Н. А. Парфентьева

Решение задач по физике

25 шагов к сдаче ЕГЭ

NEW

Теория

Примеры решения задач

Задачи для самостоятельного решения

Тесты

Москва
Лаборатория знаний

Оглавление

Чтобы выигрывать, прежде всего нужно играть.
А. Эйнштейн

Предисловие

Успех сдачи экзамена зависит, в основном, от знания предмета. Основная цель данной книги не только подготовить ученика к успешной сдаче экзамена по физике, но и дать ему более глубокое понимание законов физики.

Очевидно, что учащемуся надо приобрести навыки решения задач и ответов на вопросы тестов. Не трудясь, это невозможно.

Поэтому в пособии дается достаточно много задач с решениями, которые надо разобрать с ручкой в руках, а также задач для самостоятельного решения, решение которых позволит учащемуся проверить свои знания и умения.

Вариант, предлагаемый на ЕГЭ, состоит из двух частей.

Первая часть: 1) качественные вопросы, требующие выбора правильного ответа; 2) задачи-упражнения для получения числового ответа; 3) анализ графиков; 4) определение показаний физических приборов; 5) выявление соответствия формулы и закона или формулы для определения физической величины.

Вторая часть: 1) качественный вопрос, требующий письменного объяснения ответа; 2) задачи, решение которых записывается с объяснением логики решения и формулировками использованных в нем законов.

В пособии даются рекомендации и приводятся примеры по всем видам предлагаемых заданий: 1) краткое изложение теории; 2) примеры ответов на вопросы и решения задач разного уровня сложности, при этом задачи по определенной теме идут под тем же номером, что и теория; 3) в конце каждой темы (шага) тесты и задачи для самостоятельного решения; 4) ответы на вопросы тестов и к задачам (в конце книги).

Пособие может быть использовано как учащимися, так и учителями старших классов, а также студентами первых курсов технических университетов для восстановления знаний по физике, приобретенных в школе. Приводятся некоторые выводы и формулы с использованием элементов математического анализа, что поможет учащемуся легче перейти к курсу физики высшей школы.

Кроме этого в книге есть материал, в котором, как рассчитывает автор, физика предстает современной, живой наукой, что особенно должно стимулировать читателя к ее изучению и пониманию этой науки. В конце пособия дается краткое изложение современных проблем физики.

Желаю успеха!

Механика. Кинематика

1 шаг

В разделе физики «Механика» изучаются механическое движение, условия и причины, вызывающие его, а также условия равновесия тел.

Механическим движением называется изменение положения тела или его частей относительно других тел с течением времени.

Всякое движение относительно. Характер движения зависит от того, относительно каких тел мы его рассматриваем.

Тело, относительно которого мы рассматриваем положение других тел в пространстве, называется ***телом отсчета***.

Системой отсчета называют тело отсчета, систему координат, связанную с телом отсчета, и выбранный метод отсчета времени, т. е. часы. Выбор системы отсчета зависит от условий данной задачи.

В физике широко пользуются моделями, которые позволяют из всего многообразия физических свойств выбрать главное, определяющее данное физическое явление. Одними из первых моделей реальных тел являются материальная точка и абсолютно твердое тело.

Материальной точкой называется тело, размерами и формой которого можно пренебречь в условиях данной задачи; таким образом, движение реального тела можно рассматривать как движение геометрической точки. ***Абсолютно твердым телом*** называется тело, расстояние между любыми двумя точками которого остается постоянным при его движении.

Эти модели позволяют не рассматривать деформацию тел при их движении.

Движение реальных тел, как правило, сложное. Поэтому для упрощения решения задач пользуются ***законом независимости движений***: всякое сложное движение можно представить как сумму независимых простейших движений. К простейшим движениям относятся ***поступательное*** и ***вращательное***.

Поступательным называется движение, при котором отрезок, соединяющий любые две точки твердого тела, перемещается при движении параллельно самому себе. Из этого следует, что все точки тела при поступательном движении движутся одинаково, т. е. с одинаковыми скоростями, ускорениями и по одинаковым траекториям. ***Траектория*** — линия, описываемая материальной точкой при ее движении.

Вращательным называется движение, при котором все точки абсолютно твердого тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой *осью вращения*, причем эти окружности лежат в плоскостях, перпендикулярных оси вращения.

Пользуясь законом независимости движений, сложное движение твердого тела можно рассматривать как сумму поступательного и вращательного движений.

На рисунке 1.1 показано движение карандаша. Переход из положения A_1B_1 (начальное положение) в положение A_2B_2 (конечное) можно рассматривать как сумму двух движений: поступательного (в положение A_2B') и вращательного (в A_2B_2).

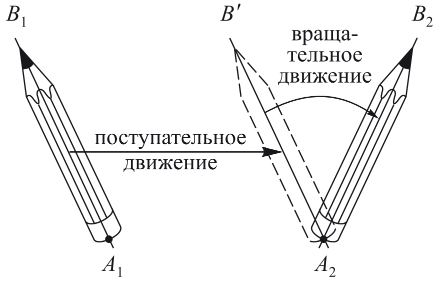


Рис. 1.1

Движение и вообще все физические явления описываются с помощью физических величин, между которыми устанавливаются соотношения, называемые ***физическими законами***.

Измерение любой физической величины делается по отношению к единице этой величины. Например, бессмысленно говорить, что длина равна 1. Станет понятно, чему она равна, если около нее будет стоять единица измерения — метр, сантиметр и т. д.

Мы будем использовать при определении величин Международную систему единиц, СИ (интернациональная система). Основными величинами системы СИ в механике являются метр (м), секунда (с), килограмм (кг). Такие величины, как скорость, ускорение, являются производными.

Кинематика описывает движение тел без выяснения причин, вызывающих данное движение. Начнем с изучения движения тел, которые можно рассматривать как материальные точки.

Основной задачей кинематики является определение закона движения, а также уравнения движения, позволяющего определить положение тела в любой момент времени. Заметим, что все приведенные ниже формулы справедливы и для описания поступательного движения абсолютно твердого тела.

1.1. Перемещение, путь, скорость

Перемещение $\vec{s}$ — вектор, соединяющий начальную A и конечную B точки траектории, по которой двигалась материальная точка некоторый промежуток времени Δt (рис. 1.2).

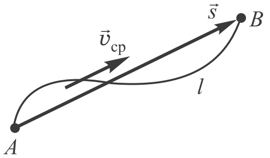


Рис. 1.2

Путь l — длина траектории.

При ***прямолинейном*** движении (траектория — прямая линия) модуль перемещения $\vec{s}$ равен длине пути l, если движение происходит в одном направлении.

Для заметок

Быстрота изменения положения материальной точки в пространстве с течением времени характеризуется ***средней*** и ***мгновенной*** скоростями.

Средняя скорость перемещения — векторная величина, равная отношению перемещения к промежутку времени, за которое это перемещение произошло:

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \vec{s}/t. \tag{1.1}$$

Пусть точка движется по траектории от A до B.

На рисунке 1.2 показаны перемещение $\vec{s}$ и вектор средней скорости $\vec{v}_{\text{ср}}$.

Гораздо чаще для характеристики движения мы пользуемся понятием ***средней путевой скорости*** (скорости прохождения пути), равной отношению пути к промежутку времени, за который этот путь пройден:

$$v_{\text{ср}\,l} = l/t. \tag{1.2}$$

На рисунке 1.2 l — длина кривой AB. Очевидно, что, поскольку $|\vec{s}| \le l$, должно выполняться и условие $|\vec{v}_{\text{ср}}| \le v_{\text{ср}l}$.

Мгновенная скорость — *вектор скорости* тела в данный момент времени.

Мгновенной скоростью называется предел (lim) отношения малого перемещения $\Delta\vec{s}$ к промежутку времени Δt, за который это перемещение произошло, при стремлении Δt к нулю:

$$\vec{v}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}. \tag{1.3}$$

Мгновенная скорость *направлена по касательной* к траектории. Это вытекает из следующих соображений: вектор $\vec{v}_{\text{ср}}$ направлен вдоль секущей AB_3 (рис. 1.3). Если Δt стремится к нулю, то в пределе точки A и B_3 сольются в одну точку, при этом секущая превратится в касательную.

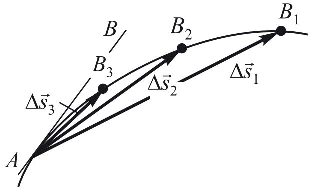


Рис. 1.3

Рассмотрим движение точки в прямоугольной системе координат (рис. 1.4).

Положение точки характеризуется положением радиуса-вектора $\vec{r}$. Из рисунка видно, что перемещение точки равно изменению радиуса-вектора: $\Delta\vec{s} = \Delta\vec{r}$, $\Delta\vec{r} = \vec{r}_{\text{B}} - \vec{r}_{\text{A}}$.

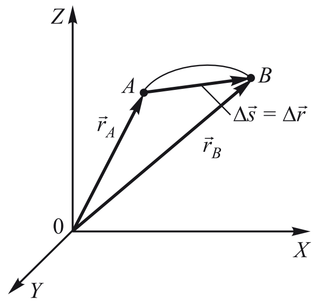


Рис. 1.4

Тогда мгновенную скорость точки можно определить как первую производную радиуса-вектора по времени:

$$\vec{v}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{r}\,'.$$

1.2. Прямолинейное равномерное движение

Равномерным прямолинейным называется движение, при котором материальная точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. При этом движении мгновенная скорость совпадает со средней скоростью перемещения:

$$\vec{v}_{\text{мгн}} = \vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.$$

Пусть x_0 — координата точки в момент времени $t = 0$ (рис. 1.5), а x — координата в момент времени t. Очевидно, $\Delta x = x - x_0$. Из определения скорости следует: $v_x = (x - x_0)/t$, откуда уравнение движения материальной точки, т. е. $x = f(t)$, имеет вид:

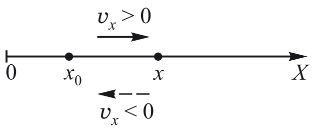


Рис. 1.5

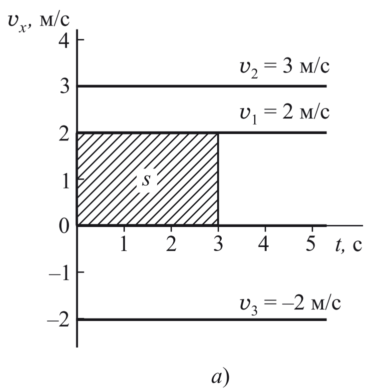
$$x = x_0 + v_x t, \tag{1.4}$$

где $v_x = \pm v$, где $v = |\vec{v}|$.

Тогда получаем закон движения тела в виде:

$$x = x_0 \pm vt. \tag{1.5}$$

На рисунке 1.6 показаны зависимости $v_x(t)$ и $x(t)$ от времени при различных значениях скоростей: v_x = 2 м/с, 3 м/с, −2 м/с и x_0 = 2 м. Из рисунка очевидно, что чем больше v_x, тем больше угол наклона графика $x(t)$ к оси абсцисс. По графику $v_x(t)$ (см. рис. 1.6, *а*) можно найти модуль перемещения s за время t, определив площадь заштрихованного прямоугольника.



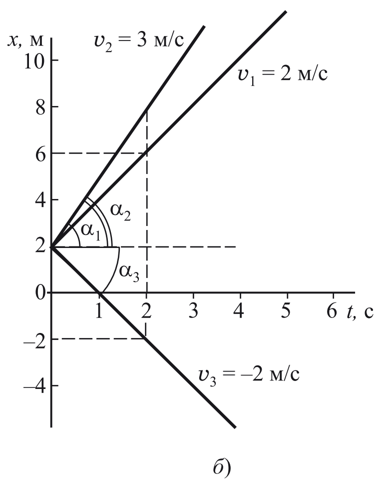


Рис. 1.6

Для заметок

1.3. Относительность движения. Классический закон сложения скоростей

Для описания движения необходимо выбрать систему отсчета. В ряде задач приходится рассматривать движение одного и того же тела относительно разных тел, причем эти тела, а следовательно, связанные с ними системы отсчета, могут двигаться относительно друг друга. Обозначим скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной $\vec{v}_0$, скорость тела относительно неподвижной системы отсчета $\vec{v}$. (Обычно в качестве неподвижной принимается система отсчета, в которой телом отсчета является Земля.) Скорость тела относительно подвижной системы отсчета есть $\vec{v}'$.

Пусть в начальный момент времени начала координат, связанных с подвижной и неподвижной системами отсчета, совпадают (рис. 1.7, *а*). Материальная точка также находится в начале координат. За время Δt материальная точка переместилась в неподвижной системе на $\Delta\vec{s}$, в подвижной — на $\Delta\vec{s}'$, а начало координат подвижной системы переместилось на $\Delta\vec{s}_0$ (рис. 1.7, *б*): $\Delta\vec{s} = \Delta\vec{s}_0 + \Delta\vec{s}'$. Разделив на Δt левую и правую части равенства, получим

$$\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{s}_0}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{s}'}{\Delta t},$$

откуда

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'. \tag{1.6}$$

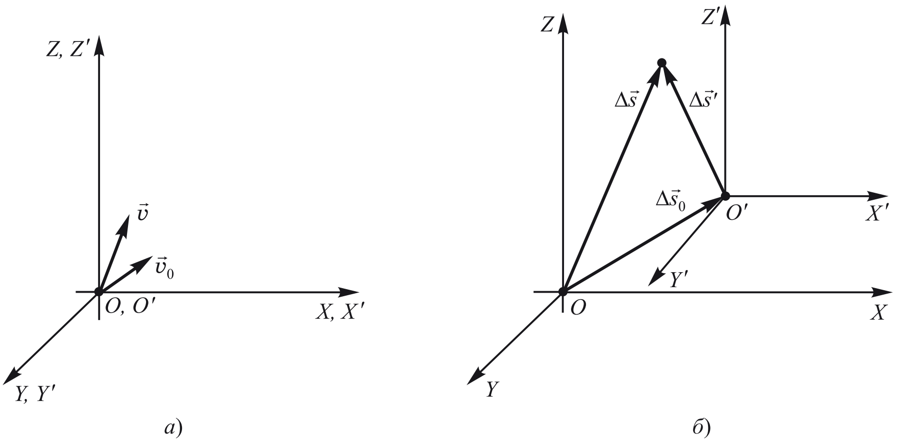


Рис. 1.7

Полученное уравнение выражает *классический закон сложения скоростей*.

Скорости $\vec{v}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{v}'$ обычно имеют следующие названия и обозначения: $\vec{v}$ — абсолютная скорость, $\vec{v}_{\text{абс}}$; $\vec{v}'$ — относительная скорость, $\vec{v}_{\text{отн}}$; $\vec{v}_0$ —

переносная скорость, $\vec{v}_{\text{пер}}$. Тогда классический закон сложения скоростей запишем в виде:

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}, \tag{1.7}$$

т. е. абсолютная скорость тела равна геометрической сумме векторов относительной и переносной скоростей.

1.4. Движение с переменной скоростью

Величина, характеризующая быстроту изменения скорости, называется ***ускорением***.

Среднее ускорение определяется отношением изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло:

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \Delta\vec{v}/\Delta t. \tag{1.8}$$

Если $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ — мгновенные скорости в моменты времени t_1 и t_2, то $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, $\Delta t = t_2 - t_1$.

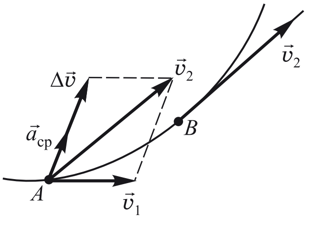


Рис. 1.8

На рисунке 1.8 изображены векторы мгновенных скоростей и ускорения. Сделаем параллельный перенос вектора $\vec{v}_2$ в точку A. Тогда $\Delta\vec{v}$ определит направление $\vec{a}_{\text{ср}}$.

Мгновенное ускорение — ускорение тела в данный момент времени. Это физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло, при стремлении промежутка времени к нулю:

$$\vec{a}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{v}'. \tag{1.9}$$

Вектор мгновенного ускорения $\vec{a}_{\text{мгн}}$ направлен так же, как и вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ при $\Delta t \to 0$, и не совпадает в общем случае с направлением вектора скорости $\vec{v}$.

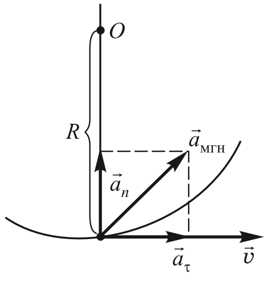


Рис. 1.9

Пусть мгновенное ускорение $\vec{a}_{\text{мгн}}$ направлено, как указано на рис. 1.9, под углом к вектору скорости. Ускорение характеризует изменение скорости по модулю и по направлению. Разложим ускорение на две составляющие: a_τ — тангенциальное (или касательное $a_{\text{к}}$) ускорение и a_n — нормальное (или центростремительное $a_{\text{цс}}$) ускорение. Составляющая ускорения a_τ направлена по касательной к траектории и характеризует из-

Для заметок

менение скорости по модулю; составляющая a_n направлена к центру кривизны траектории (по нормали к скорости) и характеризует изменение скорости по направлению. $a_n = v^2/R$, где v — модуль мгновенной скорости, R — радиус кривизны траектории в данной точке (покажем ниже). Модуль мгновенного ускорения

$$a_{\text{мгн}} = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \tag{1.10}$$

1.5. Прямолинейное равноускоренное движение

Когда нормальное ускорение тела равно нулю, $a_n = 0$, скорость не изменяется по направлению. В этом случае полное ускорение равно тангенциальному $\vec{a} = \vec{a}_\tau$. Если при этом ускорение остается постоянным по величине, то материальная точка движется прямолинейно и равноускоренно и среднее ускорение равно мгновенному: $\vec{a}_{\text{ср}} = \vec{a}_{\text{мгн}}$.

Направим ось OX вдоль направления движения тела в момент времени $t = 0$ (рис. 1.10). Из определения ускорения следует, что $a_x = \dfrac{v_x - v_{0x}}{t}$, где v_{0x} — скорость тела при $t = 0$. Тогда составляющая скорости по оси X

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \tag{1.11}$$

На рисунках 1.10 показаны скорости и направления ускорения ($a_x > 0$ и $a_x < 0$).

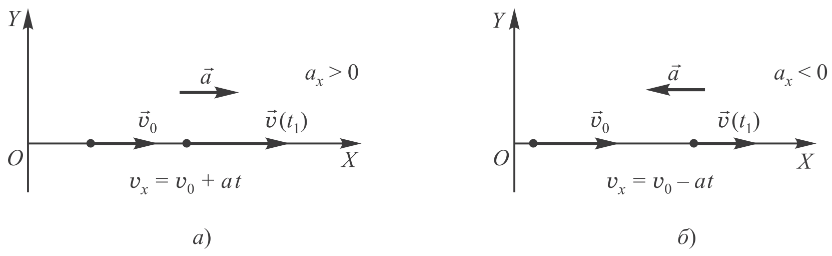


Рис. 1.10

Пусть скорость изменяется со временем, как показано на рис. 1.11. Разделив промежуток времени на малые отрезки Δt_i, в пределах каждого из которых скорость можно считать постоянной, получим, что перемещение за некоторый промежуток времени Δt численно равно сумме площадей малых прямоугольников, т. е. площади криволинейной трапеции (заштрихованная площадь).

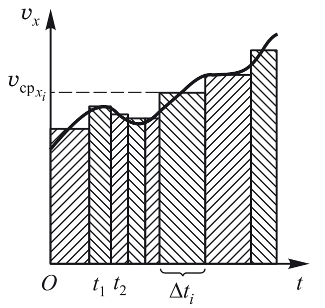


Рис. 1.11

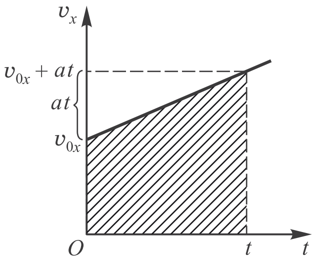


Рис. 1.12

Зная закон изменения скорости при прямолинейном равноускоренном движении и изобразив его на графике (рис. 1.12), мы получим формулу для определения изменения координаты тела со временем. Это изменение численно равно площади заштрихованной трапеции:

$$\Delta x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2} t = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (1.12)$$

Следовательно, положение (координата) материальной точки определяется уравнением движения

$$x = x_0 + v_{0x} t + a_x t^2/2. \qquad (1.13)$$

В это уравнение мы подставляем значения кинематических характеристик с учетом их направления, поэтому для решения задач удобны следующие выражения для скорости и координаты точки:

$$x = x_0 \pm v_0 t \pm a t^2/2, \qquad (1.14)$$

$$v_x = \pm v_0 \pm a t, \qquad (1.15)$$

где v_0 и a — модули начальной скорости и ускорения.

Если начальная скорость и ускорение совпадают по направлению, движение тела будет *ускоренным*; если направления их различны, то движение *замедленное*. Изобразим на графиках зависимости $a_x(t)$, $v_x(t)$ и $x(t)$ (рис. 1.13) для равноускоренного и равнозамедленного движений, при условии $v_{0x} > 0$, взяв числовые данные: $x_0 = 0$, $v_{0x} = 1$ м/с, $a_x = 1$ м/с^2; 3 м/с^2; –0,5 м/с^2; –1 м/с^2. Если $a_x > 0$ и ускорение совпадает по направлению с вектором начальной скорости (рис. 13, *а*), то скорость непрерывно возрастает (рис. 13, *б*). Это видно также из графика зависимости $x(t)$ (рис. 1.13, *в*): увеличивается тангенс угла наклона касательной к кривой, который определяет мгновенную скорость материальной точки $v = \Delta x/\Delta t = \operatorname{tg}\alpha$. (Заметим, что здесь мы говорим о численном значении скорости, так как скорость имеет наименование (размерность), а тангенс угла — безразмерное число.) График $x(t)$ при $a_x > 0$ — парабола с ветвями, направленными вверх (см. рис. 1.13, *в*). Вершина параболы в общем случае не совпадает с началом координат. Касательная к параболам при $t = 0$ общая, так как начальные скорости одинаковы. При $a_x < 0$ скорость уменьшается до 0, а затем тело изменяет направление движения, и модуль скорости будет увеличиваться (рис. 1.13, *д*). График $x(t)$ при $a_x < 0$ (рис. 1.13, *е*) представляет собой параболу с ветвями, направленными вниз. Вершина параболы соответствует моменту времени, когда тело останавливается, $v_x = 0$.

Для заметок

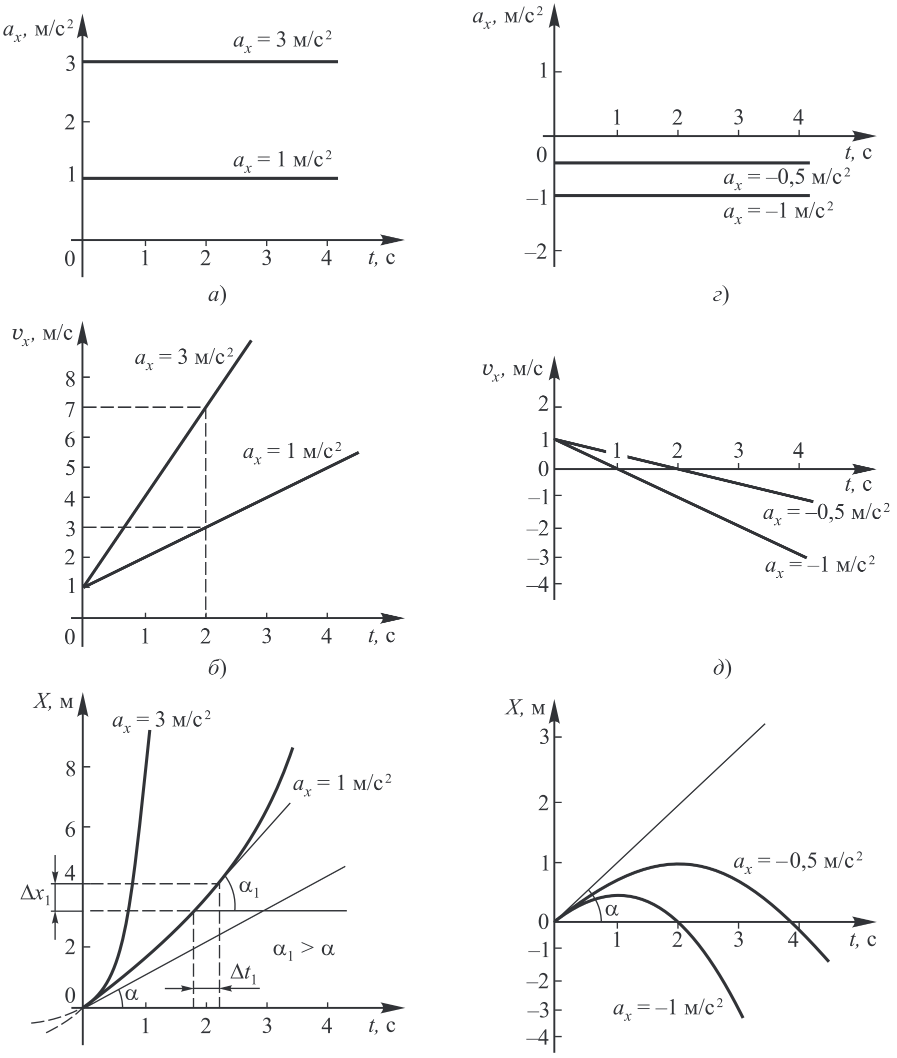


Рис. 1.13

В общем виде формулы для скорости и радиуса-вектора, определяющего положение точки в пространстве (уравнение движения), при равнопеременном (равноускоренном или равнозамедленном) движении имеют вид:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t,$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}.$$

1.6. Кинематика движения материальной точки по окружности и вращательного движения твердого тела с неподвижной осью вращения

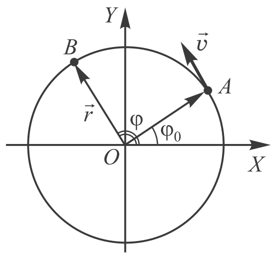


Рис. 1.14

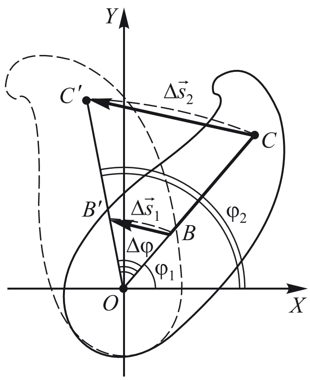


Рис. 1.15

При движении материальной точки по окружности радиусом r (рис. 1.14) ее положение можно определить координатами x, y или углом поворота φ — углом между радиусом-вектором $\vec{r}$, определяющим положение точки, и осью OX.

Если рассматривать вращательное движение твердого тела, имеющего неподвижную ось вращения, то из рис. 1.15 следует, что угол поворота радиусов-векторов, определяющих положение всех точек твердого тела, например B и C, будет одним и тем же ($\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$), линейные же перемещения этих точек твердого тела будут различными ($|\Delta\vec{s}_1| \neq |\Delta\vec{s}_2|$). Если знать закон изменения угла $\varphi(t)$ для какой-то произвольной точки вращающегося твердого тела, то мы будем знать уравнение движения всех точек этого тела.

При равномерном движении материальной точки по окружности $a_\tau = 0$, $a_n \neq 0$, так как скорость изменяется только по направлению. Пусть за время Δt точка переместилась из положения A в B, при этом радиус-вектор, определяющий положение точки, повернулся на угол $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ (см. рис. 1.14).

Скорость изменения угла φ есть ***угловая скорость*** ω. При равномерном вращении

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{\Delta t}, \tag{1.16}$$

т. е. угловая скорость равна отношению угла поворота радиуса-вектора к промежутку времени, за который этот поворот произошел. Из формулы (1.16) следует, что

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t. \tag{1.17}$$

При $t = 0$, $\varphi = \varphi_0$.

Заметим, что движение по окружности может происходить как против, так и по часовой стрелке. В первом случае ω считается положительной, во втором — отрицательной величиной, и уравнение (1.17) перепишется в виде: $\varphi = \varphi \pm \omega t$, где ω — модуль угловой скорости.

Для заметок

Длина дуги, соединяющей точки A и B (рис. 1.16), $l_{AB} = r\Delta\varphi$, где единица измерения $\Delta\varphi$ — радиан. Разделив левую и правую части равенства на Δt, получим связь линейной и угловой скоростей:

$$\frac{l_{AB}}{\Delta t} = r\frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

откуда

$$\upsilon = r\omega. \qquad (1.18)$$

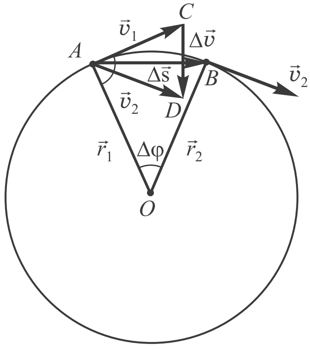


Рис. 1.16

Выведем выражение для нормального (центростремительного) ускорения a_n. Пусть в момент времени t_1 материальная точка находится в точке A (см. рис. 1.16) и имеет скорость $\vec{\upsilon}_1$, а в момент времени t_2 — в точке B и ее скорость $\vec{\upsilon}_2$. Поскольку движение равномерное, $|\vec{\upsilon}_1| = |\vec{\upsilon}_2| = \upsilon$.

Модуль перемещения материальной точки $|\Delta\vec{s}|$ равен хорде AB. Для определения изменения скорости перенесем параллельно вектор $\vec{\upsilon}_2$ в точку A. Тогда $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1$. Треугольники CAD и AOB подобны, так как они равнобедренные и углы при вершинах равны, как углы между взаимно перпендикулярными сторонами ($\vec{\upsilon}_1 \perp \vec{r}_1$ и $\vec{\upsilon}_2 \perp \vec{r}_2$). Следовательно, $\Delta s/r = \Delta\upsilon/\upsilon$. Разделим на Δt левую и правую части равенства и перейдем к пределу при $\Delta t \to 0$: $\frac{1}{r}\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1}{\upsilon}\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$. Предел в левой части равенства определяет скорость, а в правой — ускорение (нормальное) $a_n = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$, откуда следует, что

$$a_n = \upsilon^2/r. \qquad (1.19)$$

Если $\Delta t \to 0$, то $\Delta\varphi \to 0$, следовательно, вектор $\Delta\vec{\upsilon}$ перпендикулярен $\vec{\upsilon}$ и направлен к центру окружности.

Если тело одновременно участвует во вращательном и поступательном движениях, например катящееся без проскальзывания колесо, то для определения скоростей разных точек колеса удобно вводить ***мгновенную ось вращения***.

На рисунке 1.17 $O_{\text{мгн}}$ — мгновенная ось вращения. Колесо в некоторый момент поворачивается относительно оси $O_{\text{мгн}}$ как целое. Скорость точек оси $O_{\text{мгн}}$ относительно Земли равна нулю. Скорость точки O относительно Земли равна υ_0. Тогда угловая скорость всех точек колеса относительно Земли, согласно (1.18), равна $\omega = \upsilon_0/r$, где r — радиус колеса. Отсюда скорость точки A относительно

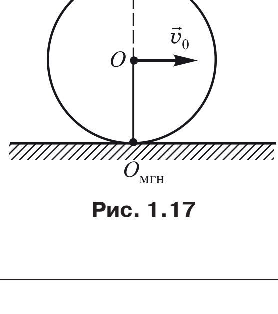


Рис. 1.17

Земли $v_A = 2r\omega = 2v_0$. Заметим, что относительно подвижной оси O скорости точек A и $O_{мгн}$ одинаковы по модулю и равны v_0. Подчеркнем, что ***мгновенная ось вращения проходит последовательно через все точки обода колеса***.

1.7. Криволинейное движение

При криволинейном движении скорость тела изменяется по величине и направлению, при этом *ускорение тела может оставаться постоянным*. Рассмотрим особенности криволинейного движения при решении задачи о движении тела, брошенного со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Движение происходит с ускорением свободного падения $\vec{g}$. Такое движение называется *баллистическим движением*. Итак, даны начальная скорость $\vec{v}_0$ и угол α, ускорение тела постоянно и равно ускорению свободного падения $\vec{g}$. Определим: 1) уравнение движения; 2) траекторию движения; 3) время полета $t_п$; 4) дальность полета l; 5) максимальную высоту подъема h_{max}; 6) a_n и a_τ в начальной точке траектории и в наивысшей точке подъема; 7) радиусы кривизны траектории в этих точках.

1) Движение происходит в плоскости XOY (рис. 1.18). В начальный момент времени $t = 0$ тело находилось в начале координат, т. е. в точке O.

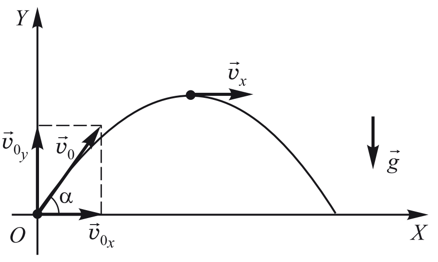


Рис. 1.18

Движение происходит с постоянным ускорением свободного падения. Тогда уравнение движения имеет вид: $\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \dfrac{\vec{g}t^2}{2}$. В проекциях на координатные оси X и Y имеем:

$$x = v_{0x}t = v_0 t \cos\alpha, \tag{1.20}$$

$$y = v_{0y}t - gt^2/2 = v_0 t \sin\alpha - gt^2/2. \tag{1.21}$$

Согласно закону независимости движений, это движение можно представить как сумму двух движений: равномерного движения вдоль оси OX и равноускоренного вдоль оси OY. Скорость вдоль оси OX остается постоянной и равной проекции начальной скорости

$$v_x = v_{0x} = \text{const}. \tag{1.22}$$

Для заметок

Движение по оси Y равноускоренное с постоянным ускорением $a_y = -g$ и начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. Изменение проекции скорости происходит по закону:

$$v_y = v_{0y} - gt. \qquad (1.23)$$

2) Найти траекторию движения — это значит найти аналитическое уравнение кривой, по которой тело движется в пространстве. В нашем случае траектория принадлежит плоскости XOY, следовательно, мы должны найти зависимость $y(x)$.

Из (1.20) выразим время $t = x/(v_0 \cos\alpha)$ и подставим в (1.21):

$$y = x \operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}. \qquad (1.24)$$

Уравнение (1.24) — уравнение параболы, ветви которой направлены вниз, а центр смещен относительно начала координат (см. рис. 1.18).

3) Воспользуемся формулой (1.21) для определения времени полета тела (рассмотрение движения вдоль оси X не позволит определить время полета, так как вдоль этой оси тело могло бы равномерно двигаться сколь угодно долго). Приравняв нулю координату тела (1.21) в начале и конце полета, получим: $y = t(v_0 \sin\alpha - gt/2) = 0$. Отсюда находим два корня этого уравнения:

$$t_1 = 0, \quad t_2 = (2v_0/g)\sin\alpha. \qquad (1.25)$$

Тогда искомое время полета

$$t_п = t_2 - t_1 = (2v_0/g)\sin\alpha.$$

4) Поскольку вдоль оси X движение равномерное и известно время движения (1.25), дальность полета

$$x_{\max} = l = v_{0x}t_п = \frac{v_0 \cos\alpha \cdot 2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \qquad (1.26)$$

5) Максимальную высоту подъема тела $h_{\max}$ можно определить из формулы (1.21), подставив в нее время подъема $t_{под}$, которое найдем по формуле (1.23), из условия, что в наивысшей точке подъема $v_y = 0$:

$$0 = v_{0y} - gt_{под}, \text{ откуда } t_{под} = (v_0/g)\sin\alpha = v_{0y}/g.$$

Таким образом,

$$y_{\max} = h_{\max} = v_{0y}t_{под} - \frac{gt_{под}^2}{2} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}. \qquad (1.27)$$

Для ответа на этот вопрос задачи есть еще несколько способов решения. Например, максимальную высоту подъема можно также найти из следующих соображений. Парабола — симметричная кривая. Зная дальность полета, можно определить x-координату наивысшей точки подъема: $x = l/2 = (v_0^2/g)\sin\alpha\cos\alpha$. Тогда, подставив это выражение для x в уравнение траектории (1.24), опять получим выражение (1.27) для $h_{\max}$.

Мы покажем также (шаг 3), как решаются подобные задачи при использовании закона сохранения энергии.

6) Чтобы найти нормальную и тангенциальную компоненты ускорения, воспользуемся тем, что тангенциальное ускорение направлено по касательной к траектории движения, а нормальное — по нормали к ней. Полное же ускорение, с которым движется тело, во всех точках траектории одинаково и равно ускорению свободного падения $\vec{g}$. Раскладываем $\vec{g}$ на две составляющие (рис. 1.19) в точках O (в начальной точке траектории) и A (в наивысшей точке подъема). В точке O: $a_{0\tau} = g\sin\alpha$, $a_{0n} = g\cos\alpha$. В точке A: $a_{\tau A} = 0$, $a_{nA} = g$.

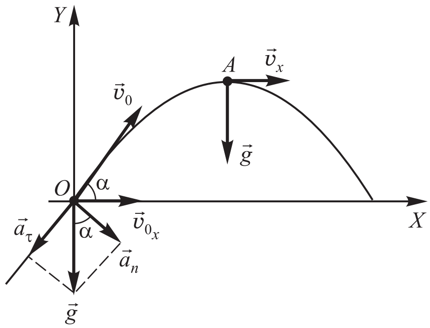


Рис. 1.19

7) Радиус кривизны траектории можно найти из выражения для нормального ускорения:

$$a_n = v^2/R,$$

где v — мгновенная скорость.

Отсюда $R = v^2/a_n$. В точке O: $v = v_0$, $a_n = g\cos\alpha$, тогда $R_о = \dfrac{v_0^2}{g\cos\alpha}$. В точке A: $v_y = 0$, скорость имеет только x-составляющую, значит, $v_A = v_{0x} = v_0\cos\alpha$, а нормальное ускорение равно ускорению свободного падения ($a_n = g$). Отсюда $R_A = \dfrac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}$.

Большинство задач на криволинейное движение являются частными случаями этой общей задачи.

Для заметок

Примеры решения задач

Прямолинейное равномерное движение

Задача 1. На рис. 1.20 представлены графики зависимости координаты от времени при прямолинейном движении вдоль оси X двух тел (1 и 2). Определите скорость движения и запишите закон движения каждого тела.

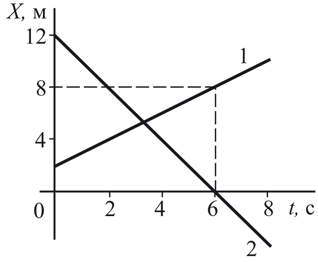


Рис. 1.20

Решение. Скорости тел $v_{1x} = \dfrac{\Delta x_1}{\Delta t}$; $v_{2x} = \dfrac{\Delta x_2}{\Delta t}$. Зависимости $x(t)$ — линейные, поэтому можно взять любой промежуток времени Δt, например $\Delta t = 3$ с: $v_{1x} = 2$ м/с; $v_{2x} = -4$ м/с. Для первого тела $x_{01} = 2$ м, для второго $x_{02} = 12$ м. Уравнения движения имеют вид:

$$x_1 = 2 + 2 \cdot t, \quad x_2 = 12 - 4 \cdot t.$$

Задача 2. Из пункта A выезжает велосипедист со скоростью $v_1 = 18$ км/ч. Из пункта B, находящегося на расстоянии $L = 1{,}8$ км от A, спустя $t_1 = 12$ мин выходит пешеход со скоростью $v_2 = 6$ км/ч. Векторы скоростей пешехода и велосипедиста одинаковы по направлению и параллельны прямой, проходящей через точки A и B (рис. 1.21). Через какое время велосипедист догонит пешехода?

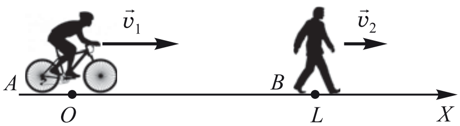


Рис. 1.21

Решение. Выберем направление оси OX вдоль скоростей, при этом начало координат возьмем в точке A. Время отсчитываем с момента начала движения велосипедиста. Тогда уравнения движения велосипедиста и пешехода имеют вид: $x_1 = v_1 t$, $x_2 = L + v_2(t - t_1)$. В момент встречи $t_в$, когда велосипедист догонит пешехода, их координаты будут одинаковы: $x_1 = x_2$, или $v_1 t_в = L + v_2(t_в - t_1)$. Отсюда $t_в = \dfrac{L - v_2 t_1}{v_1 - v_2} = 0{,}05$ ч $= 3$ мин.

Классический закон сложения скоростей

Задача 3. Два автомобиля движутся со скоростями соответственно 40 км/ч и 30 км/ч к перекрестку двух взаимно перпендикулярных дорог. Определите скорость одного автомобиля относительно другого.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

Наталия Андреевна Парфентьева – профессор, автор множества пособий и задачников по физике, изданных ведущими московскими издательствами учебной и научной литературы. Она регулярно проводит вебинары для учителей по решению задач по физике, читает лекции в России и за рубежом, а также является автором оригинальных программ по специальным разделам физики.

Книги Н. А. Парфентьевой популярны и переиздаются в течение многих лет именно потому, что они полезны как ученикам, изучающим расширенный курс физики, так и тем, кто готовится к сдаче государственных экзаменов.

Издание, которое вы держите в руках, содержит краткую теорию, более 300 примеров решения задач по всем разделам физики с подробными пояснениями и указаниями, примеры тестов и условия задач, решая которые можно оценить свои возможности успешной сдачи экзамена.

Эта книга будет вам надежным помощником при подготовке к экзаменам в школе и вузе!