Содержание

Действительные числа 2

Координатная прямая и действительные числа.
Модуль числа. Сравнение действительных чисел 3

Буквенные выражения. Числовые значения буквенных выражений 4

Степень с целым показателем и ее свойства 5

Арифметический квадратный корень и его свойства 6

Одночлены и действия над ними 7

Многочлены. Сложение и вычитание многочленов 8

Умножение и деление одночленов и многочленов.
Формулы сокращенного умножения 9

Арифметический корень *n*-й степени и его свойства.
Степень с рациональным показателем 10

Логарифмы и их свойства. Основное логарифмическое тождество 11

Алгебраическая дробь. Действия над дробями 12

Синус, косинус, тангенс и котангенс произвольного числа 13

Основные тригонометрические формулы 14

Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа 15

Прогрессии 16

Функции 17

Линейная функция, ее свойства и график.
Модуль *x*. Квадратичная функция, ее свойства и график 18

Степенная функция, ее свойства и график 19

Корень *n*-й степени, показательная
и логарифмическая функции, их свойства и графики 20

Графики тригонометрических и обратно тригонометрических функций 21

Уравнение. Решение уравнения. Равносильные уравнения 22

Неравенства. Решение неравенств. Равносильные неравенства 23

Уравнения и системы уравнений с двумя переменными 24

Линейные уравнения и неравенства. Системы неравенств
с одной переменной. Неполные квадратные уравнения 25

Квадратные уравнения и неравенства 26

Биквадратные уравнения. Иррациональные уравнения и неравенства 27

Показательные уравнения и неравенства 28

Логарифмические уравнения и неравенства 29

Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств 30

Производная функции, ее физический и геометрический смысл 31

Первообразная и интеграл 32

Действительные числа

Натуральные числа и ноль	Целые числа
Числа 1, 2, 3, ..., используемые при счете, называются **натуральными числами**. Множество натуральных чисел обозначают символом N. Натуральные числа записывают с помощью символов 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, которые называют **цифрами**. Такая запись чисел называется **десятичной**. Число 0 не является натуральным числом	Натуральные числа, противоположные им числа и число ноль называют **целыми числами**. Множество целых чисел $\{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$ обозначают символом Z. Например, –10, –3, 0, 2, 7 — целые числа, а числа –2,5; 3,6 не являются целыми

Рациональные числа	Иррациональные числа
Числа, которые можно записать в виде отношения $\frac{m}{n}$, где m — целое число ($m \in Z$), а n — натуральное число ($n \in N$), называют **рациональными числами**. Например, $3=\frac{3}{1}$; $-\frac{3}{5}=\frac{-3}{5}$; $2\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$; $-3\frac{1}{2}=\frac{-7}{2}$ — рациональные. Множество рациональных чисел обозначают символом Q. Любое рациональное число можно представить в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби. Например, $\frac{1}{4}=0{,}25$; $\frac{1}{3}=0{,}(3)$; $\frac{5}{11}=0{,}(45)$. Любая бесконечная периодическая десятичная дробь является записью некоторого рационального числа	Числа, которые нельзя представить в виде $\frac{m}{n}$, где m — целое число ($m \in Z$), а n — натуральное число ($n \in N$), называют **иррациональными числами**. Например, числа $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π, e — иррациональные числа. Любое иррациональне число можно представить в виде бесконечной непериодической десятичной дроби. Например, $\sqrt{2}=1{,}4142135...$; $\pi = 3{,}1415926...$; $e = 2{,}71828182...$ Любая бесконечная непериодическая десятичная дробь является записью некоторого иррационального числа

Действительные числа, их запись в виде десятичной дроби

Рациональные и иррациональные числа образуют множество **действительных чисел**. Множество действительных чисел обозначают символом R.

Каждое натуральное число является одновременно и целым, и рациональным, и действительным. Каждое целое число является также рациональным и действительным.

Например, все числа $\frac{15}{17}$, -3, 0, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}$ — действительные.

Любое действительное число можно записать в виде бесконечной десятичной дроби.

Например, $\frac{1}{2}=0{,}5=0{,}500...$; $\frac{1}{3}=0{,}3333...$; $\sqrt{10}=3{,}1622776...$.

Любая бесконечная десятичная дробь является записью некоторого действительного числа

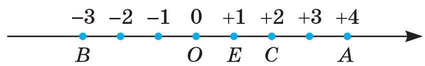
Сумма, разность и произведение действительных чисел — также действительные числа. Если делитель отличен от нуля, то частное двух действительных чисел — тоже действительное число.

Например, $-\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=\frac{-14+15}{35}=\frac{1}{35}$; $-\frac{3}{8}\cdot 2\frac{1}{5}=-\frac{3}{8}\cdot\frac{11}{5}=\frac{-33}{40}$; $-0{,}3:\frac{3}{7}=-\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{3}=-\frac{7}{10}=\frac{-7}{10}$

Координатная прямая и действительные числа. Модуль числа. Сравнение действительных чисел

Координатная прямая и действительные числа

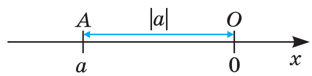
Координатной прямой называют прямую, на которой указано начало отсчета (точка O), положительное направление (отмечают стрелкой) и единичный отрезок.



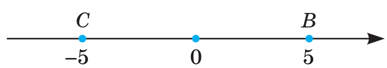
Каждому действительному числу a соответствует единственная точка A координатной прямой, и каждой точке A координатной прямой соответствует единственное действительное число a, которое называют координатой точки A (a). Само множество R всех действительных чисел называют **числовой прямой**, а ее элементы (то есть числа) — **точками числовой прямой**

Модуль числа

Модулем числа a называют расстояние (в единичных отрезках) от начала координат до точки A (a).



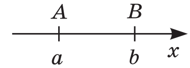
На рисунке модули чисел 5 и –5 равны 5. Вместо слова «модуль» в записях используют символ | |. Например, запись «$|-5|$» означает «модуль числа –5».



Модуль числа 0 равен 0. Записывают так: $|0| = 0$.
Модуль числа не может быть отрицательным числом.
Модуль положительного числа и числа 0 равен самому числу. Например, $|14| = 14$, $|0| = 0$.
Модуль отрицательного числа равен числу, противоположному данному. Например, $|-4| = 4$, $|-3{,}5| = 3{,}5$.
Противоположные числа имеют равные модули: $|-a| = |a|$

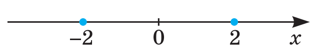
Формула расстояния между двумя точками с заданными координатами

Для любых точек $A(a)$ и $B(b)$ координатной прямой расстояние AB равно модулю разности координат этих точек, то есть $|AB| = |a - b|$



Сравнение действительных чисел

Из двух действительных чисел a и b, обозначенных на координатной прямой, большим является то, которое лежит правее, а меньшим — то, которое лежит левее. Например, $-2 < 2$, так как число 2 расположено справа от числа –2.



Любое отрицательное число меньше любого положительного числа.
Из двух отрицательных чисел меньшим является то, модуль которого больше. Например, $-5 < -3$, так как $|-5| > |-3|$. Ноль больше любого отрицательного числа, но меньше любого положительного числа, то есть если a — отрицательное, то $a < 0$; если a — положительное, то $a > 0$. И наоборот, если $a > 0$, то число a — положительное, если $a < 0$, то число a — отрицательное