



Только забавляясь и учимся.

*Анатолий Франс*

---

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

---

Предлагаемые в данной книге математические миниатюры — занимательные эссе и сказочки, фантазии и просто задачи, легкие и трудные, но всегда общедоступные, тренирующие и шлифующие собственное мышление, — объединены общим названием «завлекалки». Отсюда и цель книги — влюбить вас, читатель, в древнейшую, но вечно цветущую науку — математику, мир которой, не менее, чем мир живой и неживой природы, полон неразгаданных и разгаданных тайн, удивительных и драматических явлений, захватывающих событий и поразительных открытий.

Творческая активность, находчивость, изобретательность и смекалка достигают высшего напряжения и получают отличную тренировку, когда мысль захвачена стремлением решить заинтересовавшую задачу. Найденное решение или даже чтение изложенного остроумного решения всегда вызывает умственное удовлетворение, эстетическое наслаждение.

Легкий юмор фабулы, неожиданность ситуации или развязки, доставляемой решением задачи, стройность геометрических форм, изящество решения, под которым понимается сочетание простоты и оригинальности методов его получения — вот основные элементы эстетики занимательных задач «на смекалку», и таковы возбудители сил притяжения внимания мыслящего человека.

Предлагаемая книга «завлекалок» непосредственно не учит математике, но в часы вашего активного отдыха доставит возмож-



ность побродить по тропинкам математики, подняться по ступенькам познания от низшей: опыта, созерцания, накопления наблюдений — к следующей: пониманию теоретических основ созерцаемого материала, выводам из наблюдений.

Желаю вам успеха!

*Б. А. Кордемский*

К большому сожалению, эта книга оказалась последней, написанной Борисом Анастасьевичем Кордемским (1907—1999), старейшим и известнейшим автором, мэтром отечественной научно-популярной литературы. За свою долгую и плодотворную жизнь он создал целый ряд разнообразных и увлекательных книг, пробуждающих интерес к математике, способствующих воспитанию математического мышления, развитию инициативы и сообразительности у многих поколений учащихся.

Все, кто знал Бориса Анастасьевича, сохранят память об этом высокоэрудированном, трудолюбивом, интеллигентном, отзывчивом и очень доброжелательном человеке.



А ларчик просто открывался.

*И. А. Крылов*

## Глава 1

# Всякая всячинка

Это — в басне дедушки Крылова. Наш «ларец» с немудреными, а подчас и хитроумными «завлекалками в математику» также откроется тому, кто вдумчив, сообразителен, настойчив в поисках разгадки.

### 1 Однажды...

1°. В день святой Пасхи Шустрик преподнес три крашенных яйца двум мамам и двум дочкам, причем каждая из них получила по одному целому яйцу. Как это вышло?

2°. В тот же день Мямлик подарил четырех щенков девочке и двум мальчикам, но так, что никто из них не получил щенков больше, чем остальные. Как это ему удалось?

3°. Вечером Шустрик и Мямлик затеяли забавную игру ладьями на шахматной доске. У каждого в распоряжении было не менее, чем по 4 ладьи. Оба игрока по очереди ставят ладьи на свободные клетки шахматной доски. Напомню, что ладья контролирует, то есть держит под угрозой «взятия» все метки вертикали и горизонтали, которым принадлежит клетка, занятая ладьей.



Выигрывает тот, после хода которого все клетки шахматной доски оказываются под контролем поставленных ладей.

Первый ход делает Шустрик. Придумайте такую стратегию игры, что если Мямлик будет ее придерживаться, то наверняка окажется победителем.

4°. К ребятам, закончившим игру, подошла Юля — сестренка Шустрика. В руках она держала два вырезанных из бумаги одинаковых прямоугольника (рис. 1).



Рис. 1

Требовалось, отрезав от каждого заштрихованные полоски, выбросить их, а один из оставшихся кусков разрезать на две части так, чтобы ими можно было полностью и точно покрыть второй кусок.

5°. Пока Шустрик и Мямлик преодолевали принесенную Юлей головоломку, сама Юля занялась решением другой геометрической задачи, в виде рисунка, на котором изображены: квадрат, вписанный в квадрат, и описанная окружность (рис. 2).

Требовалось найти длину радиуса окружности, если известно, что сторона малого квадрата равна 30 мм.



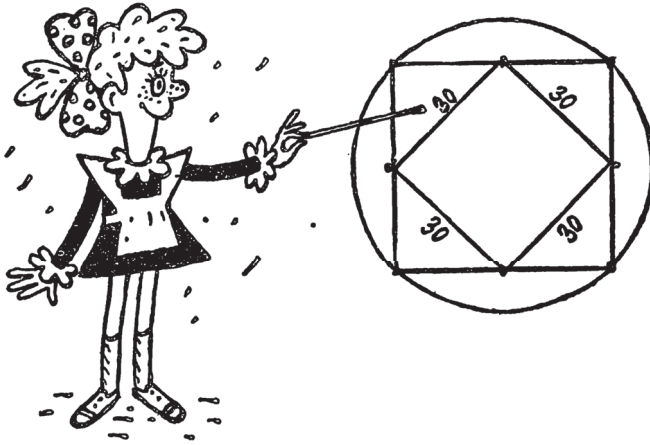


Рис. 2

6°. Произошло загадочное событие: один отец передал своему сыну в его личную библиотеку 600 книг. Другой отец поступил так же и пополнил библиотеку своего сына, передав ему 400 книг. Когда оба сына составили каталоги полученных книг, то оказалось, что их совместный книжный фонд увеличился лишь на 600 книг!

Странно, но — факт! В чем тут дело?

7°. Теплым весенним утром следующего дня ребята выпустили синичек из клетки, разделенной перегородками на 9 отдельных секций. Сколько птичек находилось в каждой секции, указано на плане клетки (рис. 3). Две секции, отделенные общей перегородкой, назовем соседними. Соседними секциями являются,

например,  $\overline{9 \ 5}$ , или  $\begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$ .

0	3	2
6	7	0
4	9	5

Рис. 3

Выпускали синичек на волю не сразу всех, а в несколько приемов: выбирали какую-то пару соседних секций и за один прием из каждой секции выпускали по одинаковому числу птиц. Умело выбирая пары соседних секций, ребята выпустили всех птиц ровно за 5 приемов. Как они действовали?

8°. Мямлику хотелось, чтобы все-таки хотя бы одна-две птички остались в угловых секциях клетки (см. предыдущую задачу). Докажите принципиальную неосуществимость исполнения его желания при соблюдении обусловленного порядка действий по освобождению этих синичек из неволи.

9°. Юра Юркин — убежденный противник заключения птичек в клетки — заявил: «Пусть в клетках будут числа, а не птички». Он предлагает заполнить пустые клетки (рис. 4) четными числами от 2 до 32 так, чтобы получились верные равенства по строкам и столбцам.

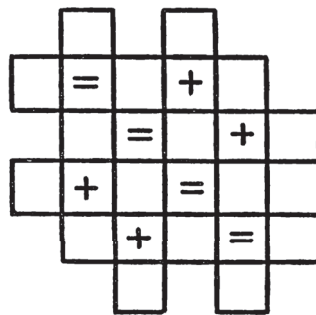


Рис. 4

10°. Если же все-таки к «синице» прибавить «синицу», то что получится? Правильно:

$$\begin{array}{r}
 + \text{ СИНИЦА} \\
 \text{СИНИЦА} \\
 \hline
 \text{ПТИЧКИ}
 \end{array}$$

Заменяя одинаковые буквы одинаковыми цифрами, разные буквы — разными цифрами, добейтесь верного результата сложения двух «СИНИЦ».





штук, причем известно, что коробок меньше, чем конфет в каждой коробке?

### 5 Танечка, хочешь пряничка?

— Ты получишь сразу 8 вкусных, мягких пряничков и две твои подружки — по столько же, если предварительно уравниешь количества пряников, находящихся в трех открытых коробках: 11 штук в первой, 7 — во второй и 6 — в третьей. Перекладывая пряники из одной коробки в другую, надо добавлять столько штук, сколько в ней есть.

Например, если в коробке 6 пряников, то и добавить следует ровно 6, взятых из какой-то одной коробки. Разрешается сделать только три перекладки так, чтобы в каждой из трех коробок оказалось по 8 пряников.

Поделилась пряниками с подружками? Молодец!

Теперь, Танечка, придумай способ — четырьмя прямолинейными разрезами ножа рассечь один свой прямоугольный пряник на 8 равных кусочков, а второй пряник — тоже четырьмя разрезами — на 11 кусочков произвольной величины.

Замечание. Доказано, что любую плоскую фигуру можно разбить самое большее на  $\frac{n^2+n+2}{2}$  частей, где  $n$  — число прямолинейных разрезов.

Будет достигнуто наибольшее число частей разбиваемой фигуры, если наметить прямолинейные разрезы так, чтобы каждый из них пересекался со всеми остальными, причем в одной точке не должно пересекаться более двух разрезов.

### 6 Он сказал правду

Гость Светланы сказал ей: «Позавчера мне было 10 лет, а в будущем году мне будет 13 лет». Удивительно, не правда ли? Но гость сказал правду.

В каком месяце и какого числа пришел мальчик в гости к Светлане?

## 7 Шустрик проектирует

В новом парке отдыха предполагается разместить вдоль трех concentрических дорожек 20 аттракционов, обозначенных на плане Шустрика буквами *A, B, C, ..., U* (рис. 5). Между круговыми дорожками проложено несколько соединительных тропинок.

Парковый архитектор Н. Ситникова, одобряя проект Шустрика, утверждает, что посетитель, избрав некоторый непрерывный маршрут по проложенным дорожкам и тропинкам, может побывать в каждом из 20 пунктов по одному разу и закончить обход в том же пункте, с которого начал.

Найдите возможный маршрут обхода всех 20 аттракционов, начинающийся в каком-либо пункте, расположенном на внутреннем кольце. Начните обход, например, с пункта *A*.

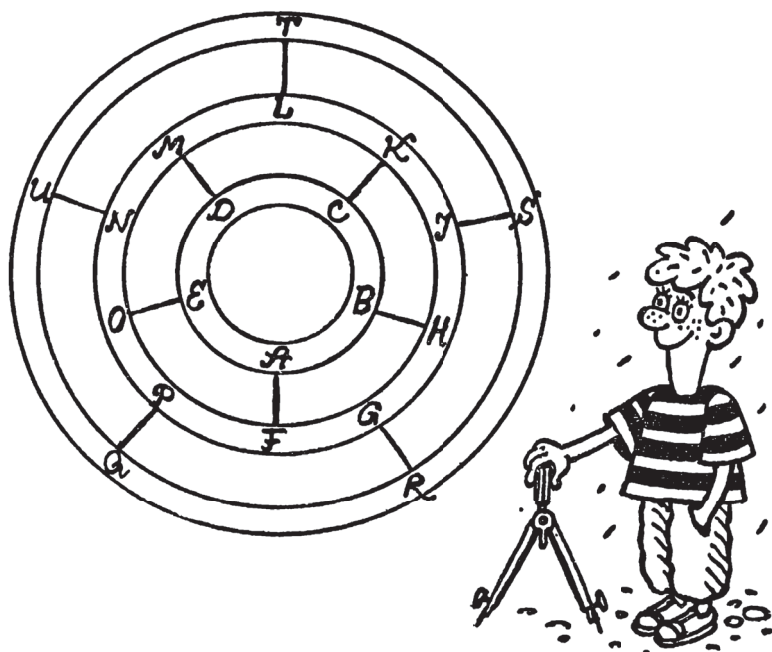


Рис. 5

## 8 Лабиринт паука

Иное сооружение спроектировал Мямлик и назвал его «Паук и муха». В южном узле паутины (Ю) расположился паук, а в центральном узле — муха (рис. 6).

Сколько разных маршрутов ведут паука к его жертве — мухе, если передвигается он по паутинкам в направлениях, указанных стрелками?

Мямлик утверждает, что если муха окажется в самом северном узле (С) паутины-лабиринта, то у паука будет выбор более чем из 140 маршрутов! Прав ли Мямлик?

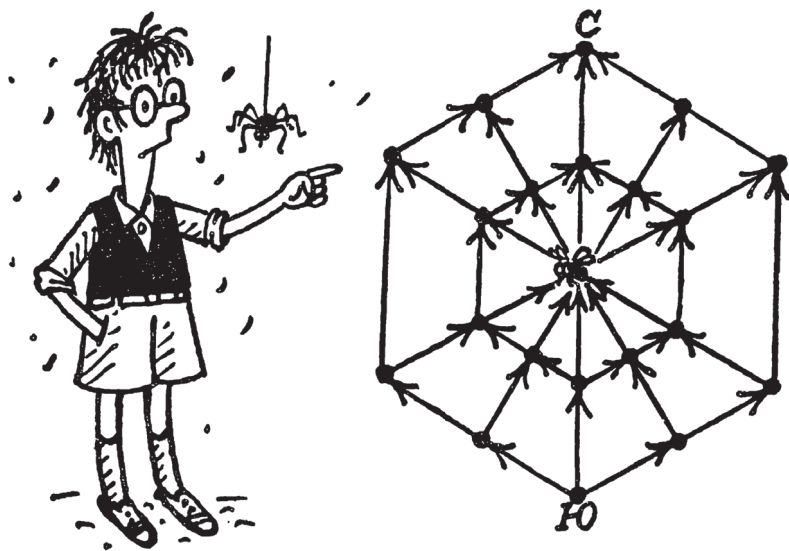


Рис. 6

## 9 Вас интересует возраст нападающего?

Комментатор футбольного матча сообщил, что средний возраст 11 игроков-гостей равен 19 годам. Во втором тайме нападающий из команды гостей оставил поле из-за травмы. Судья не позволил произвести замену, вследствие чего средний возраст игроков этой команды уменьшился до 18 лет. Сколько лет выбывшему нападающему?

## 10 Ноги и ножки

По окончании игры несколько футболистов присели отдохнуть: кто — на обыкновенный стул, а кто — на трехногую табуретку. Всех ног — человеческих и деревянных — у занятых футболистами стульев и табуреток, оказалось ровно 39. Сколько стульев и табуреток было занято?

## 11 Школа? — Да. Колба? — Нет

28 букв русского алфавита случайным образом размещены в две строки:

Д Ш К О Ф С Т У З Ц Щ И Ж Г  
Ч Е П М В Н Р Л А Б Ю Э Я Х

Передвигая карандаш от буквы к букве (не обязательно рядом стоящей) вдоль таблицы, двигаясь только слева направо, сверху вниз и снизу вверх, можно составить осмысленные слова. Например, ШКОЛА, ПОРТ, но нельзя составить слово КОЛБА, так как при переходе от буквы Б к букве А пришлось бы двигаться справа налево, что запрещено. Удастся ли вам, соблюдая правила, составить осмысленное слово, состоящее из 9 или даже из 12 букв? Еще более длинное — вряд ли возможно при данной раскладке букв.

## 12 Амебы в колбе

В колбе биолог вывел новую разновидность долгоживущих амеб. Через каждую минуту одна амеба делится на две. Биолог кладет в колбу одну амебу, и ровно через час вся колба до краев оказывается заполненной амебами.

Через какой промежуток времени колба заполнится до краев амебами, если в колбу поместить не одну амебу, а сразу две?



**13 На арене цирка**

Арена цирка имеет в окружности 150 м, а велосипедное колесо 1,5 м (рис. 7).

Сколько оборотов сделает это колесо, обкатив арену один раз?

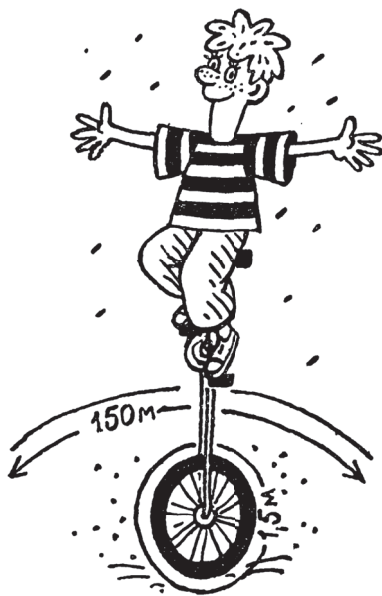


Рис. 7

**14 Через пустыню**

Каково наименьшее число носильщиков, с которыми исследователь сможет совершить шестидневный переход через абсолютно бесплодную пустыню, если он сам и каждый из носильщиков могут нести лишь четырехдневный запас пищи и воды для одного человека?

**15 Привилегированные места для нечетных**

Приглашаю на презентацию магического квадрата 7-го порядка (рис. 8), составленного из порядковых чисел от 1 до 49 с магической суммой  $S = 175$ . Он очень недемократичен в распределении мест между числами: все места в очерченной части квадрата пре-

доставлены только *нечетным* числам, расположившимся в строгой последовательности лесенкой, сверху вниз. Умоляю вас, не давайте в обиду *четные* числа!

Отрежьте «уголки», занятые четными числами, и соедините их в самостоятельную фигуру с таким же упорядоченным расположением четных чисел лесенкой, сверху вниз.

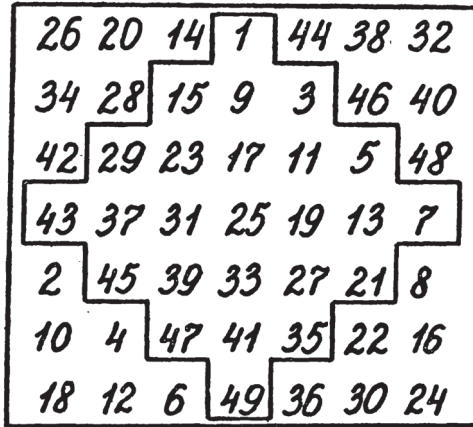


Рис. 8

## 16 Когда получение двойки не огорчает

Катарина приглашает вас на состязание по получению двойки из пяти пятерок, связывая их любыми известными вам знаками математических действий. Сама она составила 7 вариантов:

$(5 \cdot 5 : 5 + 5) : 5 = 2$ ,  $(55 - 5) : 5 : 5 = 2$  и другие.

Кто придумает больше?

## 17 Успех и неудача Шустрика

Успех. Используя начерченный в тетради квадрат, Шустрик легко и быстро построил второй квадрат — вдвое большей площади. Как?

Неудача. Мямлик спрашивает: «Если стоят рядом два осла — один головой к северу, другой — к югу (рис. 9), то могут ли они увидеть уши друг у друга, не поворачивая головы?»



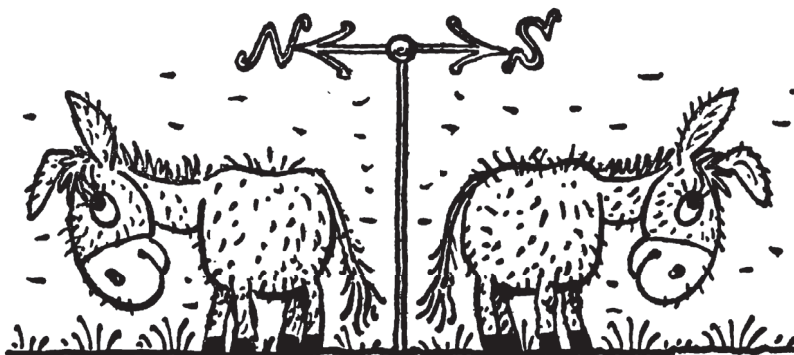


Рис. 9

— Конечно, нет, — шустро поспешил ответить Шустрик, а для убедительности нарисовал двух ослов, стоящих рядом, согласно условию. Но Мямлик отверг такой ответ, признав его неудачным, и упрекнул Шустрика в том, что он шаблонно мыслит.

Каковы ваши соображения? Прав ли Мямлик?

### 18 Три разряда мастерства

Три юных конькобежца одновременно начали бег по круговой дорожке. Пока первый из них пробегал круг, второй обгонял его на  $\frac{1}{4}$  круга, а третий — на  $\frac{1}{2}$  круга. Когда все трое вновь одновременно оказались в точке старта, выяснилось, что в совокупности они прошли 15 кругов.

Сколько кругов прошел каждый из конькобежцев?

### 19 И снова успех

Мастер, обращаясь к ученику Шустрику: «На твоём верстаке лежат две деревянные прямоугольные пластинки. Длина каждой 31 см, ширина 8 см. Отметь на поверхности каждой пластинки её центр, имея в распоряжении только эти пластинки и карандаш».

Шутрик успешно справился с заданием и тем самым опроверг упрек в том, что он «шаблонно мыслит».