

УДК 373:512
ББК 22.14я721
О-36

Коллектив авторов

Общая редакция
И.В. Яценко

О-36 ОГЭ-2021 : Математика : 20 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к основному государственному экзамену / под ред. И.В. Яценко. — Москва: Издательство АСТ, 2021. — 199, [1] с.: ил. — (ОГЭ-2021. Большой сборник тренировочных вариантов).

ISBN 978-5-17-132946-4

Данное пособие предназначено для учащихся 9 классов. Оно позволяет в кратчайшие сроки и без привлечения других пособий успешно подготовиться к сдаче основного государственного экзамена по математике.

Пособие содержит 20 тренировочных вариантов экзаменационных работ, составленных в соответствии с демонстрационным вариантом и спецификацией 2021 года, и включает задания разных типов и уровней сложности.

В конце книги даны ответы на все задания. Ответы помогут в осуществлении контроля и самооценки своих знаний.

УДК 373:512
ББК 22.14я721

ISBN 978-5-17-132946-4

© ЧОУ ДПО «Московский Центр непрерывного математического образования», (МЦНМО), 2020
© ООО «Издательство АСТ», 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4	Вариант 11	100
Инструкция по выполнению экзаменационной работы	6	Вариант 12	109
ВАРИАНТЫ ТРЕНИРОВОЧНЫХ РАБОТ	7	Вариант 13	118
Вариант 1	7	Вариант 14	128
Вариант 2	16	Вариант 15	138
Вариант 3	25	Вариант 16	147
Вариант 4	34	Вариант 17	156
Вариант 5	43	Вариант 18	165
Вариант 6	53	Вариант 19	175
Вариант 7	63	Вариант 20	184
Вариант 8	72	Справочные материалы	193
Вариант 9	81	Образец экзаменационных бланков	195
Вариант 10	91	ОТВЕТЫ	198

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее пособие предназначено для подготовки девятиклассников к экзамену по математике. В пособие включены варианты, которые охватывают в совокупности все разделы содержания образовательного стандарта и позволяют проверить умения, которыми должен владеть выпускник основной школы.

Структура экзаменационной работы создана с учётом дифференцированного обучения в современной школе. Дифференциация обучения направлена на решение двух задач: формирования у всех учащихся базовой математической подготовки и создания условий, способствующих получению частью учащихся подготовки повышенного уровня, достаточной для изучения математики в средней школе на профильном уровне.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий базового уровня с кратким ответом, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом: 4 задания повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности.

При проверке базовой математической компетентности (часть 1) учащиеся должны продемонстрировать владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания, умение пользоваться математической записью, применять знания при решении математических задач, а также использовать математические знания в простейших практических ситуациях.

В этой части предусмотрены следующие формы ответа: выбор из четырёх вариантов, краткий ответ, установление соответствия.

Правильное выполнение каждого задания части 1 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным, если указан номер верного ответа или вписан сам ответ, или правильно соотнесены объекты двух множеств в зависимости от типа задания. Если ответ неверный или отсутствует, выставляется 0 баллов. Максимальное количество баллов за выполнение заданий первой части работы — 19.

Часть 2 направлена на проверку владения материалом на повышенном уровне. Её назначение — разделить хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее успешных выпускников, потенциальных кандидатов для обучения в профильных классах. Эта часть содержит задания повышенной сложности. Они направлены на проверку следующих качеств: уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом; умение решить планиметрическую задачу, применяя теоретические знания курса геометрии; умение решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса; умение грамотно и ясно записать решение, приводя необходимые пояснения и обоснования; владение широким спектром приёмов и способов рассуждений.

Все задания части 2 требуют записи решений и ответов. Главное требование к решению — оно должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждения автора работы, в остальном решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством просвещения РФ.

Наибольшее количество баллов за вторую часть работы — 12. Максимальный балл за выполнение всей экзаменационной работы — 31.

На экзамене разрешается использовать справочные материалы: таблицу квадратов двузначных чисел, формулы корней квадратного уравнения, разложения на множители квадратного трёхчлена, формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий, основные формулы из курса геометрии. Калькуляторы на экзамене не используются.

Полный перечень знаний и учений, которые проверяются на экзамене 2021 г., приведён в Кодификаторе элементов содержания и требований к уровню подготовки обучающихся для проведения основного государственного экзамена, размещённом на сайте: www.fipi.ru.

Тренировочные варианты предназначены для того, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, количестве и форме заданий, а также об их уровне сложности. Эти сведения дают выпускникам возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике в 2021 году.

В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

ВАРИАНТЫ ТРЕНИРОВОЧНЫХ РАБОТ

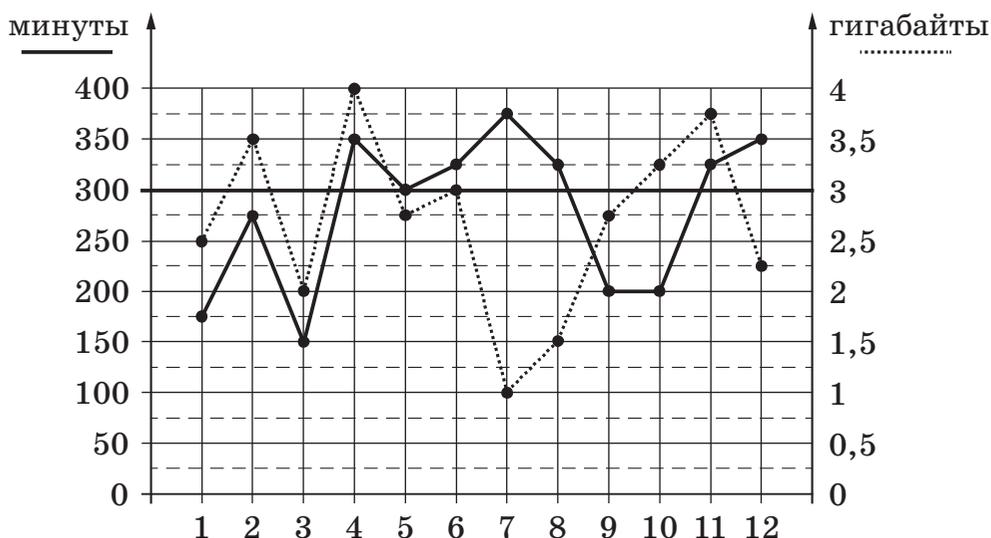
ВАРИАНТ 1

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На графике точками изображено количество минут, потраченных на исходящие вызовы, и количество гигабайтов мобильного интернета, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2018 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляет 350 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 300 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 3 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 120 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета указана в таблице.

Исходящие вызовы	3,5 руб./мин.
Мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,5 Гб	90 руб. за пакет
SMS	3 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге и не звонил на номера, зарегистрированные за рубежом. За весь год абонент отправил 110 SMS.

1

Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице количеству израсходованных гигабайтов.

Израсходованные гигабайты	1 ГБ	3 ГБ	2 ГБ	1,5 ГБ
Номер месяца				

Заполните таблицу, в ответ запишите подряд числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев май, январь, ноябрь, август в ответ нужно записать число 51118).

Ответ: _____.

2

Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в октябре?

Ответ: _____.

3

Сколько месяцев в 2018 году абонент **не** превышал лимит по пакету исходящих минут?

Ответ: _____.

4

Сколько месяцев в 2018 году абонент **не** превышал лимит ни по пакету минут, ни по пакету мобильного интернета?

Ответ: _____.

5

В конце 2018 года оператор связи предложил абоненту перейти на новый тариф, условия которого приведены в таблице.

Стоимость перехода на тариф	0 руб.
Абонентская плата в месяц	300 руб.
В абонентскую плату ежемесячно включены:	
• пакет исходящих минут	350 минут
• пакет мобильного интернета	2,5 ГБ
• пакет SMS	120 SMS
После расходования пакетов:	
• входящие вызовы	0 руб./мин.
• исходящие вызовы*	4 руб./мин.
• мобильный интернет	180 руб. за 0,5 ГБ
• SMS	2 руб./шт.

* Исходящие вызовы на номера, зарегистрированные на территории РФ.

Абонент решает, перейти ли ему на новый тариф, посчитав, сколько бы он потратил на услуги связи за 2018 год, если бы пользовался им. Если получится меньше, чем он потратил фактически за 2018 год, то абонент примет решение сменить тариф.

Перейдёт ли абонент на новый тариф? В ответе запишите ежемесячную абонентскую плату по тарифу, который выберет абонент на 2019 год.

Ответ: _____.

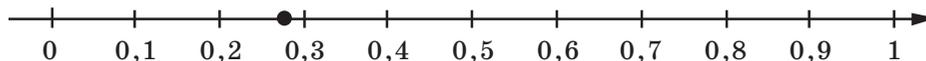
6

Найдите значение выражения $\frac{24}{4 \cdot 4,8}$.

Ответ: _____.

7

Одно из чисел $\frac{3}{11}$; $\frac{7}{11}$; $\frac{8}{11}$; $\frac{13}{11}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

1) $\frac{3}{11}$

2) $\frac{7}{11}$

3) $\frac{8}{11}$

4) $\frac{13}{11}$

Ответ:

8

Найдите значение выражения $\frac{a^6 \cdot a^{14}}{a^{18}}$ при $a = 5$.

Ответ: _____.

9

Найдите корень уравнения $x - \frac{x}{12} = \frac{55}{12}$.

Ответ: _____.

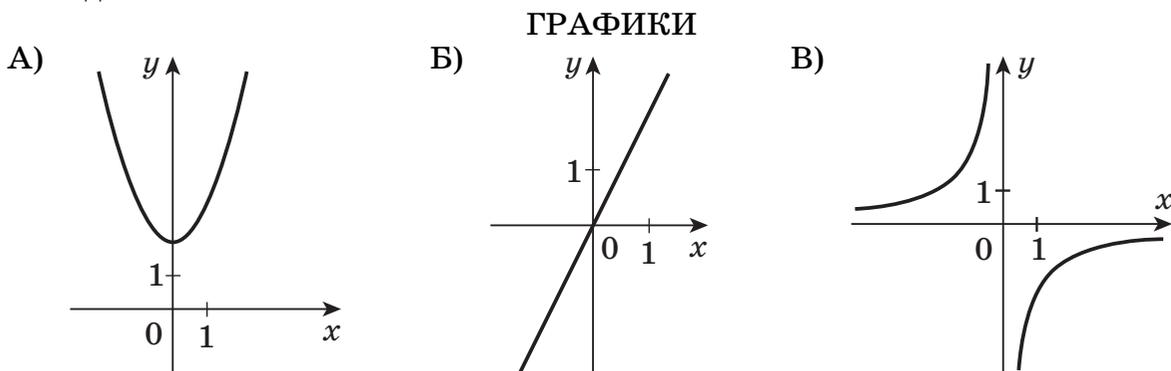
10

В магазине канцтоваров продаётся 84 ручки, из них 22 красных, 9 зелёных, 41 фиолетовая, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.

Ответ: _____.

11

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



ФОРМУЛЫ

1) $y = x^2 + 2$

2) $y = -\frac{2}{x}$

3) $y = 2x$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12

Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 14$, $\sin \alpha = \frac{3}{14}$, а $S = 3$.

Ответ: _____.

13

Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

1) $x^2 - x + 56 < 0$

3) $x^2 - x - 56 < 0$

2) $x^2 - x - 56 > 0$

4) $x^2 - x + 56 > 0$

Ответ:

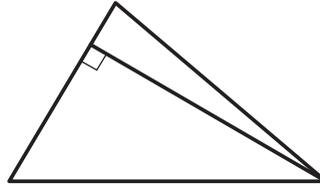
14

Известно, что на высоте 2205 м над уровнем моря атмосферное давление составляет 550 мм рт. ст. Считая, что при подъёме на каждые 10,5 м давление уменьшается примерно на 1 мм рт. ст, определите атмосферное давление на высоте 2625 м над уровнем моря.

Ответ: _____.

15

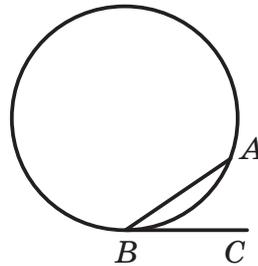
Сторона треугольника равна 18, а высота, проведённая к этой стороне, равна 22. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

16

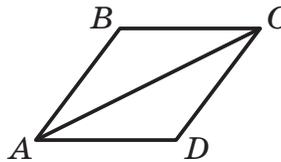
На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 50° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

17

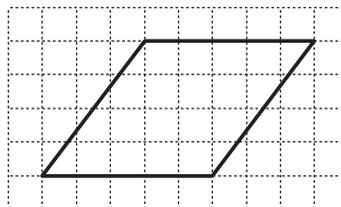
В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 102° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

18

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

19

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) В параллелограмме есть два равных угла.
- 2) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
- 3) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} (x - 4)(y - 6) = 0, \\ \frac{y - 4}{x + y - 8} = 2. \end{cases}$$

21

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B , расстояние между которыми равно 224 км. На следующий день он отправился обратно в A , увеличив скорость на 2 км/ч. По пути он сделал остановку на 2 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость велосипедиста на пути из A в B .

22

Постройте график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$.

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

23

Катеты прямоугольного треугольника равны 21 и 28. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

24

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что углы CC_1B_1 и CBV_1 равны.

25

Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 8 и 6, а средняя линия равна 5.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ
ПО ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ ПРОГРАММАМ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Бланк ответов №1 Дата проведения - -

(ДД-ММ-ГГ)

	Регион	Код образовательной организации	Класс Номер	Буква	Код пункта проведения	Номер аудитории	Номер варианта

Код предмета	Название предмета	Номер КИМ
0 2	МАТЕМАТИК	

С порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования ознакомлен(а).
Совпадение номера КИМ на бланке с номером КИМ на экзаменационной работе подтверждаю.
Подпись участника строго внутри окошка.

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ()
 А В С D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z , - А А А О О Е Е Е Е И I O O P ;

ВНИМАНИЕ! Все бланки и листы с контрольными измерительными материалами рассматриваются в комплекте.

Сведения об участнике государственной итоговой аттестации

Фамилия

Имя

Отчество (при наличии)

Документ Серия Номер

Ответы на задания с кратким ответом **ЗАПРЕЩЕНЫ** исправления в области ответов.

1		17	
2		18	
3		19	
4		20	Задание выполняется на бланке №2
5		21	Задание выполняется на бланке №2
6		22	Задание выполняется на бланке №2
7		23	Задание выполняется на бланке №2
8		24	Задание выполняется на бланке №2
9		25	Задание выполняется на бланке №2
10		26	Не заполняется
11		27	Не заполняется
12		28	Не заполняется
13		29	Не заполняется
14		30	Не заполняется
15		31	Не заполняется
16		32	Не заполняется

Замена ошибочных ответов

	-	
	-	
	-	
	-	

Резерв-1 Резерв-2 Удален с экзамена в связи с нарушением порядка Не завершил экзамен по уважительной причине

ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ
ПО ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ ПРОГРАММАМ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Бланк ответов №2

Лист № Резерв-3

	Регион	Код предмета	Название предмета	Номер варианта
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Перепишите значения полей "регион", "код предмета", "название предмета", "номер варианта", "номер КИМ" из Бланка ответов №1.

Отвечая на задания с развернутым ответом, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.

Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете.

Условия задания переписывать не нужно.

Номер КИМ

ВНИМАНИЕ! Все бланки и листы с контрольными измерительными материалами рассматриваются в комплекте. Заполнять гелевой ручкой черными чернилами.

