УДК 373.5:53
ББК 22.3я721
К60

Колесников, Владимир Александрович.

К60 ЕГЭ 2021. Физика: решение задач / В. А. Колесников. — Москва : Эксмо, 2020. — 416 с. — (ЕГЭ. Сдаём без проблем).

ISBN 978-5-04-112811-1

Издание содержит теоретические сведения по всем разделам физики и подробные решения задач разного уровня сложности.

Пособие окажет неоценимую помощь учащимся при подготовке к ЕГЭ по физике, а также может быть использовано учителями при организации учебного процесса.

УДК 373.5:53
ББК 22.3я721

ISBN 978-5-04-112811-1

ОТ АВТОРА

По мнению автора, несомненным достоинством ЕГЭ по физике является то, что в заданиях отражен весь курс физики средней школы, а не отдельные ее, причем довольно «заезженные», части, как это бывает, когда вариант или билет содержит максимально 5–7 вопросов и задач. Другой несомненный плюс — это большое количество заданий с графическим отображением условия, что приближает эти задания к реальной подаче материала в физике и технике.

В первой части экзаменационной работы представлены задания с кратким ответом. Во второй части собраны задания повышенной сложности с требованием предоставить достаточно подробное их решение.

Подводя итог вышеизложенному, автор хочет донести до сознания старшеклассников следующие очевидные выводы. С введением ЕГЭ по физике:

1) требования к глубокому знанию всех без исключения разделов физики возрастают;
2) требования к умению работать с графическими и табличными данными и умению их анализировать и делать на их основании выводы возрастают;
3) не отменяются и не ослабляются требования к умению и навыкам решать стандартные конкурсные задания по физике, а также задания повышенной сложности.

Цель предлагаемой вниманию читателей книги — помочь выпускнику-абитуриенту подготовиться к успешной сдаче как ЕГЭ, так и обычного вступительного экзамена по физике в вузы. Книга может быть полезна тем, кто поступает в вузы, где физика не является профилирующим предметом и на вступительных экзаменах предлагаются несложные задания, и тем, кто поступает в вузы с углубленной программой по физике и соответственно на вступительных экзаменах получит не только стандартные задания, но и задания повышенной сложности.

Пособие состоит из четырнадцати разделов, в каждом из которых в сжатом виде представлены основные теоретические сведения по определенному разделу физики. В каждом разделе рассматриваются методы решения наиболее важных и распространенных типов заданий, соответствующих уровню заданий с кратким или развернутым ответом на ЕГЭ по физике. Как правило, это задания, требующие для своего решения глубокого понимания физических законов, умения применять знания из различных разделов физики, а также хорошей математической подготовки.

Задания, иллюстрирующие определенный метод решения, размещены в порядке возрастания сложности. Приводится подробное решение заданий, с тем чтобы у учащихся с любой сколь угодно малой подготовкой не осталось ни единого неясного вопроса. Ученики с высоким уровнем подготовки естественно могут пропустить скучные и очевидные с их точки зрения детали решения. Ученики, не ставящие перед собой высоких целей в освоении физики, могут пропустить трудные с их точки зрения задания.

Вдумчивая работа с книгой позволит учащимся овладеть основными методами и идеями заданий любого уровня сложности, что в свою очередь обеспечит им хорошие и отличные оценки в школе, при сдаче ЕГЭ или вступительного экзамена по физике. Удачи вам!

В книге используются общепринятые математические знаки: $\in$ — знак принадлежности; $\cup$ — знак объединения; $\Rightarrow$ — знак «следует»; $\Leftrightarrow$ — знак равносильности.

РАЗДЕЛ 1

КИНЕМАТИКА

1. Основные понятия кинематики

Механическим движением тела называют изменение с течением времени его положения в пространстве относительно других тел. **В кинематике изучается движение тел без исследования причин, вызывающих это движение.**

Если все точки тела двигаются одинаково и при этом прямая, проходящая через любые две точки тела, перемещается параллельно самой себе, то такое движение называется **поступательным.**

В ряде задач размерами тела можно пренебречь по сравнению с расстоянием, на которое перемещается тело. В этом случае говорят о **материальной точке.** Понятия поступательного движения и материальной точки позволяют описывать движение только одной точки тела.

Движение тела в пространстве происходит вдоль линии, которая называется **траекторией.** Для описания движения тела надо указать какое-либо другое тело, относительно которого происходит движение. Его называют **телом отсчета.** Связанная с телом отсчета **система координат**, а также **часы для отсчета времени** образуют **систему отсчета.** Движение всегда описывается в какой-либо системе отсчета.

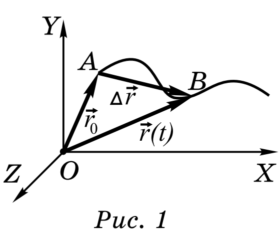

Рис. 1

Вектор $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{AB}$ (см. рис. 1), направленный от положения точки в начальный момент времени к ее положению в конечный момент, называется **вектором перемещения.**

При движении по произвольной замкнутой траектории вектор перемещения $\Delta\vec{r} = 0$. Зная начальное положение точки, определяемое вектором $\vec{r}_0$, и вектор перемещения $\Delta\vec{r}$, всегда можно определить положение точки как

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \Delta\vec{r}. \qquad (1.1)$$

Отсюда следует, что $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t) - \vec{r}_0$ и, следовательно, координаты вектора перемещения равны:

$$x(t) - x_0;\ y(t) - y_0;\ z(t) - z_0.$$

Пройденный путь S — это расстояние, пройденное точкой вдоль траектории. Пройденный путь — скалярная величина, принимающая только неотрицательные значения $S(t) \geq 0$. Пройденный путь — неубывающая функция времени, т. е. $t_2 > t_1 \Rightarrow S(t_2) \geq S(t_1)$. Модуль вектора перемещения Δr и пройденный путь S в общем случае не совпадают. Например, тело, совершив один полный оборот по окружности радиусом R, пройдет путь $S = 2\pi R$, модуль вектора перемещения в этом случае равен нулю.

2. Прямолинейное равномерное движение

Прямолинейное равномерное движение — это такое движение, при котором точка за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения. Характеристикой этого движения является **постоянная скорость**

$$\vec{v} = \Delta\vec{r} / \Delta t, \qquad (1.2)$$

где $\Delta\vec{r}$ — перемещение, совершенное за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$. Полагая $t_0 = 0$, получаем

$$\vec{v} = \Delta\vec{r} / t \Rightarrow \Delta\vec{r} = \vec{v}t.$$

Во многих случаях для описания прямолинейного движения можно ограничиться одной осью координат, направив ее вдоль прямой, по которой движется материальная точка. Тогда

$$x(t) = x_0 + v_x t, \qquad (1.3)$$

где
$$v_x = \text{const}. \qquad (1.4)$$

Для равномерного прямолинейного движения модуль вектора перемещения и пройденный путь S совпадают, поэтому в соответствии с формулой (1.2)

$$S = vt, \qquad (1.5)$$

где v — модуль скорости.

На рис. 2 и 3 приведены графики зависимости проекции скорости и координаты от времени для материальной точки, совершающей прямолинейное равномерное движение. Графики построены для $v_x > 0$ и $x_0 > 0$.

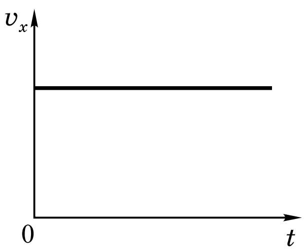

Рис. 2

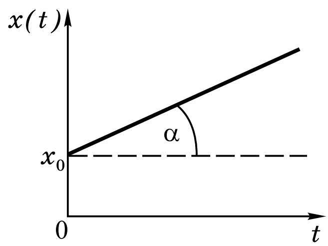

Рис. 3

Из свойств линейной функции следует, что тангенс угла α, образуемого прямой $x(t) = x_0 + v_x t$ с осью абсцисс, равен проекции скорости:

$$\operatorname{tg}\alpha = v_x. \qquad (1.6)$$

3. Неравномерное движение

При **неравномерном прямолинейном движении** материальной точки существуют такие **равные промежутки времени**, за которые точка совершает неравные перемещения. При неравномерном движении нельзя говорить о постоянной скорости. Характеристикой неравномерного движения является вектор средней скорости

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \Delta\vec{r}\,/\,t, \tag{1.7}$$

где $\Delta\vec{r}$ — перемещение, совершенное за промежуток времени $\Delta t = t - t_0 = t$ (при $t_0 = 0$).

При решении задач используется понятие **средней скорости на всем пути (средняя путевая скорость)**

$$v_s = S\,/\,t, \tag{1.8}$$

где S — пройденный путь за промежуток времени t.

При неравномерном движении скорость в данный момент времени или в данной точке траектории называют мгновенной скоростью. Мгновенную скорость находят как предел отношения перемещения, совершенного за бесконечно малый промежуток времени Δt, к этому бесконечно малому промежутку времени:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}(\Delta t)}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v} = \vec{r}\,'(t), \tag{1.9}$$

т. е. **вектор мгновенной скорости — это производная по времени от вектора** $\vec{r}(t)$, задающего положение материальной точки на траектории (см. рис. 1).

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории движения точки. Вектор скорости $\vec{v}$ определяется тремя проекциями (координатами) v_x, v_y, v_z, т. е. $\vec{v}(v_x; v_y; v_z)$. Проекции вектора $\vec{r}$ равны x, y, z, т. е. $\vec{r}(x; y; z)$. Векторное равенство (1.9) равносильно системе

$$v_x = x'(t),\ v_y = y'(t),\ v_z = z'(t). \tag{1.10}$$

Другими словами, **проекция мгновенной скорости есть производная по времени от соответствующей координаты.**

Модуль вектора скорости $\vec{v}(v_x; v_y; v_z)$ вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}. \qquad (1.11)$$

В общем случае скорость точки изменяется во времени. Быстроту изменения скорости характеризует вектор ускорения

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}(\Delta t)}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}'(t), \qquad (1.12)$$

где $\Delta \vec{v}$ — изменение скорости за промежуток времени Δt, т. е. **вектор ускорения есть производная от вектора мгновенной скорости** по времени.

С учетом того, что проекции вектора ускорения равны a_x, a_y, a_z, а проекции вектора скорости равны v_x, v_y, v_z, получаем систему

$$a_x = v'_y(t),\ a_y = v'(t),\ a_z = v'_z(t). \qquad (1.13)$$

Таким образом, **проекция ускорения есть производная по времени от соответствующей проекции скорости.** Из формул (1.10) и (1.13) следует, что **проекция ускорения есть вторая производная от координаты по времени:**

$$a_x = x''(t),\ a_y = y''(t),\ a_z = z''(t). \qquad (1.14)$$

Модуль вектора ускорения $\vec{a}(v_x; v_y; v_z)$ вычисляется по формуле

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \qquad (1.15)$$

4. Равнопеременное движение

Равнопеременным называется движение, в котором скорость за любые равные промежутки времени изменяется одинаково. Из определения следует, что вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ направлен вдоль одной прямой, т. е. траекторией движения является прямая. Характеристикой равнопеременного движения является постоянное ускорение

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} = \mathrm{const}, \tag{1.16}$$

где $\vec{v}_0$ — начальная скорость; $(\vec{v} - \vec{v}_0)$ — изменение скорости за промежуток времени $\Delta t = t - t_0 = t$ $(t_0 = 0)$.

Из формулы (1.16) следует, что скорость при равнопеременном движении изменяется по линейному закону от времени:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \tag{1.17}$$

Если координатную ось X направить вдоль прямой, по которой движется точка, то для проекций ускорения a_x и скорости v_x на эту ось получим формулы:

$$a_x = \mathrm{const}, \tag{1.18}$$

$$v_x(t) = v_{0x} + a_x t, \tag{1.19}$$

где v_{0x} — проекция начальной скорости.

Согласно формуле (1.10) $v_x = x'(t)$, т. е. $x(t)$ — первообразная функция $v_x(t)$. Поэтому

$$x(t) = \int v_x(t)dt + x_0 = \int (v_{0x} + a_x t)dt + x_0 = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Итак, в равнопеременном движении координата изменяется **по квадратичному закону** от времени:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \tag{1.20}$$

где x_0 — начальная координата материальной точки.

Из формул (1.19) и (1.20) можно получить соотношение между проекцией скорости и координатой в равнопеременном движении. Из (1.19) $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$, подставляя это в (1.20), получаем

$$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x(x - x_0), \tag{1.21}$$

где $(x-x_0)$ — проекция вектора перемещения.

На рис. 4, 5, 6 представлены графики зависимостей проекции ускорения, скорости и координаты от времени. Графики построены для $a_x > 0$, $v_{0x} > 0$, $x_0 > 0$.

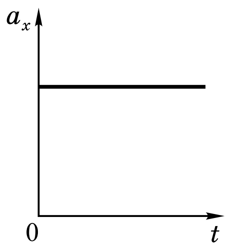

Рис. 4

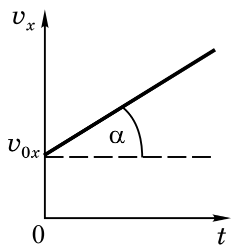

Рис. 5

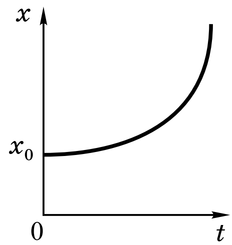

Рис. 6

Из свойств линейной функции следует, что тангенс угла α, образуемого прямой $v_x(t) = v_{0x} + a_x t$ с осью абсцисс (см. рис. 5), равен проекции ускорения:

$$\operatorname{tg} \alpha = a_x. \tag{1.22}$$

График зависимости координаты от времени в равнопеременном движении — парабола (см. рис. 6).

Частными случаями равнопеременного движения являются **равноускоренное и равнозамедленное** движения. При **равноускоренном движении** вектор мгновенной скорости и вектор ускорения **сонаправлены** $\vec{v}(t) \uparrow\uparrow \vec{a}$. Следствием этого является возрастание модуля скорости (см. рис. 7).

При **равнозамедленном движении** вектор мгновенной скорости и вектор ускорения противоположно направлены $\vec{v}(t) \downarrow\uparrow \vec{a}$. Следствием этого является убывание модуля скорости (см. рис. 8). В обоих этих случаях модуль вектора перемещения равен пройденному пути. В общем случае равнопеременного движения модуль вектора перемещения отличается от пройденного пути.

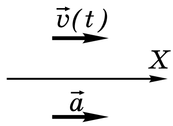

Рис. 7

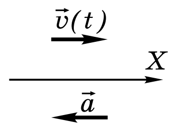

Рис. 8

5. Движение тела, брошенного вертикально

Вблизи своей поверхности Земля сообщает телам одинаковое ускорение $\vec{g}$, направленное вертикально вниз **(ускорение свободного падения)**. Его модуль g=9,81 м/с^2.

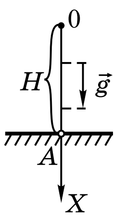

Рис. 9

Если тело в поле тяжести Земли падает вертикально вниз без начальной скорости, то такое движение называют свободным падением. Для описания свободного падения можно (хотя это и не обязательно) ввести ось координат, направленную вертикально вниз, а ее начало поместить в начальную точку движения (см. рис. 9). Тогда $x_0=0$, $v_{0x}=0$, $a_x=g$ и законы движения запишутся в следующем виде:

$$\begin{cases} v_x(t) = gt, & (1.23) \\ x(t) = gt^2/2. & (1.24) \end{cases}$$

Пусть тело свободно падает с высоты H. Используя законы движения, выражаемые формулами (1.23) и (1.24), определим время падения и конечную скорость. Координата точки падения (точка A на рис. 9) $x_A=H$. С другой стороны, ее можно выразить по формуле (1.24). Получаем уравнение

$$x_A = H = gt_A^2/2 \Rightarrow t_A = \sqrt{2H/g},$$

где t_A — время падения.

Конечную скорость находим по формуле (1.23)

$$v_A = gt_A = g\sqrt{2H/g} = \sqrt{2gH}.$$

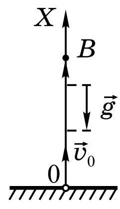

Рис. 10

Если **тело брошено вертикально вверх** с начальной скоростью $\vec{v}_0$, то для описания такого движения удобно ввести ось координат, направленную вертикально вверх с началом в точке бросания (см. рис. 10).

Тогда $x_0=0$, $v_{0x}=v_0$, $a_x=-g$ и законы движения запишутся в следующем виде:

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 - gt, & (1.25) \\ x(t) = v_0 t - gt^2/2. & (1.26) \end{cases}$$

Уравнения (1.25) и (1.26) описывают движение тела не только при его движении вверх, но и при его движении вниз. Связано это с тем, что ускорение тела на всем пути равно $\vec{g}$. Причем ни модуль ускорения, ни его направление не изменяются. Поэтому нет необходимости, изучая движение тела, брошенного вертикально вверх, рассматривать сначала движение вверх, а затем вниз.

Точка B — точка максимального подъема, в ней скорость $v_x = 0 \Rightarrow v_0 - gt_B = 0$, где t_B — время движения до точки B; $t_B=v_0 / g$.

При падении тела на землю его координата:

$$x = 0 \Rightarrow v_0 t_n - gt_n^2/2 = 0 \Rightarrow t_n(v_0 - gt_n/2) = 0 \Rightarrow t_n = 0,$$

$$\text{или } t_n=2v_0 / g,$$

где t_n — полное время движения. Корень $t_n=0$ не подходит по смыслу задачи.

Сравнивая время подъема $t_B=v_0 / g$ с полным временем движения тела $t_n=2v_0 / g$, получаем $t_n=2t_B$. Следовательно, **время подъема тела равно времени падения.**

Из уравнения (1.25) нетрудно найти конечную скорость тела

$$v_к(t)=v_0-gt_n=v_0-g(2v_0\,/\,g)=-v_0.$$

Модуль конечной скорости равен модулю начальной.

Для определения максимальной высоты подъема можно воспользоваться формулой (1.20):

$$H=x_B=v_0t_B-\frac{gt_B^2}{2}=v_0\left(\frac{v_0}{g}\right)-\frac{g}{2}\left(\frac{v_0}{g}\right)^2=\frac{v_0^2}{2g}.$$

Высоту H можно определить иначе, воспользовавшись формулой (1.21).

Вектор перемещения $\overrightarrow{OB}$ (см. рис. 10) имеет проекцию на ось X, равную $x_B-x_0=H$, следовательно,

$$v_B^2-v_0^2=-2g(x_B-x_0)\Rightarrow 0^2-v_0^2=-2gH\Rightarrow H=v_0^2/2g.$$

6. Движение тела, брошенного под углом к горизонту в поле тяжести Земли

Тело, брошенное под углом к горизонту в поле тяжести Земли, движется по криволинейной траектории. Это движение можно разложить на два независимых прямолинейных движения, происходящих в горизонтальном и вертикальном направлениях X и Y (см. рис. 11). Если не учитывать сопротивление воздуха, то можно утверждать, что в любой момент времени ускорение тела равно $\vec{g}$.

Так как проекции ускорения $\vec{g}$ равны $a_x=0$ и $a_y=-g$, то в горизонтальном направлении тело движется равномерно, а в вертикальном — равнопеременно. В выбранной системе координат начальные координаты $x_0=0$, $y_0=0$, а начальные скорости

$$v_{0x}=v_0\cos\alpha,\ v_{0y}=v_0\sin\alpha.$$

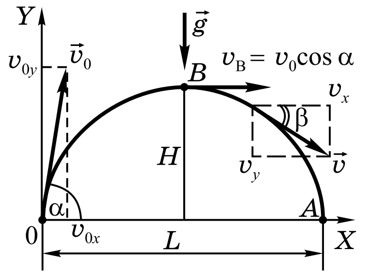

Рис. 11

Законы движения в горизонтальном направлении записываются в виде:

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos\alpha, & (1.27) \\ x(t) = x_0 + v_{0x}t = (v_0 \cos\alpha)t. & (1.28) \end{cases}$$

Законы движения в вертикальном направлении:

$$\begin{cases} v_y(t) = v_{0y} + a_y t = v_0 \sin\alpha - gt, & (1.29) \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t + a_y t^2/2 = (v_0 \sin\alpha)t - gt^2/2. & (1.30) \end{cases}$$

Выразив из (1.28) $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$ и подставив в (1.30), получим уравнение траектории

$$y(x) = v_0 \sin\alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 =$$

$$= x \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2.$$

Так как y есть квадратичная функция от x, то траектория движения — парабола.

В точке падения A $y_A = 0 \Rightarrow v_0 \sin\alpha t_A - gt_A^2/2 = 0$, где t_A — **полное время движения тела.** Решая это уравнение, находим

$$t_A = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}. \qquad (1.31)$$