Оглавление

О серии учебных пособий «ВМК МГУ – школе»

Уважаемый читатель!

Учебно-методические пособия, входящие в серию «ВМК МГУ – школе», являются результатом более чем десятилетнего труда коллектива преподавателей, работающих на подготовительных курсах факультета вычислительной математики и кибернетики (ВМК) МГУ имени М.В. Ломоносова. Сейчас уже изданы пособия по алгебре и геометрии, а также базовый курс по физике. Вашему вниманию предлагается углубленный курс по этому предмету. В дальнейшем предполагается продолжить эту серию и выпустить пособие по информатике.

В последнее время, когда сдача выпускных экзаменов по физике перестала быть обязательной, в большинстве школ стали уделять меньше внимания этому предмету. А между тем хорошее знание физики важно как для поступающих на ВМК и ряд других факультетов МГУ, так и для абитуриентов многих технических университетов. Кроме того, для того чтобы стать успешно успевающим студентом престижного вуза, нужно иметь достаточно глубокую подготовку по физике, позволяющую освоить весьма сложную вузовскую программу. Предлагаемое пособие позволит сделать важный шаг в этом направлении.

В серии «ВМК МГУ – школе» по каждому предмету предусмотрены два пособия – базовый и углубленный курсы. Базовый курс содержит все разделы соответствующего предмета, необходимые для решения задач ЕГЭ частей А, В и некоторых задач части С, а также первой половины задач профильных экзаменов в вузы и олимпиад. Пособие по углубленному курсу включает в себя сложные задачи ЕГЭ части С и нестандартные задачи вступительных экзаменов в вузы (в основном это задачи различных факультетов МГУ имени М.В. Ломоносова), научившись решать которые вы сможете справиться со всеми заданиями ЕГЭ и практически со всеми задачами олимпиад и профильных экзаменов в вузы.

Отличительной особенностью наших пособий является то, что наряду с традиционными составляющими (теоретический раздел, примеры с решениями, задачи для самостоятельного решения) мы предлагаем **решения** всех предложенных задач **с идеями** и последовательными **подсказками**, помогающими решить задачу оптимальным способом без посторонней помощи. Это позволит ученику самостоятельно продвигаться в решении задачи так, как если бы за его спиной стоял учитель и направлял ход его мысли при решении трудных задач. Конечно, мы понимаем, что настоящего учителя не может заменить никакая книга, но если учителя рядом нет, то, как показал опыт наших дистанционных подготовительных курсов, наличие грамотных подсказок помогает учащимся самостоятельно научиться решать задачи. С помощью нашего пособия приобретение такого опыта учениками будет существенно облегчено. С другой стороны, наши пособия помогут молодым учителям вести занятия. Мы знаем на собственном опыте, что не всегда легко направить ученика так, чтобы он сам догадался, как решить задачу.

Директор учебного центра
факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М.В. Ломоносова,
доцент кафедры математической физики
М.В. Федотов

Предисловие редакторов

В настоящее время на полках книжных магазинов широко представлены различные пособия по школьному курсу физики. Однако среди этих пособий непросто найти книгу, одновременно предлагающую учителю – грамотный дидактический материал, преподавателю подготовительных курсов – методику решения ключевых задач, а добросовестному ученику – задания для приобретения и отработки навыков решения сложных задач.

Мы поставили перед собой цель – совместить в одном пособии, адресованном всем, кто любит физику и математику, упомянутые выше требования. Предлагаемая книга содержит углубленный курс, включающий все основные разделы школьного курса физики, соответствующие «Кодификатору элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для единого государственного экзамена по физике». Освоение этого курса позволит уверенно выполнять задания категории С единого государственного экзамена и физических олимпиад первого и второго уровней.

Книга состоит из трех частей – «Теории и задач», «Указаний и решений» и «Ответов». Каждый раздел первой части содержит достаточно полное изложение теории в объеме, необходимом для решения задач. Далее приводятся примеры решения ключевых задач по данной теме и задачи для самостоятельной работы. Во второй части помещены подробные решения этих задач, оформленные в соответствии с требованиями ЕГЭ и профильных экзаменов и снабженные подсказками и указаниями. В третьей части приведены ответы к задачам, позволяющие учащимся проверить себя при самостоятельной работе над второй частью книги. Циклическая структура книги позволяет использовать ее как справочное пособие для интенсивного повторения школьного курса физики, как пособие по методике решения задач, а также как базу данных для плановых самостоятельных и контрольных работ. Всего пособие содержит около 360 примеров и задач разного уровня сложности, от относительно простых до олимпиадных.

Приведенные в книге решения могут быть положены в основу приобретения навыков правильного, логически последовательного и физически верного построения решения ключевых задач данного курса, что впоследствии пригодится школьникам для выполнения заданий достаточно высокого, профильного уровня. Именно им посвящена настоящая книга.

Предлагаемое пособие может быть рекомендовано учителям физики средних школ, лицеев и гимназий, преподавателям подготовительных курсов, а также школьникам, изучающим физику.

Желаем успеха!

Часть I. Теория и задачи

1. Механика

1.1. Кинематика

Теоретический материал

Механическое движение. Относительность механического движения. В механике изучается наиболее простая форма движения – механическое движение. *Механическим движением* называется изменение положения данного тела (или его частей) относительно других тел, происходящее с течением времени. Любое механическое движение является *относительным*. В природе не существует абсолютного движения или абсолютного покоя. Поэтому для описания механического движения необходимо указать конкретное тело, относительно которого наблюдается движение других тел. Это тело называют *телом отсчета*. Таким образом, механическое движение – это изменение положения тел относительно выбранного тела отсчета.

Материальная точка. Для математического описания движения в кинематике используются различные модели физических тел. *Материальная точка* – простейшая модель тела, используемая для описания движения в тех случаях, когда размерами и формой тела можно пренебречь. Эта модель применима, когда 1) размеры тела малы по сравнению с характерными размерами области движения тела или когда 2) твердое тело совершает поступательное движение (см. ниже). Положение *материальной* точки в пространстве определяется положением изображающей ее *геометрической* точки.

Системой отсчета называют тело отсчета, связанную с ним систему координат и прибор для измерения времени (часы). Положение материальной точки в пространстве определяется *тремя координатами* – x , y , z. Оно может быть задано также *радиус-вектором* $\vec{r}$, соединяющим начало координат с материальной точкой (рис. 1.1.1), причем

$$\vec{r} = \{x, y, z\}. \tag{1.1.1}$$

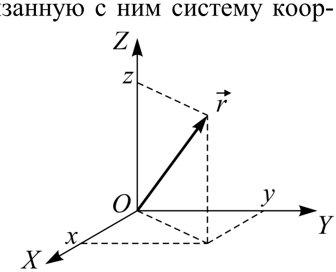


Рис. 1.1.1. Радиус-вектор точки

Единица измерения длины, установленная в Международной системе единиц (СИ), называется *метром*. Приближенно он равен $1/40\,000\,000$ части земного меридиана. По современному определению один метр – это расстояние, которое свет проходит в вакууме за $1/299\,792\,458$ долю секунды. Таким образом, определение единицы расстояния связано с определением единицы измерения времени – *секундой*. Одна секунда приближенно равна $1/86\,400$ доле земных суток. Для точных измерений времени используются атомные часы. Определенная в СИ секунда равна $9\,192\,631\,770$ периодам излучения атома цезия при переходе между двумя уровнями сверхтонкой структуры основного состояния.

Траектория. При движении материальной точки конец радиус-вектора описывает в пространстве некоторую непрерывную линию, называемую *траекторией* точки. Уравнение, описывающее зависимость радиус-вектора движущейся точки от времени,

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \tag{1.1.2}$$

называется векторным кинематическим *уравнением движения точки*. Оно эквивалентно трем скалярным уравнениям движения:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t). \tag{1.1.3}$$

Траектории одной и той же точки в разных системах отсчета имеют, вообще говоря, различную форму. Кинематические уравнения движения точки в разных системах отсчета также различны.

Перемещение материальной точки из положения *1* в положение *2* – это вектор

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1, \tag{1.1.4}$$

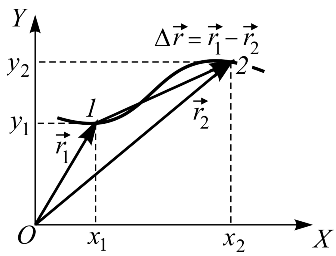


Рис. 1.1.2. Определение перемещения точки

проведенный из начального положения точки в конечное (см. рис. 1.1.2). Проекции вектора перемещения на координатные оси могут быть выражены через разности координат его конца и начала:

$$\Delta x = x_2 - x_1, \quad \Delta y = y_2 - y_1, \quad \Delta z = z_2 - z_1. \tag{1.1.5}$$

Эти величины часто называют перемещениями точки вдоль соответствующих координатных осей.

Путь точки равен сумме расстояний, пройденных ею вдоль траектории, и всегда является неотрицательной величиной. Пути, пройденные точкой за последовательные промежутки времени, складываются арифметически. Модуль перемещения точки $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ в общем случае не равен пути, пройденному точкой за данный промежуток времени. Эти величины совпадают только при движении точки по прямой в одном направлении.

Скорость. *Средняя скорость* точки в данной системе отсчета на интервале времени $(t, t+\Delta t)$ есть вектор $\vec{\upsilon}_{\text{ср}}$, равный отношению вектора перемещения $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$ к величине интервала времени Δt (рис. 1.1.3):

$$\vec{\upsilon}_{\text{ср}} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \tag{1.1.6}$$

Направление средней скорости совпадает с направлением вектора перемещения $\Delta\vec{r}$. Средняя скорость характеризует движение точки в течение всего промежутка времени Δt, для которого она определена.

На практике часто используют понятие средней *путевой* скорости, которое определяют как отношение пути, пройденного точкой, ко времени его прохождения. Важно иметь в виду, что величина (модуль) средней скорости в общем случае не совпадает со средней путевой скоростью. Они различны, например, при возвратно-поступательном движении по прямой, при криволинейном движении и т.п.

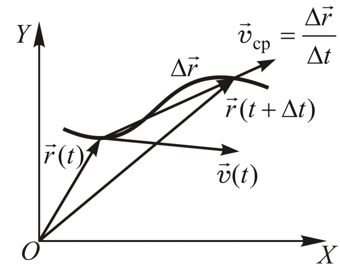


Рис. 1.1.3. Определение скорости точки

Мгновенной скоростью (или просто *скоростью*) $\vec{v}(t)$ точки в данной системе отсчета в момент времени t называется предел средней скорости при неограниченном уменьшении интервала времени Δt:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}. \qquad (1.1.7)$$

Компонентами вектора скорости являются производные по времени от компонент радиус-вектора точки:

$$\vec{v}(t) = \{\dot{x}(t),\, \dot{y}(t),\, \dot{z}(t)\}. \qquad (1.1.8)$$

Вектор скорости направлен *по касательной* к траектории точки.

Сложение скоростей. Важной задачей кинематики является установление связи между характеристиками движения точки *относительно разных систем отсчета*. Пусть одна система отсчета, которую мы будем называть подвижной, движется поступательно со скоростью $\vec{v}_0$ относительно другой системы, которую будем называть неподвижной. Пусть скорость точки относительно подвижной системы отсчета равна $\vec{v}\,'$. Тогда скорость $\vec{v}$ этой же точки относительно неподвижной системы находится из соотношения, называемого законом *сложения скоростей*:

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_0. \qquad (1.1.9)$$

Ускорение. *Среднее ускорение* точки в данной системе отсчета на интервале времени $(t,\, t+\Delta t)$ есть вектор $\vec{a}_{ср}$, равный отношению вектора приращения скорости $\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$ на этом интервале к величине интервала времени Δt (рис. 1.1.4):

$$\vec{a}_{ср} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad (1.1.10)$$

Мгновенным ускорением (или просто *ускорением*) точки $\vec{a}(t)$ в момент времени t в данной системе отсчета называется предел среднего ускорения при стремлении интервала времени Δt к нулю:

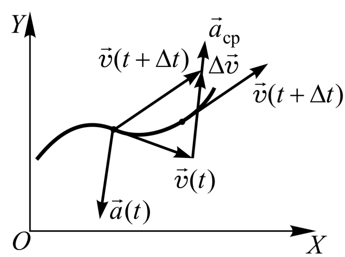


Рис. 1.1.4. Определение ускорения точки

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}. \quad (1.1.11)$$

Сложение ускорений. Рассмотрим две системы отсчета: неподвижную систему и систему, движущуюся поступательно и прямолинейно относительно неподвижной с ускорением $\vec{a}_0$. Если ускорение точки относительно подвижной системы отсчета равно $\vec{a}'$, то ускорение $\vec{a}$ этой же точки относительно неподвижной системы находится из соотношения, называемого законом *сложения ускорений*:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0. \quad (1.1.12)$$

Прямолинейное равномерное и равнопеременное движения. По форме траектории движения делятся на прямолинейные и криволинейные. В первом случае траекторией движения точки в данной системе отсчета является прямая линия, во втором случае – некоторая кривая. Для описания *прямолинейного* движения удобно совместить координатную ось (например, ось OX) с направлением, вдоль которого происходит движение.

Равномерным называется движение с постоянной по модулю скоростью. При *равномерном прямолинейном движении* точки мгновенная скорость не зависит от времени и в каждой точке траектории направлена вдоль траектории. Средняя скорость за любой промежуток времени равна мгновенной скорости. Кинематическое уравнение движения принимает вид

$$x(t) = x_0 + v_{x0}t, \quad (1.1.13)$$

где x_0 – начальная координата точки, v_{x0} – проекция скорости точки на координатную ось OX.

Равнопеременное прямолинейное движение – это движение точки по прямой с постоянным по величине и по направлению ускорением. При этом среднее ускорение равно мгновенному ускорению. Если направление ускорения $\vec{a}$ совпадает с направлением скорости точки, то движение называется *равноускоренным*, в противном случае – *равнозамедленным*.

При равнопеременном прямолинейном движении зависимости скорости и координаты точки от времени выражаются следующими кинематическими уравнениями:

$$v_x(t) = v_{x0} + a_x t, \qquad x(t) = x_0 + v_{x0}t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (1.1.14)$$

Важно помнить, что величины, входящие в уравнения (1.1.13), (1.1.14), являются *алгебраическими*, т.е. могут иметь разные знаки в зависимости от того, сонаправлен или противонаправлен соответствующий вектор выбранному направлению координатной оси.

Зависимости скорости, координат и пути от времени. При решении задач и анализе результатов удобно представлять зависимости координаты и скорости тела от времени графически. Примеры таких представлений для прямолинейного равномерного и равноускоренного движений приведены на рис. 1.1.5 и 1.1.6.

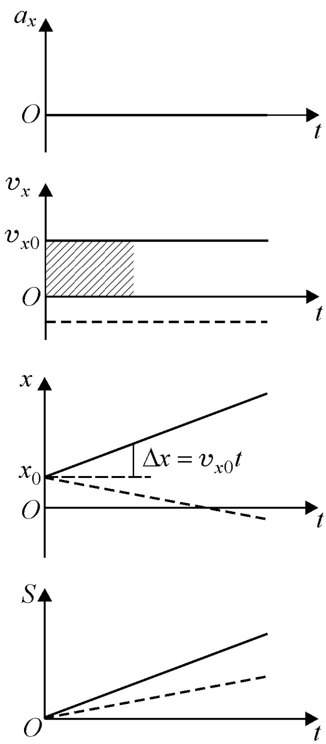


Рис. 1.1.5.
Равномерное движение

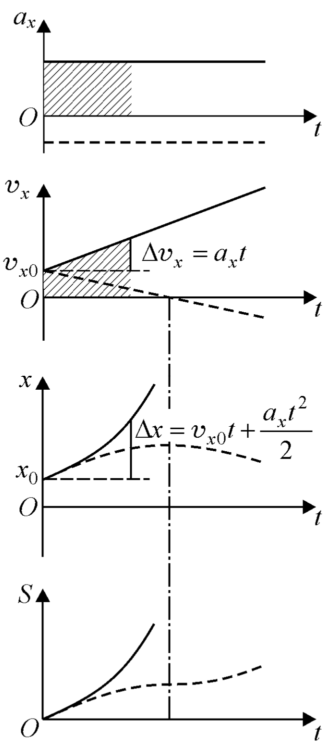


Рис. 1.1.6.
Равноускоренное движение

При построении графиков необходимо учитывать, что тангенс угла наклона касательной к кривой $x = x(t)$ в какой-либо момент времени пропорционален скорости точки в этот момент времени, а тангенс угла наклона касательной к кривой $v = v(t)$ пропорционален ускорению точки в данный момент. По графику зависимости $a = a(t)$ можно найти изменение скорости за промежуток времени от t_1 до t_2: оно равно площади под кривой $a = a(t)$ в пределах от t_1 до t_2. Аналогично по графику зависимости $v = v(t)$ можно найти изменение координаты точки за время $(t_2 - t_1)$.

Криволинейное движение. Равномерное движение по окружности. Простейшей моделью *криволинейного* движения является *равномерное движение по окружности*. В этом случае точка движется по окружности с постоянной по величине скоростью v. Положение точки удобно описывать углом φ, который составляет радиус-вектор точки с некоторой фиксированной осью, например с осью *OX*.

Угловая скорость. Период и частота обращения. Величиной *угловой скорости* точки ω при движении по окружности называют отношение приращения угла поворота $\Delta\varphi$ ее радиус-вектора ко времени Δt, за которое этот поворот произошел: $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ (см. рис. 1.1.7).

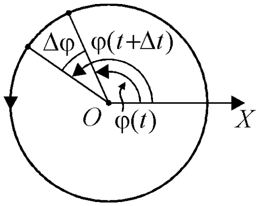


Рис. 1.1.7. Определение угловой скорости

Периодом T движения точки по окружности называют время, за которое точка совершает полный оборот. *Частота обращения* ν – это величина, обратная периоду. Угловая скорость, частота и период обращения при равномерном движении по окружности связаны между собой соотношениями:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}. \qquad (1.1.15)$$

Линейная скорость υ движения по окружности выражается через угловую скорость ω и радиус окружности R по формуле

$$\upsilon = \omega R. \qquad (1.1.16)$$

Ускорение тела при движении по окружности. При движении тела по окружности вектор скорости изменяется, поэтому у тела существует *центростремительное* ускорение, направленное по радиусу окружности к ее центру и по модулю равное

$$a = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R. \qquad (1.1.17)$$

Для описания неравномерного движения по окружности используют величину

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}, \qquad (1.1.18)$$

которая называется угловым ускорением.

Тангенциальное и нормальное ускорение. При криволинейном движении точки часто бывает удобно разложить ее ускорение на две составляющие (рис. 1.1.8):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \vec{\tau} a_\tau + \vec{n} a_n, \qquad (1.1.19)$$

где $\vec{\tau}$ – единичный вектор, направленный по касательной к траектории в данной точке; $\vec{n}$ – единичный вектор по нормали к траектории, направленный к центру кривизны.

Составляющая $\vec{a}_\tau$ вектора ускорения, направленная по касательной к траектории, называется *тангенциальным* (касательным) ускорением. Тангенциальное ускорение характеризует изменение вектора скорости по модулю. Вектор $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону движения точки при возрастании ее скорости и в противоположную сторону при убывании скорости. Составляющая $\vec{a}_n$ вектора ускорения, направленная по нормали к траектории в данной точке, называется *нормальным* ускорением. Нормальное ускорение характеризует изменение вектора скорости по направлению при криволинейном движении. Модули тангенциального и нормального ускорения вычисляются по формулам

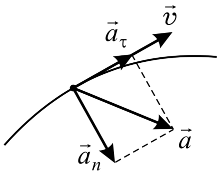


Рис.1.1.8. Тангенциальное и нормальное ускорение

$$a_\tau = \dot{\upsilon} = \frac{d|\vec{\upsilon}|}{dt}, \qquad a_n = \frac{\upsilon^2}{R}, \qquad (1.1.20)$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке. При движении точки по окружности нормальное ускорение совпадает с центростремительным ускорением, а тангенциальное ускорение выражается через угловое ускорение ε по формуле $a_\tau = \varepsilon R$.

Свободное падение тел. Ускорение свободно падающего тела. *Свободным падением* называется движение, которое совершает тело только под действием притяжения Земли, без учета сопротивления воздуха. Ускорение $\vec{g}$, с которым движется вблизи поверхности Земли материальная точка, на которую действует только сила тяжести, называется *ускорением свободного падения*. Ускорение свободного падения не зависит от массы тела.

Движение тела, брошенного под углом к горизонту. Дальность и высота полета. При описании движения тела у поверхности Земли удобно выбрать систему координат так, чтобы одна из координатных осей (обычно ось *OX*) была направлена горизонтально, а другая (обычно *OY*) – вертикально (рис. 1.1.9). Тогда движение по оси *OX* будет равномерным, а по оси *OY* – равнопеременным. В большинстве задач начало координат удобно совместить с точкой, откуда тело начинает движение.

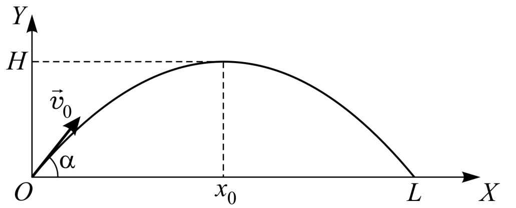


Рис. 1.1.9. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Для тела, брошенного от поверхности Земли со скоростью v_0 под углом α к горизонту, в системе координат, изображенной на рис. 1.1.9,

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha = \text{const}, \qquad v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt, \tag{1.1.21}$$

$$x(t) = v_0 t \cos\alpha, \qquad y(t) = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}. \tag{1.1.22}$$

Исключая из уравнений (1.1.22) время t, получаем *уравнение траектории тела*

$$y(x) = \operatorname{tg}\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2, \tag{1.1.23}$$

которое является уравнением параболы. В точке с координатой

$$x_0 = \frac{v_0^2}{g} \sin\alpha \cos\alpha \tag{1.1.24}$$

тело достигает наибольшей высоты

$$y(x_0) \equiv H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2\alpha. \tag{1.1.25}$$

Величины $L = 2x_0 = \dfrac{2v_0^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha$ и $H = \dfrac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha$ называются соответственно *дальностью* и *высотой полета*.

Поступательное и вращательное движения твердого тела. *Твердое тело* – это модель, применяемая в случаях, когда изменением формы и размеров тела при его движении можно пренебречь. Модель рассматривается как система материальных точек, расстояния между которыми остаются неизменными.

Простейшие модели движения твердого тела – это поступательное и вращательное движения.

Поступательным движением твердого тела (рис. 1.1.10) называют такое движение, при котором траектории всех точек тела одинаковы. При этом тело не поворачивается и каждая линия, соединяющая любые две точки тела, переносится параллельно самой себе. При поступательном движении все точки тела в данный момент времени имеют одинаковые скорости и ускорения. Поэтому, зная движение какой-то одной точки тела, мы можем однозначно определить движение всех его остальных точек.

Вращательным движением называется такое движение твердого тела, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой – оси вращения (рис. 1.1.11). Траектории всех точек лежат в плоскостях, параллельных друг другу и перпендикулярных оси вращения.

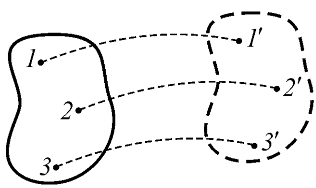


Рис. 1.1.10.
Поступательное движение тела

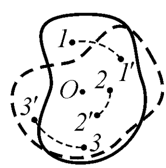


Рис. 1.1.11.
Вращательное движение тела

При таком движении различные точки тела за один и тот же промежуток времени проходят разные по длине пути. Линейная скорость v характеризует движение какой-либо одной точки тела, а не движение тела в целом. Поэтому для описания вращения тела используются такие величины, которые описывают движение всего тела, а не отдельных его точек. К этим величинам относятся: угол поворота φ, период вращения T, частота вращения $\nu = 1/T$, угловая скорость $\omega = 2\pi/T$.

Примеры решения задач

Пример 1. Пункты A и B находятся на берегу реки на некотором расстоянии друг от друга. Моторная лодка проходит расстояние AB вниз по течению реки за время $t_1 = 3$ ч, а плот то же расстояние – за время $t_0 = 12$ ч. Какое время t_2 затратит моторная лодка на обратный путь?

Решение. Обозначим расстояние между пунктами *A* и *B* через *L*, скорость моторной лодки относительно воды через $v_л$, а скорость течения через $v_т$. Тогда $t_0 = \dfrac{L}{v_т}$, $t_1 = \dfrac{L}{v_л + v_т}$, $t_2 = \dfrac{L}{v_л - v_т}$. Исключая из записанной системы уравнений L, $v_л$ и $v_т$, находим $t_2 = \dfrac{t_0 t_1}{t_0 - 2t_1} = 6$ ч.

Ответ. $t_2 = \dfrac{t_0 t_1}{t_0 - 2t_1} = 6$ ч.

Пример 2. Два автомобиля подъезжают к одному перекрестку. Первый автомобиль едет с севера на юг со скоростью $v_1 = 72$ км/ч, а второй – с востока на запад со скоростью $v_2 = 54$ км/ч. С какой скоростью автомобили приближаются друг к другу?

Решение. Перейдем в систему отсчета, связанную с первым автомобилем. В этой системе первый автомобиль неподвижен, а Земля движется относительно него со скоростью $-\vec{v}_1$. Поэтому скорость второго автомобиля относительно первого равна $\vec{v}_0 = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Векторы скоростей $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ образуют прямой угол, поэтому длина вектора $\vec{v}_0$ – это длина гипотенузы прямоугольного треугольника, т.е. $v_0 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 90$ км/ч.

Ответ. $v_0 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 90$ км/ч.

Пример 3. Тело движется прямолинейно с постоянным ускорением a. Выразить перемещение тела через ускорение и значения его скорости в начальный (v_0) и конечный (v) моменты времени.

Решение. Пусть тело движется вдоль оси *OX*. Записывая кинематические уравнения движения, в момент времени τ имеем $x = x_0 + v_0\tau + \dfrac{a\tau^2}{2}$, $v = v_0 + a\tau$. Исключая из этих формул время τ, получаем, что $\Delta x = x - x_0 = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$.

Ответ. $\Delta x = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$.

Пример 4. Подброшенный вертикально вверх мяч поднялся на высоту $h = 4{,}9$ м. Сколько времени мяч находился в полете? Ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

ВМК МГУ – ШКОЛЕ

Развитие и широкое распространение компьютеров вызывают насущную потребность в высококвалифицированных специалистах в области прикладной математики, вычислительных методов и информатики. Сегодня наш факультет – один из основных факультетов Московского университета, ведущий учебный и научный центр России в области фундаментальных исследований и образования по прикладной математике, информатике и программированию.

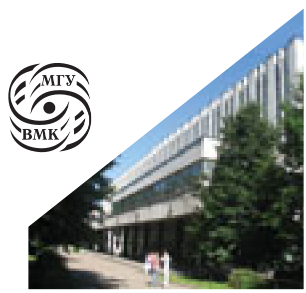
Высокая квалификация преподавателей и сотрудников факультета, сочетание их глубокого теоретического и практического опыта являются залогом успешной работы наших выпускников в ведущих научных центрах, промышленных, коммерческих и других учреждениях.

Факультет не только учит студентов, но и ведет большую работу со школьниками и учителями:

– на факультете работают вечерняя математическая школа, подготовительные курсы и компьютерные курсы для школьников;
– для учителей есть курсы повышения квалификации и ежегодно проводятся летние школы по математике и информатике;
– сотрудники факультета и преподаватели других факультетов МГУ, работающие на подготовительных курсах факультета, готовят учебные и методические пособия по математике, информатике и физике как для школьников, так и для учителей.

Мы рады видеть новых студентов и приветствуем новых партнеров в научном сотрудничестве и инновационной деятельности.

Президент факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М. В. Ломоносова, академик РАН ***Е. И. Моисеев***



Сайт факультета ВМК МГУ:

http://www.cs.msu.ru