Вынесем общий множитель 2^6 за скобки.

$$2^6 + 2^8 + 2^9 = 2^6(1 + 2^2 + 2^3) = 2^6 \cdot 13.$$

По свойствам делимости мы получили, что делителем $2^6 + 4^4 + 8^3$ является число 13, значит, сумма $2^6 + 4^4 + 8^3$ делится на 13.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10

Задание 4. Укажите число, которое делится на 3.

1) 314

2) 315

3) 316

4) 317

Решение.

Применим к этим числам признак делимости на 3. Для этого вычислим сумму цифр в записи каждого из этих чисел.

314 — сумма цифр $3 + 1 + 4 = 8$ не делится на 3.

315 — сумма цифр $3 + 1 + 5 = 9$ делится на 3.

316 — сумма цифр $3 + 1 + 6 = 10$ не делится на 3.

317 — сумма цифр $3 + 1 + 7 = 11$ не делится на 3.

Итак, только у одного числа 315 сумма цифр делится на 3, значит, по признаку делимости на 3 и само число 315 делится на 3.

Ответ: 2.

Задание 5. Какую цифру надо поставить вместо *, чтобы число 123^* делилось на 2?

Решение.

Число 123^* делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается четной цифрой, значит, вместо * можно поставить четные цифры: 0, 2, 4, 6, 8.

Ответ: 0, 2, 4, 6, 8.

Задание 6. Найдите последнюю цифру числа $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$.

Решение.

Число $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$ делится на 2 и на 5, значит, оно делится и на 10. Поэтому его последняя цифра равна 0.

Ответ: 0.

Деление с остатком

Задание 7. Остаток от деления числа 123 на 8 равен:

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 7

Решение.

Выполним деление уголком.

$$\begin{array}{r} 123 \overline{)8} \\ - 8 \\ \hline 43 \\ - 40 \\ \hline 3 \end{array}$$

Остаток от деления числа 123 на 8 равен 3.

Ответ: 3.

Задание 8. Найдите последнюю цифру числа 2^{2010} .

Решение.

Возводить в степень число 2 долго, поэтому исследуем вопрос о том, какими цифрами могут оканчиваться степени числа 2.

Рассмотрим последовательные натуральные степени числа 2.