УДК 681.140(075.8)
ББК 65.26я73
К28

Рецензенты:
Р.А. Саркисян, д-р физ.-мат. наук, проф. (Финансовый университет),
А.К. Керимов, канд. физ.-мат наук, доц., (Российский университет дружбы народов),
С.Ю. Ревинова, канд. экон. наук, доц. (Российский университет дружбы народов)

Касимов, Юрий Федорович.
К28 Основы финансовых вычислений. Основные схемы расчета финансовых сделок : учебник / Ю.Ф. Касимов, М.С. Аль-Натор, А.Н. Колесников. — Москва : КНОРУС, 2019. — 328 с. — (Бакалавриат).

ISBN 978-5-406-06776-5

Рассматриваются модели и методы классической финансовой математики. Изложение ограничено анализом детерминированных моделей. Особое внимание уделено тщательной и корректной формулировке важнейших понятий классической финансовой математики (финансовые события и потоки, финансовые сделки и их параметры, процентные и учетные ставки – их виды и эквивалентность и др.).

Соответствует ФГОС ВО последнего поколения.

Для студентов бакалавриата, обучающихся по направлениям «Экономика», «Менеджмент» и «Прикладная математика и информатика» и изучающих курсы финансовых вычислений, финансовой и актуарной математики, математических методов финансового анализа.

УДК 681.140(075.8)
ББК 65.26я73

Касимов Юрий Федорович
Аль-Натор Мохаммед Субхи
Колесников Алексей Николаевич

ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ.
ОСНОВНЫЕ СХЕМЫ РАСЧЕТА ФИНАНСОВЫХ СДЕЛОК

Изд. № 18461. Формат 60×90/16.
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 20,5. Уч.-изд. л. 12,0.

ООО «Издательство «КноРус».
117218, г. Москва, ул. Кедрова, д. 14, корп. 2.
Тел.: 8-495-741-46-28.
E-mail: office@knorus.ru http://www.knorus.ru

Отпечатано в АО «Т8 Издательские Технологии».
109316, г. Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5.
Тел.: 8-495-221-89-80.

ISBN 978-5-406-06776-5

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЧАСТЬ II

РАСЧЕТ И АНАЛИЗ ОДНОПЕРИОДНЫХ И МНОГОПЕРИОДНЫХ ПРОСТЫХ И ПОРТФЕЛЬНЫХ СДЕЛОК

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга результат более чем 10 - летней практики преподавания ряда курсов связанных с применением количественных методов в финансах на различных факультетах Финансового университета при правительстве РФ, ВШЭ, РУДН и в других университетах. Книга посвящена основным методам финансовых вычислений широко используемых на практике. Книга содержит материал, относящийся ко всем основным темам финансовой математики: кредитным сделкам, сделкам с акциями и облигациями, расчетам и оптимизации портфельных сделок.

Книга состоит из четырех частей.

Первая часть **(*Классические схемы финансовых вычислений*)** (гл. 1-7) посвящена основным понятиям, методам и алгоритмам классической финансовой математики. Прежде всего, в ней речь идет о *кредитных* сделках, основные финансовые и временные параметры которых фиксируются в момент заключения сделки. Поэтому классическую финансовую математику часто называют *математикой кредита* или, учитывая ту основополагающую роль, которую играют процент и процентная ставка в кредитных операциях, *теорией процентов, теорией процентной ставки* и т. п.

Вторая часть **(*Расчет и анализ однопериодных и многопериодных простых и портфельных сделок*)** (гл. 8-13) посвящена основным схемам расчета сделок с финансовыми активами в рамках детерминированных моделей. Детально и строго вводятся определения и алгоритмы расчета доходности однопериодных и многопериодных сделок с одним и набором (портфелем) активов. В отличие от большинства книг расчеты схемы расчетов даются в максимально приближенной к практике ситуации, т.е. учитываются все важнейшие факторы влияющие на эффективность сделки, такие как комиссия, налоги и инфляция. Здесь же рассмотрены методы детерминированной оптимизации портфелей.

Третья часть **(*Методы оптимизации портфелей активов*)** (гл. 14-18) посвящена оптимизации портфелей активов. Рассмотрены задачи оптимизации портфелей в моделях Блека и Марковица, а также в модели Тобина. Изложена модель оценивания финансовых активов (CAPM) и однофакторная модель Шарпа. Определены важнейшие меры эффективности финансовых сделок с учетом риска (коэффициенты Шарпа, Трейнора и Йенсена).

Четвертая часть **(*Облигации и их портфели. Расчет характеристик, оптимизация и хеджирование риска*)** (гл.19-23) посвящена важнейшему инструменту финансового рынка – облигациям. Рассмотрены модели оценивания облигаций, их ценовой чувствительности к изменению процентных ставок и различных типов доходности. Рассмотрены также структура процентных ставок, форвардные ставки, и оценивание облигаций и их процентного риска в относительно заданной структуры процентных ставок.

Следует отметить, что основная цель учебника – выработка навыков финансовых расчетов, связанных с анализом финансовых сделок. Поэтому теоретический материал изложен очень кратко. Даются определения, приводятся основные факты и формулы. Основная же часть каждой главы посвящена детальному разбору большого числа примеров, каждый из которых доводится до числового результата. Наконец, каждая глава заканчивается большим числом задач по самым разным аспектам анализа финансовых сделок.

Каждая часть книги завершается тестами, цель которых в контроле усвоения не вычислительных, а концептуальных основ финансовых моделей.

Книга содержит большое число примеров, иллюстрирующих таблиц и графиков, а также большое число тестов для самоконтроля

ЧАСТЬ I

КЛАССИЧЕСКИЕ СХЕМЫ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Данная часть учебника является введением в *классическую* финансовую математику. Она посвящена изучению *детерминированных* моделей финансовых операций. Под детерминированностью здесь понимается *полная определенность будущих* значений *временных и финансовых* характеристик изучаемых операций и процессов. Прежде всего, речь идет о *кредитных* сделках, основные финансовые и временные параметры которых фиксируются в момент заключения сделки.

В этой части излагается материал, относящийся к основным разделам классической финансовой математики: кредитные сделки, процентные ставки, потоки платежей, в частности ренты, схемы погашения долга и финансовые пенсионные схемы.

Первая (вводная) глава посвящена важной в практическом отношении теме – учету времени в финансовой математике. В традиционных руководствах эта тема обычно либо вообще не рассматривается, либо очень бегло и поверхностно. Введение двух шкал: теоретической, модельной годовой и календарной позволяет отделить чисто практические аспекты финансовых вычислений от фундаментальных свойств математических моделей финансового анализа.

Во второй главе анализируется простейший вид кредитных сделок – однопериодная сделка с единовременной выдачей и единовременным погашением кредита. В главе приводятся определения всех основных параметров кредитных сделок: временных, финансовых, а также показателей стоимости/эффективности таких сделок. В этой главе рассмотрены также обращающиеся долговые обязательства (векселя и депозитные сертификаты) и мультивалютные сделки.

Третья глава посвящена накопительным моделям в схеме простых и сложных процентов. Даны определения всех видов процентных ставок и критериев их эквивалентности. Дано понятие о приведении (преобразовании) денежных сумм (будущей и текущей стоимости).

Четвертая глава является обобщением третьей на случай возможных дополнительных вложений и изъятий денежных средств.

Пятая глава посвящена регулярным потокам платежей – рентам.

Шестая глава посвящена обобщенным кредитным сделкам (с единовременной выдачей кредита и серией погасительных платежей). К этому виду кредита относятся потребительский и ипотечный кредит.

Заключительная седьмая глава посвящена так называемым финансовым (накопительным) пенсионным схемам – очень важному в практическом отношении виду финансовых контрактов.

ГЛАВА 1
Временные правила

1.1. Временная и денежная шкалы

Под *временной шкалой* понимается система *временных координат*, задание которых сводится к указанию:

– *начала отсчета*, т.е. начального момента времени, по отношению к которому задаются все остальные моменты времени;

– *единицы измерения*, т.е. базового промежутка или единичного периода, служащего для измерения длительности временных промежутков.

В экономике это обычно год, но может быть выбран любой другой промежуток: полугодие, квартал, месяц и т.д.

Ниже в качестве основной временной шкалы будет использоваться так называемая *модельная годовая шкала*, которую мы будем обозначать через $\mathbf{T}$. После выбора начала отсчета и базового периода (года) эта шкала становится идентична множеству всех вещественных чисел **R**. Продолжительность временных периодов, используемых в приведенных ниже формулах, будет, как правило, задаваться в этой шкале.

На практике помимо введенной модельной временной шкалы используется также *календарная* шкала, основным элементом которой является *дата*. Дату будем обозначать тройкой чисел:

$$\partial =< d; m; y >,$$

где d – день, m – месяц, y – год. Промежуток $[\partial_1, \partial_2)$ называется промежутком *между* двумя датами ∂_1, ∂_2 календарной шкалы (дата ∂_2 не включается). Число дней в этом промежутке обозначается $D(\partial_1, \partial_2)$.

Дата, соответствующая реальной календарной дате, называется *допустимой*, или *календарной*, датой. Даты 31.06.10, 29.02.11 не являются допустимыми – это не календарные даты. В дальнейшем, если не оговорено противное, все используемые даты – допустимые (календарные). Промежуток между двумя календарными датами называется *календарным промежутком*.

Календарным годом будем называть промежуток $[\partial_1, \partial_2)$ между двумя *смежными и одноименными календарными* датами: $d_1 = d_2$, $m_1 = m_2$, $y_2 = y_1 + 1$. Так, промежуток между 12.10.04 и 12.10.05 является календарным годом. Промежуток между $01.01.y$ и $01.01.(y + 1)$ называется *стандартным* календарным годом. Дату $29.02.y$ будем называть *високосной датой*. Напомним, что год y называется високосным, если y делится на 1000, либо делится на 4, но не делится на 100 (по крайней мере это определение работает для нашего столетия).

Календарным месяцем будем называть промежуток $[\partial_1, \partial_2)$ между двумя датами:

$$\begin{cases} d_1 = d_2,\ m_2 = m_1 + 1, & y_2 = y_1, \quad \text{если } m_1 \neq 12, \\ d_1 = d_2,\ m_2 = 1, & y_2 = y_1 + 1, \quad \text{если } m_1 = 12. \end{cases}$$

Календарным кварталом будем называть промежуток $[\partial_1, \partial_2)$ между двумя датами:

$$\begin{cases} d_1 = d_2,\ m_2 = m_1 + 3, & y_2 = y_1, \quad \text{если } m_1 \leq 9, \\ d_1 = d_2,\ m_2 = m_1 - 9, & y_2 = y_1 + 1, \quad \text{если } m_1 > 9. \end{cases}$$

Календарным полугодием будем называть промежуток $[\partial_1, \partial_2)$ между двумя датами:

$$\begin{cases} d_1 = d_2,\ m_2 = m_1 + 6, & y_2 = y_1, \quad \text{если } m_1 \leq 6, \\ d_1 = d_2,\ m_2 = m_1 - 6, & y_2 = y_1 + 1, \quad \text{если } m_1 > 6. \end{cases}$$

В календарной шкале естественная мера длины – продолжительность временных промежутков в днях. Она легко вычисляется с помощью функции $N(\partial)$ – порядкового номера даты ∂ в календарном году (см. таблицу 1 приложения).

Точное число дней между датами ∂_1, ∂_2 можно определить по формуле

$$D(\partial_1, \partial_2) = N(\partial_2) - N(\partial_1) + 365(y_2 - y_1) + k, \tag{1.1}$$

где $N(\partial)$ – порядковый номер даты по таблице, k – число високосных дат между ∂_1 и ∂_2.

Пример 1.1. Найти точное число дней между 14 февраля 1999 г. и 27 августа 2005 г.

Решение. Применяя формулу (1.1), находим

$$D(\partial_1, \partial_2) = 239 - 45 + 365(2005 - 1999) + 2 = 2386.$$

Замечание 1.1. Согласно (1.1) длительность календарного года имеет два значения: 365 дней, если он не содержит високосной даты, и 366 дней в противном случае; календарного полугодия – 4 возможных значения: 181, 182, 183 и 184 дня; календарного квартала – 3 возможных значения: 90, 91 и 92 дня и календарного месяца – 4 возможных значения: 28, 29, 30 и 31 день.

Заметим, что не каждая дата ∂_1 является началом календарного года, полугодия, квартала или месяца. Например, $\partial_1 = 29.02.y_1$ – единственная дата, которая не может являться началом календарного года. С другой стороны, существует несколько дат, которые не могут являться началом календарного месяца, а именно когда $d_1 = 31$, а максимальное значение дней в следующем месяце меньше 31. Всего 5 таких дат (найдите их). Аналогично не каждая дата ∂_2 является концом календарного года, полугодия, квартала или месяца.

В финансовой математике наряду с точным числом дней между датами ∂_1, ∂_2 рассматривают приближенное число дней между ними. Оно определяется по формуле

$$\widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 360(y_2 - y_1) + 30(m_2 - m_1) + (d_2 - d_1). \qquad (1.2)$$

Пример 1.2. Согласно (1.2) приближенное число дней между 14 февраля 1999 г. и 27 августа 2005 г равно

$$\widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 360(2005 - 1999) + 30(8 - 2) + (27 - 14) = 2353.$$

Замечание 1.2. Согласно (1.2) любой календарный год состоит ровно из 360 приближенных дней, любой календарный месяц – из 30 приближенных дней. Аналогично календарное полугодие и календарный квартал состоят ровно из 180 и 90 приближенных дней соответственно.

1.2. Временные правила

Существует несколько способов перехода от календарной шкалы к модельной временной шкале, которые основываются на разных *временных правилах*. Рассмотрим наиболее известные.

Правило ACT/365 (английская практика). Срок между двумя датами в годовой шкале T есть точное число дней между этими датами, определяемое в общем случае по формуле (1.1), деленное на 365:

$$T = \frac{D(\partial_1, \partial_2)}{365}.$$

Правило АСТ/360 (банковское правило – французская практика). Согласно этому правилу срок между двумя датами в годовой шкале T есть

$$T = \frac{D(\partial_1, \partial_2)}{360},$$

где $D(\partial_1, \partial_2)$ по-прежнему определяется из соотношения (1.1).

Правило 30/360 (немецкая практика). Срок между двумя датами в годовой шкале T есть приближенное число дней между этими датами, определяемое по формуле (1.2), деленное на 360:

$$T = \frac{\widetilde{D}(\partial_1, \partial_2)}{360}.$$

Пример 1.3. Найти срок в годах между датами 14 февраля 1999 г. и 27 августа 2005 г. по различным правилам.

Решение. Точное и приближенное число дней между этими датами были найдены в примерах 1.1 и 1.2:

$$D(\partial_1, \partial_2) = 2386, \quad \widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 2353.$$

Отсюда срок в годах по правилу АСТ/365 есть

$$T = 2386/365 = 6{,}5370,$$

а по правилу АСТ/360

$$T = 2386/360 = 6{,}6278.$$

Наконец, срок в годах по правилу 30/360 есть

$$T = 2353/360 = 6{,}5361.$$

Денежная шкала. В финансовой теории и практике приходится постоянно говорить о различных денежных суммах или о стоимости финансовых активов. Эти величины измеряются в определенных денежных единицах. Задание фиксированной денежной единицы определяет *денежную шкалу*. В качестве денежной единицы используется основной элемент национальной денежной системы (рубль, доллар США и т.д.). Денежную шкалу будем обозначать символом **M,** а базисную единицу – $\boldsymbol{e}$.

Переход от одной денежной шкалы **M** с базисной единицей $\boldsymbol{e}$ (например, 1 руб.) к другой денежной шкале **M'** с базисной единицей $\boldsymbol{e}'$ (например, 1 долл.) необходим при расчете мультивалютных сделок. В общем случае

$$\boldsymbol{e} = c_t\, \boldsymbol{e}',$$

где зависящий от времени коэффициент c_t называется *текущим обменным курсом* или *котировкой валюты* $\boldsymbol{e}$ относительно валюты $\boldsymbol{e}'$.

Определение 1.1. *Финансовое событие* 1-*го рода* (или *мгновенное событие*) – это пара (t, S_t), где t – *момент времени*, а S_t – денежная сумма, относящаяся к моменту t (рис. 1.1).

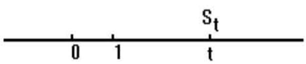

Рис. 1.1.

Определение 1.2. *Финансовое событие* 2-*го рода* (или *интервальное событие*) – это пара (J, R), *где* $J = [t_1, t_2]$ – период времени**,** а R – денежная сумма, относящаяся к этому периоду (рис. 1.2).

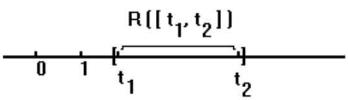

Рис. 1.2.

На практике интервальные события часто преобразуют в мгновенные (например, выплата дивидендов за год осуществляется в конце года). Такое преобразование называют *актуализацией*. Применяют два способа актуализации: сумма, относящаяся к некоторому периоду, приписывается к его концу (*финализация*) или к его началу (*авансирование*).

Решение.

а) $T = 10/12 = 0{,}8333$ года;

б) $T = 12/12 = 1$ год;

в) $T = 1/12 = 0{,}0833$ года.

Пример 1.5. Вычислить срок в месяцах, если срок в годах равен а) 10 лет; б) 4,5 года; в) 3,4 года.

Решение.

а) $T = 10 \cdot 12 = 120$ месяцев;

б) $T = 4{,}5 \cdot 12 = 54$ месяца;

в) $T = 3{,}4 \cdot 12 = 40{,}8$ месяца.

Пример 1.6. Найти срок в годах между датами 12 декабря 2004 г. и 15 апреля 2005 г. по различным правилам.

Решение. Сначала найдем точное число дней между этими датами:

$$D(\partial_1, \partial_2) = 105 - 346 + 365 + 0 = 124.$$

Поэтому срок в годах по правилу ACT/365 есть

$$T = 124/365 = 0{,}3397,$$

а по правилу ACT/360 есть

$$T = 124/360 = 0{,}3444.$$

Приближенный срок между датами 12 декабря 2004 г. и 15 апреля 2005 г. есть

$$\widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 360 \cdot 1 + 30(4 - 12) + 15 - 12 = 123,$$

и срок в годах по правилу 30/360 равен

$$T = 123/360 = 0{,}3417.$$

Пример 1.7. Кредит выдан 12 мая 2008 г. на 6 месяцев. Найти дату возврата и срок кредита в годах для правил: ACT/365, банковского и 30/360. Найти также срок в годовой шкале, исходя из срока в месяцах.

Решение. Дата возврата – 12 ноября 2008 г. Точное число дней между 12 мая и 12 ноября есть

$$D(\partial_1, \partial_2) = 316 - 132 = 184 \text{ дня.}$$

Приближенное число дней между этими датами есть

$$\widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 360 \cdot 0 + 30(11 - 5) + 0 = 180.$$

Согласно замечанию 1.2, это число можно было бы указать сразу.

Срок до погашения по правилу АСТ/365: $T = 184/365 = 0{,}5041$.

Срок до погашения по банковскому правилу: $T = 184/360 = 0{,}5111$.

Срок до погашения по правилу 30/360: $T = 180/360 = 0{,}5$.

Срок в годовой шкале непосредственно: $6/12 = 0{,}5$.

Пример 1.8. Кредит, выданный на 15 месяцев, был погашен 23 апреля 2004 г. Найти дату выдачи и срок кредита в годах для правил: АСТ/365, банковского и 30/360. Найти также срок в годовой шкале исходя из срока в месяцах.

Решение. Дата выдачи – 23 января 2003 г. Точное число дней между 23 января 2003 г. и 23 апреля 2004 г. есть

$$D(\partial_1, \partial_2) = 113 - 23 + 365 \cdot (2004 - 2003) + 1 = 456.$$

Приближенное число дней между этими датами есть

$$\widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 360(2004 - 2003) + 30(4 - 1) + 23 - 23 = 450.$$

Срок кредита для правила АСТ/365: $T = 456/365 = 1{,}2493$.

Срок кредита для банковского правила: $T = 456/360 = 1{,}2667$.

Срок кредита для правила 30/360: $T = 450/365 = 1{,}25$.

Срок в годовой шкале непосредственно: $15/12 = 1{,}25$.

Пример 1.9. Кредит выдан 14 февраля 1999 г. на 6,5369 лет. Найти дату погашения кредита для правил: АСТ/365, банковского и 30/360.

Решение. Положим $\partial_1 = d_1.m_1.y_1$, где $d_1 = 14$, $m_1 = 2$, $y_1 = 1999$, $\partial_2 = d_2.m_2.y_2$ – искомая дата.

а) Правило ACT/365: Найдем точное число дней между ∂_1 и ∂_2:

$$D(\partial_1, \partial_2) = 365 \cdot T = 365 \cdot 6{,}5369 = 2385{,}9685.$$

Как видим, $D(\partial_1, \partial_2)$ не является целым числом. Условимся здесь и далее в подобной ситуации округлять $D(\partial_1, \partial_2)$ до ближайшего *большего* целого числа. Такого соглашения будем придерживаться и для числа приближенных дней. Таким образом, $D(\partial_1, \partial_2) = 2386$. Далее найдем $\Delta y = y_2 - y_1$. Отсюда определим y_2. Для правильного определения Δy введем дату $\partial_0 =$ 01.01.1999 – первый день года выдачи кредита. Тогда

$$\Delta y = [D(\partial_0, \partial_2)/365],$$

где $[x]$ – целое число меньшее либо равное x. Имеем

$$D(\partial_0, \partial_2) = D(\partial_0, \partial_1) + D(\partial_1, \partial_2) = 44 + 2386 = 2430.$$

Отсюда

$$\Delta y = y_2 - y_1 = [2430/365] = [6{,}6575] = 6, y_2 = y_1 + 6 = 2005.$$

Будем применять (1.1) для нахождения $N(\partial_2)$. Прежде всего, заметим, что $k = 2$. Перенося дату $\partial_0 = 01.01.1999$ на 6 календарных лет, получим дату $\partial_0' = 01.01.2005$. При этом

$$D(\partial_0, \partial_0') = 365 \cdot (2005 - 1999) + 2 = 2192.$$

Следовательно, точное число дней между ∂_0' и ∂_2 равно

$$D(\partial_0, \partial_2) - D(\partial_0, \partial_0') = 2430 - 2192 = 238.$$

Применяя теперь (1.1) для дат ∂_0' и ∂_2, находим

$$238 = N(\partial_2) - 1 + 365(2005 - 2005) + 0.$$

В результате $N(\partial_2) = 239$ и из таблицы дней получаем $\partial_2 = 27.08.2005$.

б) Правило ACT/360: Этот случай отличается от предыдущего числом точных дней между ∂_1 и ∂_2:

$$D(\partial_1, \partial_2) = 360 \cdot T = 360 \cdot 6{,}5369 = 2353{,}284.$$

Таким образом, $D(\partial_1, \partial_2) = 2354$. Далее определим $\Delta y = y_2 - y_1$. Для правильного определения Δy введем дату $\partial_0 = 01.01.1999$ – первый день года выдачи кредита. Тогда $\Delta y = [D(\partial_0, \partial_2)/365]$. Имеем

$$D(\partial_0, \partial_2) = D(\partial_0, \partial_1) + D(\partial_1, \partial_2) = 44 + 2354 = 2398.$$

Отсюда $\Delta y = y_2 - y_1 = [2398/365] = [6{,}5699] = 6$, $y_2 = y_1 + 6 = 2005$. Будем применять формулу (1.1) для нахождения $N(\partial_2)$. Заметим, что $k = 2$. Перенося дату $\partial_0 = 01.01.1999$ на 6 календарных лет, получим дату $\partial_0^{'} = 01.01.2005$. При этом

$$D(\partial_0, \partial_0^{'}) = 365(2005 - 1999) + 2 = 2192.$$

Следовательно, точное число дней между $\partial_0^{'}$ и ∂_2 равно

$$D(\partial_0, \partial_2) - D(\partial_0, \partial_0^{'}) = 2398 - 2192 = 206.$$

Применяя теперь (1.1) для дат $\partial_0^{'}$ и ∂_2, находим

$$206 = N(\partial_2) - 1 + 365(2005 - 2005) + 0.$$

В результате $N(\partial_2) = 207$ и из таблицы дней получаем $\partial_2 = 26.07.2005$.

в) Правило 30/360: Найдем сначала приближенное число дней между ∂_1 и ∂_2. Имеем

$$\widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 360 \cdot T = 360 \cdot 6{,}5369 = 2353{,}284.$$

Таким образом, $\widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 2354$. Далее определим $\Delta y = y_2 - y_1$. Для правильного определения Δy введем дату $\partial_0 = 01.01.1999$ – первый день года выдачи кредита. Поскольку каждый календарный год содержит ровно 360 приближенных дней (замечание 1.2), то $\Delta y = \left[\widetilde{D}(\partial_0, \partial_2)/360\right]$. Имеем

$$\widetilde{D}(\partial_0, \partial_2) = \widetilde{D}(\partial_0, \partial_1) + \widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 43 + 2354 = 2397.$$

Отсюда

$$\Delta y = y_2 - y_1 = [2397/360] = [6{,}6583] = 6, y_2 = y_1 + 6 = 2005.$$

Перенося дату $\partial_0 = 01.01.1999$ на 6 календарных лет, получим дату начала года погашения кредита: $\partial_0^* = 01.01.2005$, причем

$$\widetilde{D}(\partial_0^*, \partial_2) = \widetilde{D}(\partial_0, \partial_2) - \widetilde{D}(\partial_0, \partial_0^*) = \widetilde{D}(\partial_0, \partial_2) - 360 \cdot 6 =$$
$$= 2397 - 2160 = 237.$$

Найдем теперь m_2. Напомним, что каждый календарный месяц содержит ровно 30 приближенных дней. Отсюда

$$\Delta m = m_2 - m_0^* = [237/30] = [7{,}9] = 7 \quad \text{и} \quad m_2 = m_0^* + 7 = 8.$$

Определим d_2. Перенося дату $\partial_0^* = 01.01.2005$ на 7 календарных месяцев, получим дату $\partial_0^{'} = 01.08.2005$. При этом число приближенных дней между датами $\partial_0^{'}$ и ∂_2 равно

$$\widetilde{D}(\partial_0^{'}, \partial_2) = \widetilde{D}(\partial_0^*, \partial_2) - \widetilde{D}(\partial_0^*, \partial_0^{'}) = 237 - 210 = 27.$$

Для определения d_2 воспользуемся (1.2). Положим $\Delta d = d_2 - d_1$ и перепишем формулу (1.2) в виде $\widetilde{D}(\partial_1, \partial_2) = 360 \cdot \Delta y + 30 \cdot \Delta m + \Delta d$. Применяя эту формулу для дат ∂_0^*, ∂_2, находим $27 = 360 \cdot 0 + 30 \cdot 0 + \Delta d$.Таким образом, $\Delta d = 27$, $d_2 = d_0^* + 1 = 28$, и дата погашения кредита равна $\partial_2 = 28.08.2005$.

Замечание 1.3. Пусть известны дата погашения кредита ∂_2 и его срок и требуется найти дату выдачи кредита ∂_1 относительно различных правил. В таком случае в качестве ∂_0 следует брать дату начала года, следующего за годом погашения кредита. При этом переносы дат осуществляются в обратную сторону (в прошлое).

Временные правила ACT/365 (Япония) и ACT/ACT. Правило ACT/365 в естественном смысле более точное, чем банковское правило, тем не менее оно не учитывает возможности присутствия високосных дат в измеряемом промежутке. Такой учет может быть сделан двояким образом. Первый состоит в игнорировании (исключении) високосных дат при подсчете числа дней в промежутке при неизменном годовом дивизоре – 365. Второй способ состоит в соответствующем изменении дивизора (до 366 или другого значения) при измерении високосных промежутков.

Первый подход реализован в так называемом японском правиле ACT/365, в котором все високосные даты исключаются: продолжительность любого годового промежутка считается равной 365 дням.

Правило ACT/365 (Япония). Если J – период с k високосными датами, то