

УДК 373.5:514
ББК 22.151я721
В49

Виноградова, Татьяна Михайловна.

В49 Геометрия. 7—11 классы / Т. М. Виноградова. — Москва : Эксмо, 2019. — 112 с. — (В помощь старшекласснику. Алгоритмы решения задач).

ISBN 978-5-04-093534-5

В пособии представлены алгоритмы решения типовых задач и примеров по геометрии, изучаемых в 7—11-х классах. Перед каждым алгоритмом помещен краткий теоретический блок по теме с необходимыми правилами и формулами. После алгоритма приведен пример решения задачи или примера, а также задания для самостоятельного решения.

Пособие адресовано учащимся 7—11-х классов, учителям и родителям, помогающим ребенку в выполнении домашних заданий.

УДК 373.5:514
ББК 22.151я721

ISBN 978-5-04-093534-5

© Виноградова Т.М., 2019
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2019

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПРОСТЕЙШИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР . . . 5 | |
| Точка и прямая. Отрезок. Измерение отрезков | 5 |
| Полуплоскости. Полупрямая. Угол. Откладывание отрезков и углов . . . | 12 |
| Треугольник. Существование треугольника, равного данному | 18 |
| Параллельные прямые. Смежные и вертикальные углы. Свойство смежных и вертикальных углов | 19 |
| Виды треугольников. Высота, биссектриса и медиана треугольника . . . | 24 |
| Сумма углов треугольника. | 30 |
| Внешний угол треугольника | 31 |
| Признаки и свойства параллельности прямых | 34 |
| Окружность, вписанная в треугольник и описанная около треугольника | 36 |
| Четырехугольники | 41 |
| ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА | 45 |
| Прямоугольный треугольник | 45 |
| Теорема Пифагора | 45 |
| ДЕКАРТОВЫ КООРДИНАТЫ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ | 48 |
| Декартова система координат на плоскости | 48 |
| Декартова система координат в пространстве | 50 |
| УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ И ОКРУЖНОСТИ | 51 |
| Уравнение прямой | 51 |
| Уравнение окружности на плоскости | 51 |
| Взаимное расположение прямых по их уравнениям | 53 |
| ВЕКТОРЫ | 55 |
| Векторы на плоскости | 55 |
| ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ | 58 |
| Признаки подобия треугольников | 58 |
| Свойства подобных треугольников | 58 |
| Свойства преобразования подобия | 59 |
| ВПИСАННЫЕ И ЦЕНТРАЛЬНЫЕ УГЛЫ | 62 |
| Плоский угол | 62 |
| Дополнительный угол | 62 |
| Центральный угол | 62 |
| Дуга окружности | 64 |
| РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ | 65 |
| Теорема косинусов | 65 |
| Теорема синусов | 66 |


| | |
|---|----|
| ПЛОЩАДИ МНОГОУГОЛЬНИКОВ | 69 |
| Площадь треугольника | 69 |
| Площади четырехугольников | 71 |
| ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОБЪЕМЫ МНОГОГРАННИКОВ | 74 |
| Призма | 74 |
| Параллелепипед | 75 |
| Пирамида | 77 |
| ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ | 80 |
| Цилиндр | 80 |
| Конус | 81 |
| Шар. Сфера | 82 |
| ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ «ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО» | 85 |
| СПИСОК АЛГОРИТМОВ | 91 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ | 95 |

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПРОСТЕЙШИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР



ТОЧКА И ПРЯМАЯ. ОТРЕЗОК. ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ


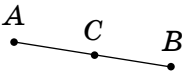
Основные геометрические фигуры на плоскости — это точка и прямая.

| | |
|-----------|---|
| Точка A | Прямая a , или прямая AB , или прямая BA |
| $\cdot A$ |  |

Аксиома — утверждение, которое принимается без доказательства.

| |
|--|
| <p>Аксиома I. Основные свойства принадлежности точек и прямых на плоскости</p> |
| <p>Какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, которые ей не принадлежат. Через любые две точки можно провести прямую и только одну.</p> |

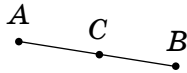
Отрезок — часть прямой, состоящая из всех точек этой прямой, лежащих между двумя ее данными точками — концами отрезка.

| | |
|---|---|
| Отрезок MN , или отрезок NM | $C \in AB$ (точка C принадлежит отрезку AB), или точка C лежит между точками A и B |
|  |  |

| |
|--|
| <p>Аксиома II. Основные свойства расположения точек на прямой</p> |
| <p>Из трех точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими.</p> |

Аксиома III.**Основные свойства измерения отрезков**

Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой своей точкой.



$$AB = AC + BC$$

1**Нахождение длины отрезка, если известны длины его частей****АЛГОРИТМ****1**

Найти длину отрезка, сложив длины его частей (согласно аксиоме III).

**2**

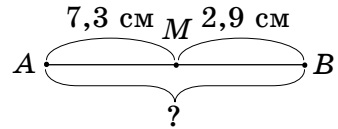
Записать ответ.

**ПРИМЕР**

Найти длину отрезка AB , если точка M делит его на две части длиной 7,3 см и 2,9 см.

Решение.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad AB &= AM + MB; \\ AB &= 7,3 + 2,9 = 10,2 \text{ (см)}. \end{aligned}$$



$$\textcircled{2} \quad \text{Ответ: } 10,2 \text{ см.}$$

**ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО**

- Точка E делит отрезок OP на части длиной 10 дм и 1,1 дм. Найти длину отрезка OP .
- Найти длину отрезка EF , если точка K лежит между точками E и F , $EK = 8,7$ м, $KF = 3,5$ м.
- Отрезок AB разделен точкой X на части длиной 0,875 дм и 1,007 дм. Найти длину AB .
- На отрезке QM взята точка F , $QF = 801$ м, $FM = 19$ м. Найти длину QM .

Нахождение длины части отрезка, если известна длина всего отрезка и одной из его частей

2

АЛГОРИТМ

1 Записать основные свойства измерения отрезков.



2 Выразить из записанного равенства длину неизвестной части.



3 Вычислить длину неизвестной части отрезка.



4 Записать ответ.

ПРИМЕР



На отрезке AB взяли точку M так, что $AM = 7,3$ см. Найти длину отрезка MB , если $AB = 11,7$ см.

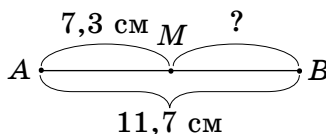
Решение.

1 $AB = AM + MB;$

2 $MB = AB - AM.$

3 $MB = 11,7 - 7,3 = 4,4$ (см).

4 *Ответ:* 4,4 см.



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО



1. Найти длину отрезка KE , если точка K принадлежит отрезку NE , $NE = 18$ м, $EK = 7,2$ м.
2. На отрезке CD взяли точку B так, что $BC = 9,7$ дм. Найти длину отрезка BD , если $CD = 11,3$ дм.
3. Точка A делит отрезок DP на две части. Найти длину отрезка AD , если $AP = 5,9$ см, $DP = 6,3$ см.
4. Найти длину отрезка KN , если $N \in KO$, $KO = 29$ дм, $NO = 18$ дм.

3

Определение расположения точек на прямой

АЛГОРИТМ

①

Из данных отрезков выбрать тот, длина которого равна сумме длин двух других.



②

Сделать вывод о точке, лежащей между двумя другими, опираясь на аксиому III.



③

Записать ответ.



ПРИМЕР

Три точки B , C и D лежат на одной прямой. Известно, что $BC = 3,5$ см, $BD = 4,6$ см, $CD = 8,1$ см. Какая из трех точек B , C , D лежит между двумя другими?

Решение.

①

Очевидно, что $3,5 + 4,6 = 8,1$ (см).

②

Значит, $BC + BD = CD$. Поэтому точка B принадлежит отрезку CD , так как выполняется аксиома III. Следовательно, точка B лежит между точками C и D .

③

Ответ: точка B лежит между точками C и D .



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Определить, какая из трех точек K , L , M , принадлежащих одной прямой, лежит между двумя другими, если $KL = 10,9$ дм; $KM = 3,8$ дм; $ML = 7,1$ дм.
2. Точки E , A , B лежат на одной прямой. Какая из них лежит между двумя другими, если $EB = 3,9$ м; $EA = 0,2$ м; $AB = 3,7$ м?
3. Известно, что $AB = 0,027$ дм, $AC = 0,1$ дм, $BC = 0,073$ дм. Точки A , B и C лежат на одной прямой. Какая из них лежит между двумя другими?

Нахождение длин частей отрезка с помощью уравнения, если в условии указано, что они сравниваются

4

АЛГОРИТМ

① Записать основное свойство измерения отрезков для условия данной задачи.



② Длину меньшей части обозначить x .



③ Выразить длину большей части отрезка через x (если она *больше на* некоторую величину, то длина большей части отрезка равна сумме x и этой величины, а если она *больше в несколько раз* меньшей части, то длина большей части отрезка равна произведению x и этого количества раз).



④ Составить уравнение.



⑤ Решить полученное уравнение.



⑥ Записать длину меньшей части отрезка и вычислить длину большей части.



⑦ Записать ответ.

ПРИМЕР

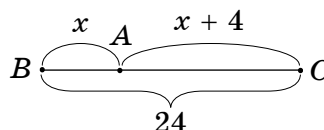


Точка A принадлежит отрезку BC , длина которого равна 24 см. Найти длину отрезков AB и AC , если:

- 1) отрезок AB на 4 см меньше отрезка AC ;
- 2) отрезок AB в 3 раза больше отрезка AC .

Решение. Условие 1

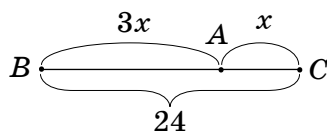
- ① $BC = AB + AC$ (аксиома III).
- ② Пусть $AB = x$ см.
- ③ Тогда $AC = (x + 4)$ см.



- ④ $x + x + 4 = 24$.
 ⑤ $2x = 24 - 4$; $2x = 20$; $x = 20 : 2$; $x = 10$.
 ⑥ Итак, $AB = 10$ см, $AC = 10 + 4 = 14$ (см).
 ⑦ **Ответ:** 10 см; 14 см.

Условие 2

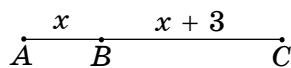
- ① $BC = AB + AC$ (аксиома III).
 ② Пусть $AC = x$ см.
 ③ Тогда $AB = 3x$ см.
 ④ $x + 3x = 24$.
 ⑤ $4x = 24$; $x = 24 : 4$; $x = 6$.
 ⑥ Итак, $AC = 6$ см, $AB = 3 \cdot 6 = 18$ (см).
 ⑦ **Ответ:** 18 см; 6 см.



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

- Точка E принадлежит отрезку AB длиной 25 дм. Найти длины отрезков AE и BE , если длина отрезка AE на 7 см больше длины отрезка BE .
- Точка K принадлежит отрезку AC длиной 36 м. Найти длины отрезков AK и CK , если длина отрезка AK в 8 раз меньше длины отрезка CK .
- На отрезке DN отметили точку F . Разность длин отрезков NF и DF равна 8 мм. Найти NF и DF , если $DN = 32$ мм.

Помни!



AB меньше BC на 3,
 или BC больше AB на 3,
 или разность BC и AB равна 3.

5

Нахождение длин частей отрезка, если он делится своей точкой на части, пропорциональные данным числам

АЛГОРИТМ

- ① Записать основное свойство измерения отрезков (аксиома III) для условия данной задачи.



- ② Обозначить за x величину одной части отрезка.



**3**

Выразить длину частей отрезка через x , умножив x на соответствующие пропорциональные числа.

**4**

Составить уравнение.

**5**

Решить уравнение.

**6**

Вычислить длины частей отрезка.

**7**

Записать ответ.

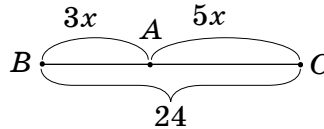
ПРИМЕР

Точка A принадлежит отрезку BC , длина которого равна 24 см. Найти длины отрезков AB и AC , если $AB : AC = 3 : 5$.

Решение.

① $BC = AB + AC$ (аксиома III).

② Пусть x см — величина одной части.



③ Тогда $AB = 3x$ см, $AC = 5x$ см.

④ $3x + 5x = 24$.

⑤ $8x = 24$; $x = 24 : 8$; $x = 3$.

⑥ Итак, $AB = 3 \cdot 3 = 9$ (см); $AC = 5 \cdot 3 = 15$ (см).

⑦ **Ответ:** 9 см; 15 см.

ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. На отрезке AB отметили точку D так, что $AD : DB = 7 : 11$. Найти длины отрезков AD и DB , если $AB = 54$ см.
2. Точка N принадлежит отрезку EF длиной 88 дм. Известно, что длины отрезков EN и FN относятся как $7 : 4$. Найти EN и FN .
3. Точка M делит отрезок AK в отношении $11 : 15$. Найти длины отрезков AM и KM , если $AK = 130$ мм.