

— Ох, я никогда ничего не смыслила в математике!

Эту фразу я слышу уже, наверное, десятый раз за сегодня, и она перестает меня удивлять.

Тем не менее около четверти часа эта дама стояла около моего стенда в середине группы других посетителей и внимательно слушала, как я рассказывал о своих любопытных наблюдениях из области геометрии. Эта фраза прозвучала в следующем контексте.

— И чем же вы занимаетесь? — поинтересовалась она.

— Я математик.

— Ох, я никогда ничего не смыслила в математике!

— Правда? Мне показалось, что вам было интересно.

— Да... Но это не совсем математика... Это еще можно понять.

Подумать только! Математика — это что, обязательно что-то, что нельзя понять?

Описываемые события происходят в начале августа на пересечении Феликс-Фор и Ла-Флот-ан-Ре. На маленьком летнем рынке расположился я со своим математическим стендом; слева находится тату-салон, справа — продавец аксессуаров для мобильных телефонов, а напротив — лавка с бижутерией и прочими безделушками. Отдыхающие расслабленно прогуливаются в вечерней прохладе. Мне нравится рассказывать о математике в таких местах, где этого не ждут, даже не подозревают...

— Как же удивятся мои родители, когда узнают, что я занимался математикой на каникулах! — сказал мне возвращающийся с пляжа лицеист.

Это правда, что я прибегаю к некоторым хитростям. Но чего не сделаешь ради того, чтобы заинтересовать прохожих. Один из моих самых любимых моментов — это наблюдать за выражениями лиц людей, сильно увлеченных математикой, когда я рассказываю им о своем предмете по четверти часа. И это всегда вызывает интерес! Оригами, фокусы, игры, загадки — найдется развлечение на любой вкус.

С одной стороны, меня это веселит, но с другой — немного расстраивает. Почему люди стыдятся того, что им нравится заниматься математикой? Почему само это слово внушает страх? Это факт, что если бы я разместил надпись «Математика» на своем стенде, примерно такую же заметную, как «Бижутерия», «Телефоны» или «Тату-салон», то не имел бы и четверти своего успеха. Люди не останавливались бы, а может быть, даже обходили мой стенд стороной и отводили взгляд.

Тем не менее людям любопытно, и я обращаю на это внимание ежедневно. Математика пугает, но вместе с тем завораживает. Ее не любят, но хотят

полюбить. Или, по крайней мере, заглянуть в замочную скважину ее непостижимых тайн. Ее считают недоступной, но это не так. Вполне можно любить музыку и не быть при этом музыкантом или любить хорошую еду, не будучи великим поваром. Так зачем же тогда быть математиком или иметь исключительный интеллект, чтобы рассказывать о математике и получать удовольствие от рассуждений из области алгебры и геометрии? Нет необходимости вдаваться в технические детали, чтобы понять основные идеи и иметь возможность открыть для себя что-то новое.

С незапамятных времен многие художники, изобретатели, ремесленники или просто мечтатели и любознательные люди, сами того не осознавая, занимались математикой — были математиками поневоле. Они первыми начали задавать вопросы, искать ответы и, таким образом, задумываться. Для того чтобы понять суть математики, нам нужно будет начать с ее предпосылок, потому что именно с них началось ее становление.

Ну что ж, начнем наше путешествие. Если вам в самом деле интересно, потрудитесь прочитать эти страницы, чтобы погрузиться в одну из самых захватывающих дисциплин, которую создало человечество. Давайте приступим к рассказу о тех, чьи имена увековечены в истории благодаря неожиданным открытиям и невероятным идеям.

Начнем же большой роман о математике.

1

МАТЕМАТИКИ ПОНЕВОЛЕ

Вернемся в Париж, где в самом центре города, в Лувре, я и хочу начать рассказ. Математика и Лувр — и где же тут связь? Это может показаться нелогичным. Бывшая королевская резиденция, ставшая впоследствии музеем, очевидно, представляет интерес в первую очередь для художников, скульпторов, археологов и историков, а вовсе не для математиков. Тем не менее именно здесь я обнаруживаю первые «отпечатки» математики.

Как только я оказываюсь во дворе Наполеона, вижу в его центре стеклянную пирамиду Лувра — уже яркий пример из мира геометрии. Но сегодня я хочу обратиться к куда более ранней странице истории. Я вхожу в музей и начинаю путешествие на машине времени. Я миную эпоху королей Франции, прохожу сквозь Ренессанс и Средние века и попадаю напрямую в Античность. Залы сменяют один другой, мой путь лежит мимо нескольких римских статуй, греческих ваз и египетских саркофагов. Я двигаюсь

дальше, оказываюсь в доисторической эпохе и, погружаясь в глубь веков, постепенно отрешаюсь от всего изведенного. Забудьте цифры. Забудьте геометрию. Забудьте правила правописания. В начале начал никто ничего не знал. Даже само понятие знания отсутствовало.

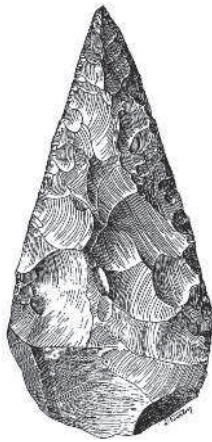
Первая наша остановка будет в Месопотамии за 10 000 лет до н. э.

Немного подумав, я бы отправился даже дальше, а именно на 1,5 млн лет назад, в эпоху палеолита. В то время еще не умели добывать огонь, а *Homo sapiens* («человек разумный») был еще в очень долгосрочном проекте. В это время в Азии обитал *homo erectus* («человек прямоходящий»), в Африке — *homo ergaster* («человек работающий») и, возможно, где-то жили подобные им прародители современного человека, следы которых пока не обнаружены. Это эпоха обтесанного камня, также называемого рубилом.

В углу лагеря расположились за работой камнетесы. Один из них держит еще не обработанный кремень, найденный несколькими часами ранее. Усевшись непосредственно, человек одной рукой устанавливает кремень на земле, а другой обтесывает его массивным камнем. Высекаются первые искры. Посмотрев на результат, камнетес поворачивает кремень и бьет по нему с другой стороны. Приходится повторять это снова и снова. В некоторых местах кремень слишком толст, а где-то — слишком широк, поэтому необходимо отделить крупные куски, чтобы придать ему желаемую форму.

Форма рублила не случайна и не может быть определена в процессе изготовления. Из поколения

в поколение передается техника его обработки, сформировавшаяся в ходе исторического развития. В зависимости от места и времени изготовления выделяются различные виды данного орудия. Некоторые рубила изготавливались в форме капли с выступающим краем, другие, более округлые, напоминали яйцо, встречаются также экземпляры, по форме близкие к равнобедренному треугольнику с изогнутыми сторонами.



Рубило эпохи палеолита

Тем не менее все рубила имеют одну схожую черту — ось симметрии. Была ли продиктована такая геометрическая особенность соображениями практического применения или же это просто эстетическое предпочтение наших предков? Сегодня сложно ответить на этот вопрос. Очевидно, что это не совпадение. Камнетесы намеренно изготавливали орудия именно таким образом, явно задумываясь над тем, как должно выглядеть готовое изделие. Иными

словами, в какой-то степени древние мастера занимались математикой.

Закончив обработку, камнетес внимательно изучает результаты своей работы: подносит получившееся орудие к свету, чтобы лучше рассмотреть его очертания, а затем отделяет оставшиеся два-три выступа, добиваясь идеальной формы. Что же испытывает наш предок в этот момент? Ощущает ли он волнение от соприкосновения с наукой, от воплощения идеи в жизнь, иными словами, от преобразования окружающей его среды? Это не так важно — времена великих открытий еще не наступили. В те времена все имело сугубо прикладной характер. Такие орудия могли использоваться для обработки дерева, разделки туш животных, выделки их шкур, а также копания.

Но все-таки не будем так углубляться в историю. Не станем тревожить те древние времена и их подчас слишком далекое от истины понимание и вернемся к отправной точке нашего путешествия, а именно в Месопотамию за 8000 лет до н. э.

Вдоль Плодородного полумесяца*, на территории современного Ирака, в это время происходил революционный переход к неолиту, который начнется уже совсем скоро. В северных районах люди переходили к оседлому образу жизни. В этом регионе возникали все наиболее продвинутое достижения человечества. Жилища из необожженной глины формировали первые поселения, а самые смелые строители уже возводили дополнительные этажи. Сельское хозяйство было новшеством. Мягкий

* Условное название региона на Ближнем Востоке, в котором в зимние месяцы наблюдается повышенное количество осадков.

климат позволял выращивать сельскохозяйственные культуры без искусственного орошения. Люди научились разводить домашних животных и выращивать культурные растения. Совсем скоро будет открыто гончарное ремесло.

Предлагаю поговорить именно о керамике, потому что на фоне всеобщей тенденции к безнадежной утрате исторического наследия археологам удастся находить тысячи глиняных изделий, таких как горшки, вазы, кувшины, блюда, миски... В музее меня окружают доверху заполненные стеллажи. Самые ранние экспонаты датируются 9000 г. до н. э., и из зала в зал, словно следуя по камушкам, оставленным Мальчиком-с-пальчик, мы попадаем из одного века в другой. В витринах представлена посуда самых разных размеров, форм, по-разному украшенная, вылепленная, покрашенная или гравированная, на ножках и с ручками, в идеальном состоянии и с трещинами, разбитая и воссозданная. От некоторых вещей остались лишь небольшие фрагменты.

Керамика — это первое искусство с применением огня, появившееся раньше, чем технологии изготовления бронзы, стали и стекла. Из глины, которая в изобилии встречается в этой влажной климатической зоне, гончары могли изготавливать посуду на любой вкус. После того как мастер лепил посуду желаемой формы, нужно было только высушить ее в течение нескольких дней, а затем целиком обжечь в центре печи для придания прочности. Эта техника возникла очень давно. Еще за двадцать тысяч лет до этого времени люди научились обжигать небольшие глиняные статуи. И совсем в относительно недавнем прошлом, с переходом на оседлый образ жизни, люди

начали делать таким способом предметы домашнего обихода. Новый образ жизни требовал большого количества средств хранения, изготовлением которых и начали активно заниматься наши предки.

Емкости из обожженной глины очень быстро стали неотъемлемой частью жизни в общине. При изготовлении такой посуды учитывались, в первую очередь, ее полезные свойства, а не внешний вид. Вскоре керамические изделия начали украшать. Позже стали выделяться целые школы гончарного мастерства. Некоторые с помощью ракушек или обыкновенной палочки наносили свои узоры на еще не застывшую глину, а уже потом обжигали. А другие наоборот — сначала обжигали посуду, а уже потом занимались украшением ее внешнего вида с помощью заостренного камня. Третьи рисовали на поверхности природными красками.

Прогуливаясь по залам кафедры восточных древностей, я был поражен богатством геометрических узоров, разработанных в Месопотамии. Что же до рубила, изготовленного нашим древним предком, то его форма слишком искусна, чтобы быть случайной. Мое внимание привлекли завитки, обрамляющие края сосудов. Завитки формируют узор, повторяющийся по всей окружности горшка. Наиболее распространены зигзагообразные узоры с треугольной насечкой. Также часто встречаются рисунки из двух линий, накладывающихся одна на другую. Есть и узоры елочкой, с кружками внутри, квадратные зубцы, ромбы с точкой, заштрихованные треугольники и т. д.

Переходя от одной зоны или эпохи к другой, вы заметите несколько разновидностей орнамента.

Некоторые узоры очень распространены. Они переживают, видоизменяются, улучшаются в разной степени. Спустя несколько веков некоторые из них исчезают, уходят в прошлое, им на замену приходят другие рисунки в духе своего времени.

Я рассматриваю их один за другим, и во мне просыпается математик. Я обращаю внимание на симметрию, изгибы, геометрические узоры. Так, я невольно начинаю сортировать и упорядочивать их. Мне вспоминаются несколько теорем из моей юности. Классификация геометрических преобразований — это то, что я собирался сделать. Я достаю блокнот и карандаш и начинаю записывать.

Сначала поговорим об изгибах. Прямо передо мной узор, состоящий из S-образных линий, накладывающихся одна на другую. Я поворачиваю голову, чтобы убедиться. В самом деле, это симметричный рисунок: если взять кувшин в руки и перевернуть его, узор останется прежним.



Далее поговорим о симметрии. Есть несколько ее типов. Постепенно я заканчиваю составлять свой список и начинаю искать примеры. Я стараюсь найти пример каждого геометрического узора, перехожу из одного зала в другой, возвращаюсь. Некоторые предметы разбиты, и мне приходится щуриться, чтобы представлять недостающие элементы узоров на этих сосудах с тысячелетней историей. Если

я нахожу что-то новое, делаю заметку. Я обращаю внимание на даты, чтобы проследить хронологию появления орнамента.

Сколько же всего типов узоров я найду? Немного поразмыслив, наконец останавливаюсь на известной теореме. Можно выделить всего семь типов узоров, семь групп — ни больше, ни меньше.

Конечно же, жители Месопотамии не знали этого. Теоретическое осмысление, без сомнения, началось только в эпоху Ренессанса. Тем не менее, не претендуя на что-то большее, чем просто украшение керамики, горшечники древности были на пороге первых открытий, которые тысячи лет спустя станут волновать умы всего математического сообщества.

Я просматриваю свои записи и нахожу практически все примеры. Практически? Для одного из этих семи типов узоров я все еще не нашел примера. Немного поколебавшись, прихожу к выводу, что он наиболее сложен из всего списка. Ищу узор, который при развороте по горизонтали выглядел бы так же, но был бы смещен на половину длины одного элемента узора. Сегодня это называется скользящей симметрией. Явное упущение жителей Месопотамии!

Но я просмотрел еще далеко не все залы, поэтому не теряю надежды и продолжаю свои поиски. Рассматриваю все до мелочей. Шесть других типов, примеры которых я уже нашел, отражены в моих записях с указанием даты, схематичными изображениями и т. д. Но, к сожалению, я до сих пор не могу найти примеры седьмого загадочного типа узора.

Внезапно чувствую приток адреналина. За стеклом я только что увидел небольшой простотой фрагмент. Сверху вниз четыре различных