

УЧЕБНИК ДЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

Н. П. Калашников, М. А. Смондырев

ОСНОВЫ ФИЗИКИ

Том I



Москва
Лаборатория знаний

От издательства

- Зачем изволили пожаловать к Ивану Васильевичу?
- Леонтий Сергеевич, — отозвался Иван Васильевич, — пьесу мне принес.
- Чью пьесу? — спросила старушка, глядя на меня печальными глазами.
- Леонтий Сергеевич сам сочинил пьесу!
- А зачем? — тревожно спросила Настасья Ивановна.
- Как зачем?.. Гм... гм...
- Разве уж и пьес не стало? — ласково-укоризненно спросила Настасья Ивановна. — Какие хорошие пьесы есть. И сколько их! Начнешь играть — в двадцать лет всех не переиграешь. Зачем же вам тревожиться сочинять?

Михаил Булгаков. «Театральный роман»

Тревожиться сочинять новый учебник авторы стали в 1990-е годы, когда научные книги в университетских библиотеках поистрепались, а из книжных магазинов их вытеснили издания по астрологии и «паранауке». Первый вариант данного учебника появился в 1995 г. в виде учебного пособия — семестровых выпусков лекций для одного из московских вузов.

В 2003–06 гг. вышло два издания учебника с грифом Министерства образования РФ: два тома теоретического материала, «причесанного» и переработанного для выпуска массовым тиражом, к которым присоединился и третий том — задачник. В 2015 г. трехтомник вошел в комплект учебных материалов, выдвинутых на соискание премии Правительства РФ в области образования.

Настоящее издание учебника «Основы физики» исправлено и существенно дополнено, но в нем сохранены и еще более развиты характерные особенности, отличающие его от других книг по физике. В теоретических томах появилось множество небольших, но важных вставок, добавлены даже новые разделы, отражающие современное развитие науки. Материал перегруппирован для более логичного изложения предмета и в соответствии с современной программой изучения общей физики в вузах. Части текста, предназначенные для углубленного изучения предмета, набраны петитом. Иллюстрации существенно пополнены графиками, воспроизводящими реальные экспериментальные данные (вместо обычных для учебников качественных картинок). Теоретические кривые также имеют количественный характер и построены по выведенным в тексте формулам. Все это делает изложение более авторитетным и убедительным.

Новизну и актуальность включенного материала можно проиллюстрировать некоторыми примерами. Так, нам не известны другие учебники, где бы излагался принцип работы колеса — самого великого изобретения человечества. Успехи последних десятилетий в исследованиях космоса стимулировали включение раздела о гравитационном маневре, когда космический аппарат, направляемый в дальний космос, сначала огибает одну из ближних планет, которая ускоряет его за счет своей кинетической энергии без включения двигателей и расхода топлива. Рассмотрены различные модели земной атмосферы, где выведены приближенные к реальности законы изменения температуры и давления с высотой. Ведущиеся разработки электромагнитного оружия сделали актуальным рассказ о «рельсовой пушке». Включена глава об эволюции биологических популяций и колебаниях их численности в системе «жертва–хищник». Не имеет

аналогов последняя часть учебника — «Масштабы нашего мира», где на основе пройденного материала предложены простые качественные оценки параметров физических систем, свойств материалов, размеров самых разных объектов от мышек и слонов до гор, планет и звезд. Список новаций можно умножить, любознательный читатель сам найдет их в учебнике.

Формирование научного мировоззрения — побочный, но важный результат столь широкого охвата материала. Описывая фундаментальные закономерности природы, физика является не только конкретной наукой со своей «сферой ответственности», но и основой других естественных наук и нашего взгляда в целом на материальный мир. Авторы подчеркивают, что наука имеет дело с моделями и абстракциями разных уровней, у каждой из которых своя область применимости. Отсюда вытекает, что природа не знает «законов природы» — она просто существует, а «законы» придуманы людьми для описания наблюдаемых явлений. При этом новые теории не опровергают прежних, но включают их как составные части, устанавливая пределы справедливости ранее найденных закономерностей. И по мере расширения горизонта наших знаний увеличивается и граница соприкосновения с еще непознанным. Авторы ненавязчиво подводят читателя к мысли, что неприемлемы обе крайности общественного сознания: как наивная вера во всемогущество и всеведение науки, так и отрицание научного мировоззрения на том основании, что в науке всегда остаются «белые пятна». Сильной стороной данного учебника является то, что «основы физики» представлены в нем не застывшей схемой, а развивающимся живым организмом.

Ничто не принимать на веру — основной принцип построения учебника. Все сделанные утверждения доказываются, причем авторы не злоупотребляют математическим аппаратом, находя обходные пути, но избегая при этом профанации. Так, для угадывания и пояснения результатов здесь часто используются такие общие физические принципы, как симметрия системы и анализ размерностей. Переход от частного к общему и затем снова к частному применяется как методологический прием, позволяющий на основе рассмотрения конкретной (часто житейской) ситуации подвести читателя к теоретическим обобщениям, которые затем иллюстрируются на примерах и задачах.

Включение задач с решениями в теоретические разделы — принципиальная и последовательная позиция авторов, которые в этом следуют идее И. Ньютона, что «при изучении наук примеры полезнее правил».

Важно не только что сказано, но и как сказано — таково убеждение авторов учебника, известных ученых в области теоретической физики и опытных педагогов. Именно поэтому они постарались сделать свои книги не только полезными, но и интересными. Насколько это удалось — пусть оценят читатели.

* * *

Основная работа по обогащению содержания учебника, внесению исправлений и дополнений, а также по технической подготовке рукописи к печати, проделана профессором М. А. Смондыревым, которому издательство выражает особую благодарность. Издательство также благодарит кандидата физ.-мат. наук доцента И. Я. Ицхоки за ценные советы и предложения, несомненно улучшившие учебник.

Часть I

Физические основы механики

*Когда кончился бензин,
автомобиль вынужден был
остановиться. Это я тоже
сам вчера видел. А после этого
еще болтают об инерции,
господа! Не едет, стоит, с
места не трогается! Нет
бензина. Ну, не смешно ли?*

Ярослав Гашек. «Похождения
бравого солдата Швейка»

Глава 1

Измерения физических величин

Предметом естествознания в широком смысле является познание окружающего нас мира. Задача естественных наук состоит в том, чтобы сформировать в нашем сознании такую модель физического мира, которая наиболее полно отражала бы его свойства и обеспечивала бы такие соотношения между элементами модели, какие существуют между элементами внешнего мира. Дж. Максвелл писал: «Точные науки стремятся к тому, чтобы свести загадки природы к определению некоторых величин путем операций над числами». Поэтому естественные науки «говорят» с природой на языке математики. Принцип *nulla scientia potest sciri sine mathematica* (никакую науку нельзя познать без математики) был сформулирован еще в средневековье. Но откуда взять эти числа, которыми оперирует математика, которые должны фигурировать в уравнениях, выражающих те или иные закономерности природы? Единственным источником их может служить сама природа.

1.1 О разнице вопросов «как?» и «почему?»

Учебники принято начинать с определения предмета исследования соответствующей науки. Трудно удержаться, чтобы не процитировать прелестное и наивное определение из первого учебника физики на русском языке¹, изданного при Екатерине II: «Физика есть сколько приятная, столько и полезная наука, толкующая свойства тел или предметов, нас окружающих. Физика научает нас обо всем рассуждать здраво и основательно, а чрез то самое и необходимо нужна для всякого человека».

Естествознание — комплекс экспериментальных наук, в основе которых лежат наиболее общие закономерности, изучаемые физикой. Естественные науки начинаются с наблюдений и измерений, ими же проверяются и питаются в

¹Иоганн Якоб Эберт. Краткое руководство к физике. СПб, 1787. Перевод этой книги с немецкого появился вследствие начала формирования государственной системы среднего образования и введения преподавания физики как самостоятельного предмета.

своем развитии. Конечно, новые идеи в науке появляются и благодаря умозрительным рассуждениям, но окончательный ответ на решающие вопросы может быть получен только в эксперименте. Да и сами эти идеи на пустом месте не возникают.

С помощью приборов мы задаем природе вопросы и получаем ответы, которые «обрабатываем» в нашем мозгу, на своих компьютерах. Понять явление — значит уметь его описать, знать условия, при которых оно происходит, предсказать его последствия. Важно лишь правильно сформулировать свои вопросы, и тогда мы получаем шанс, что природа на них ответит. Природа (и вместе с ней наука) не отвечает на вопросы «почему?» или «зачем?». Почему тело под действием силы приобретает ускорение? Почему электрическое поле действует на заряд? Разве кто-нибудь в состоянии ответить на эти вопросы? Мы можем лишь констатировать факты: а) если к телу приложена сила, то его движение будет подчиняться уравнению второго закона Ньютона; б) два заряда создают вокруг себя электрическое поле, которое описывается уравнениями Максвелла.

Иными словами, наука **в принципе** может ответить лишь на вопросы «что?» и «как?». Как устроен наш мир, какие законы им управляют, каков механизм тех или иных процессов, каковы их характерные времена и масштабы, какими уравнениями они описываются.

Физика изучает самые фундаментальные закономерности природы, самые простые ее составные части. Благодаря этой «простоте» физика (так же, как и химия, молекулярная биология и т. п.) имеет дело с воспроизводимыми ситуациями. Это означает, что мы можем повторить наши эксперименты, и если все условия в точности выполнены, то и результаты будут такими же. Подобное вряд ли возможно, например, в геологии, не говоря уже об общественных науках (экономике, истории и т. д.). Важно понимать также, что физический эксперимент никогда не бывает идеальным, любое измерение производится с определенной точностью. И когда мы говорим о том или ином законе природы, мы должны помнить, что этот закон был установлен в каких-то конкретных условиях и имеет, как правило, конкретные пределы применимости.

Строго говоря, природа не знает никаких законов — она просто существует. Законы природы придумывают люди, пытаются описать наблюдаемые явления и предсказать поведение рассматриваемых систем в тех или иных условиях. Достоин удивления сам факт, что созданная людьми математика способна на такое. Хотя никто не может быть уверен, что используемый математический аппарат — это единственное средство познания окружающего мира. Вполне возможно, что маленькие зеленые человечки, проживающие в другой галактике, додумались до совершенно другой математики, которая столь же хорошо (а может, и еще лучше) способна описать те же природные явления. У нас же есть пример квантовой механики, в которой возможны разные эквивалентные формулировки, приводящие к одинаковым предсказаниям. А про интенсивно исследуемую сейчас теорию суперструн (М-теорию в десятимерном пространстве), претендующую на описание всех без исключения фундаментальных взаимодействий, включая квантовую гравитацию, один из ее создателей сказал, что это математика XXI века, случайно открытая в XX веке. Когда нынешние профессора были студентами, о такой математике они и не слышали.

Физические модели и теории предназначены для приведения в соответствие между собой тех сведений, которые мы получаем, исследуя явления природы. Ни

одна из теорий не может претендовать на звание истинной, она лишь дает наилучшее для данного времени описание той области, в которой она применяется. Мы называем теорию «хорошей», если она:

- исходит из небольшого числа фундаментальных положений;
- имеет достаточно общий характер (т. е. не создана для объяснения всего лишь одного или нескольких фактов);
- позволяет сделать ряд точных и четких предсказаний.

История науки показала, что, как правило, «хорошая» теория допускает возможность усовершенствования. Это не значит, что «хорошая» теория верна безусловно. Теория всегда может быть изменена (или же полностью отвергнута), если станут известны новые факты. Просто при более глубоком проникновении в суть вещей оказывается, что «хорошая» теория является частью более общей теории и имеет свою область применимости. Например, после открытия специальной теории относительности классическую механику Ньютона никто не отменял: в первом порядке по величине отношения v/c скорости объекта v к скорости света c результаты обеих теорий совпадают, но в членах второго порядка v^2/c^2 уже проявляются различия.

Совершенно не исключено, что при усовершенствовании теории какие-то из вопросов «почему?» превратятся в вопросы «как?». *Почему* мы живем в трех пространственных измерениях и одном временном? Сейчас вряд ли кто сможет ответить на этот вопрос. Но, быть может, когда-нибудь мы поймем, *как* свернулись шесть измерений М-теории, оставив нам для проживания «всего лишь» четырехмерное пространство-время.

1.2 Единицы измерения

Результаты многочисленных опытных наблюдений обобщают в виде физических законов, которые представляют собой некоторые утверждения относительно связей между теми или иными физическими величинами. Для проверки на опыте этих утверждений необходимо независимыми способами измерить все те величины, которые связаны в данном физическом законе. Измерение любой физической величины проводится по отношению к определенному стандарту или *единице* этой величины. Эти единицы обязательно должны указываться вместе с численным значением результата. Метрическая система мер, созданная в эпоху Великой французской революции, по мысли ее авторов должна была служить «на все времена, для всех народов, для всех стран».

Из нескольких условно выбираемых основных единиц строятся производные единицы. Если, например, скорость определяется как отношение пройденного расстояния к затраченному времени, то единицей скорости будет отношение единицы длины к единице времени. Но можно было бы взять за основную единицу скорость и тогда выразить единицу расстояния как произведение скорости на время. Именно так и поступают, когда расстояния до звезд измеряют в световых годах (1 св. г. — расстояние, которое свет проходит за год). Можно использовать световые минуты и световые секунды. Так, среднее расстояние от Земли до Солнца равно 146,6 млн км, но с тем же успехом можно утверждать, что оно равно восьми с хвостиком световым минутам.

В Международной системе единиц (СИ — начальные буквы французского наименования *Système International*) в качестве основных выбраны следующие семь единиц:

- единица длины — м (метр) [L]
- единица времени — с (секунда) [T]
- единица массы — кг (килограмм) [M]
- единица электрического тока — А (ампер) [I]
- единица температуры — К (кельвин) [K]
- единица силы света — кд (кандела) [J]
- единица количества вещества — моль (моль) [ν]

В квадратных скобках указано общепринятое обозначение для размерностей: длину можно измерять в метрах, ярдах, мартышках или попугаях, но обозначение L (от англ. *length*) всегда подскажет нам, что мы имеем дело с длиной. Аналогично вводится обозначение размерности времени T (от англ. *time*).

Для простоты ученые стремятся выбрать минимальное число основных величин, которое позволяет дать полное описание физического мира. В выборе основных величин и их производных имеется некоторый произвол.

С двумя из этих единиц мы знакомимся уже с самого детства. Это естественно, так как все события происходят где-то и когда-то. Мы обитаем в пространстве, которое измеряем единицами длины. Мы живем во времени, и человечество научилось его измерять в глубокой древности. **Почему** наш мир существует во времени и в пространстве? Мы договорились таких вопросов не ставить, так как наука все равно на них не ответит. Но **каковы** свойства пространства и времени? — этот вопрос вполне закономерен. Изучая физические явления, мы узнаем свойства пространства и времени, и процесс этого познания еще далеко не завершен.

До недавнего времени международным эталоном метра считалось расстояние между двумя штрихами на стержне из платинового сплава, хранящемся в Международном бюро мер и весов в Париже. В последние годы эталон метра определялся числом длин световой волны конкретной (оранжевой) спектральной линии изотопа криптона $^{86}_{36}\text{Kr}$, соответствующей переходу электрона между квантовыми состояниями $2p_{10}$ и $5d_3$ (что это такое, мы узнаем в заключительных частях курса). Метр содержит 1 650 763,73 длины волны этой спектральной линии в вакууме. Вследствие возросших требований к точности эталона длины в 1983 г. было принято следующее определение метра: это расстояние, проходимое светом в вакууме за время $t = 1/299\,792\,458$ секунд. Иными словами, постулировано, что скорость света **в точности** равна $c = 2,997\,924\,58 \cdot 10^8$ м/с. В сущности это означает, что вместо длины в качестве фундаментальной единицы выбрана скорость, а длина стала производной единицей.

На рисунке 1.1 представлены пространственные расстояния, характерные для окружающего мира. Весь доступный нашим наблюдениям мир заключен в интервале от 10^{26} м (радиус видимой части Вселенной) до 10^{-18} м (расстояния, «прощупываемые» в современных экспериментах с элементарными частицами). Для удобства шкала расстояний r изображена в логарифмическом масштабе $\lg(r/1\text{ м})$. Это значит, что расстоянию 10 м на шкале соответствует число 1, а расстоянию 100 км = 100 000 м — число 5.

Если раньше время определяли по Солнцу, и секунда соответствовала $1/86400$ средних солнечных суток, то теперь она равна продолжительности 9 192 631 770

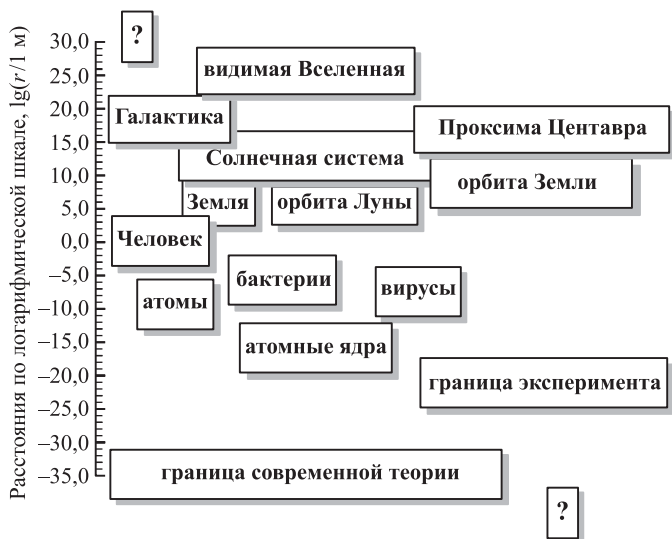


Рис. 1.1. Пространственные расстояния в природе

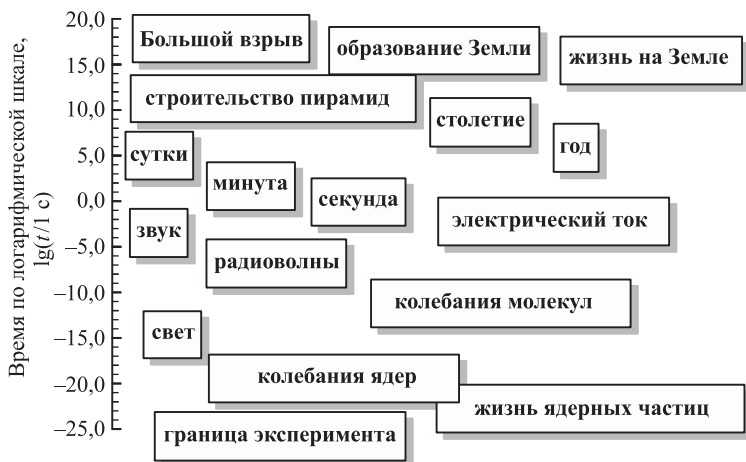


Рис. 1.2. Временные интервалы в природе

периодов колебаний световой волны, излученной при переходе между сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия $^{133}_{55}\text{Cs}$. Цезиевый стандарт очень точен: за 6000 лет двое цезиевых часов могут разойтись лишь на одну секунду. Существуют и более точные часы на водородном лазере: разница в секунду набегает здесь за 30 млн лет. Возможно, водородный лазер будет принят когда-нибудь в качестве нового эталона времени.

Некоторые временные интервалы, встречающиеся в природе, иллюстрирует рис. 1.2. Самое большое время, о котором мы можем получить какие-то све-

дения, — это время существования видимой части Вселенной. Она родилась в результате так называемого Большого взрыва примерно 14 млрд лет тому назад ($4 \cdot 10^{17}$ с). Наименьшие времена ($\sim 10^{-26}$ с), с которыми мы сталкиваемся, по порядку величины соответствуют времени, за которое свет проходит самые малые расстояния, доступные сейчас для изучения.

1.3 Анализ размерностей

Физические величины бывают размерными и безразмерными. Величина называется *размерной*, если ее численное значение зависит от выбора системы единиц. Так, промежуток времени между двумя последовательными восходами Солнца мы можем выразить как 1 сутки, или как 24 часа, или как 1440 минут, или 86 400 секунд. Числа меняются, но мы говорим о том же самом интервале времени. Величина называется *безразмерной*, если ее значение сохраняется неизменным при любом выборе системы единиц. Например, высота Эвереста ($h = 8,848$ км) и средний радиус Земли ($R = 6371,0$ км) — размерные величины, но их отношение уже величина безразмерная: независимо от системы единиц $h/R = 0,0014$.

Размерные величины можно умножать и делить друг на друга. Так, отношение пройденного расстояния ко времени в пути дает нам новую физическую величину (скорость), размерность которой $[LT^{-1}]$ (м/с, км/ч и т. п.). При определении размерности величины обычно пользуются размерностями основных, а не производных величин. Складывать и вычитать можно только величины одинаковой размерности (нельзя сложить, например, сантиметры и граммы).

Любой физический закон не должен зависеть от выбранной нами системы единиц. Это естественно, так как закон природы описывает соотношение между величинами, которое существовало до нас, существует независимо от нас и будет существовать после нас. А система единиц — дело произвольного соглашения между людьми. Отсюда вытекает очень важное правило: **обе части любого равенства должны иметь одинаковые размерности**. Написав некое соотношение, мы всегда можем проверить его правильность анализом размерности. Таким путем выявляются многие студенческие ошибки. Более того, подбор размерностей зачастую позволяет угадать результат до проведения детальных вычислений.

Приведем пример. Автомобиль трогается с места и движется при этом равноускоренно с ускорением a . Какую скорость v приобретет автомобиль, пройдя путь s ? Применение анализа размерностей позволяет найти вид искомого соотношения. Скорость является функцией a и s . Это значит, что она выражается как произведение некоторых степеней этих величин: $v = Ca^p s^q$, где C — безразмерная постоянная. Надо определить показатели степени p и q . Запишем формулу размерности для этого соотношения:

$$\left[\frac{L}{T} \right] = \left[\frac{L}{T^2} \right]^p [L]^q \quad \text{или} \quad [LT^{-1}] = [L^{p+q} T^{-2p}].$$

В силу того что все семь основных единиц являются независимыми, для согласования размерностей обеих частей равенства необходимо, чтобы p и q удовлетворяли системе уравнений: $1 = p + q$, $-1 = -2p$, откуда следует: $p = 1/2$, $q = 1/2$. Таким образом, анализ размерностей приводит нас к формуле $v = C\sqrt{as}$.

Значение безразмерной постоянной C не может быть определено таким способом; при точном решении оно оказывается равным $C = \sqrt{2}$. Как правило, значения безразмерных постоянных в физике (факторы типа $\sqrt{2}$, $1/2$, π и т. п.) не слишком велики и не слишком малы. Поэтому анализ размерностей позволяет оценить масштабы тех или иных физических величин.

Применение анализа размерностей требует осторожности и определенного искусства. Здесь могут встретиться два подводных камня. Первый из них — определение физических величин, от которых может зависеть результат. Для этого требуется понимание, какие физические законы и явления важны для рассматриваемой системы. Второй подводный камень — существование в данной задаче величин, которые могут образовать безразмерное отношение.

Рассмотрим пример. Используя анализ размерностей, найти силу сопротивления F_r среды движущемуся телу. В этой задаче важно с самого начала определить, от каких величин может зависеть искомая сила. Что нам подсказывает опыт? Чем больше скорость v движения тела, тем больше сила сопротивления среды. Значит, сила F_r должна зависеть от скорости движения. Далее, тела с большим поперечным сечением испытывают большее сопротивление, чем с меньшим. Поэтому в ответ должна войти площадь S поперечного сечения тела. Наконец, сила F_r должна зависеть от параметра, характеризующего свойства среды. Здесь и таится первый подводный камень. Какую характеристику среды выбрать?

Представляется естественным в качестве такого параметра взять плотность (воздуха, жидкости) ρ : чем плотнее среда, тем большее влияние она оказывает на движение тела. Исходя из сказанного, мы ищем силу сопротивления в виде $F_r = C v^p S^q \rho^r / 2$ (множитель $1/2$ можно включить в C , но мы его выделяем по историческим причинам). Сила имеет размерность произведения массы на ускорение, т. е. $[F] = [L T^{-2} M]$. Условие совпадения размерностей обеих частей равенства имеет вид:

$$[L T^{-2} M] = [L T^{-1}]^p [L^2]^q [L^{-3} M]^r = [L^{p+2q-3r} T^{-p} M^r],$$

откуда следует система уравнений:

$$\begin{aligned} 1 &= p + 2q - 3r, \\ -2 &= -p, \\ 1 &= r. \end{aligned}$$

Легко убедиться, что ее решениями являются числа $p = 2$, $q = 1$, $r = 1$, откуда следует искомая формула:

$$F_r = C S \frac{\rho v^2}{2}. \quad (1.1)$$

Но почему мы выбрали плотность воздуха в качестве параметра, отвечающего за сопротивление среды? Почему бы в качестве такового не взять величину вязкости воздуха η , имеющую размерность $[M L^{-1} T^{-1}]$? Позже мы еще познакомимся поближе с вязкостью, а пока достаточно интуитивного представления, что при той же плотности среда может быть более или менее вязкой (кисель и компот). Тогда искомая сила может быть представлена в виде $F = C v^p S^q \eta^s$. Напишем аналогичное условие равенства размерностей:

$$[L T^{-2} M] = [L T^{-1}]^p [L^2]^q [L^{-1} T^{-1} M]^s = [L^{p+2q-s} T^{-p-s} M^s],$$

откуда следует система уравнений:

$$\begin{aligned} 1 &= p + 2q - s, \\ -2 &= -p - s, \\ 1 &= s. \end{aligned}$$

Ее решением являются числа $p = 1$, $q = 1/2$, $s = 1$, т. е. искомая формула имеет вид:

$$F_r = C \eta \sqrt{S} v. \quad (1.2)$$

Формулы (1.1) и (1.2) совершенно различны: в одной из них сила зависит от скорости квадратично, в другой — линейно. Так какая же из них верна? Данный пример обнажил первый подводный камень: мы должны решить, какой из двух возможных процессов (лобовое сопротивление или вязкость среды) доминирует в конкретной рассматриваемой задаче.

Попробуем перехитрить уравнения, включив в анализ размерности и плотность среды, и ее вязкость: $F_r = (C/2) v^p S^q \rho^r \eta^s$. Соотношения размерностей принимают форму:

$$\begin{aligned} [\text{ЛГ}^{-2}\text{М}] &= [\text{ЛГ}^{-1}]^p [\text{Л}^2]^q [\text{Л}^{-3}\text{М}]^r [\text{Л}^{-1}\text{Г}^{-1}\text{М}]^s = \\ &= [\text{Л}^{p+2q-3r-s}\text{Г}^{-p-s}\text{М}^{r+s}], \end{aligned}$$

откуда получаем уравнения:

$$\begin{aligned} 1 &= p + 2q - 3r - s, \\ -2 &= -p - s, \\ 1 &= r + s. \end{aligned}$$

Сразу замечаем, что нас ожидает второй подводный камень: у нас всего три уравнения для определения четырех параметров. Стало быть, какой-то из них останется неизвестным. Попробуем разобраться, что бы это значило? Два последних уравнения позволяют выразить параметры p и r через s :

$$r = 1 - s, \quad p = 2 - s. \quad (1.3)$$

Подставляя их в первое уравнение, получаем

$$1 = -1 + s + 2q,$$

откуда находим

$$q = 1 - \frac{s}{2}. \quad (1.4)$$

Отсюда получаем силу сопротивления в виде:

$$F_r = \frac{C}{2} v^{2-s} S^{1-s/2} \rho^{1-s} \eta^s = C \frac{\rho S v^2}{2} \left(\frac{\sqrt{S} v \rho}{\eta} \right)^{-s}. \quad (1.5)$$

Произвольная степень комбинации в скобках указывает на то, что эта комбинация безразмерна. Раз так, она может быть включена в безразмерную величину

C , которая в этом случае оказывается не постоянной величиной, а *неизвестной функцией безразмерного параметра*:

$$\begin{aligned} F_r &= C(\mathbf{Re}) S \frac{\rho v^2}{2}, \\ \mathbf{Re} &= \frac{\sqrt{S} v \rho}{\eta}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Этот безразмерный параметр (число Рейнольдса \mathbf{Re}) играет важную роль в определении характера силы сопротивления. Функция $C(\mathbf{Re})$ называется коэффициентом сопротивления. Детали мы обсудим позднее, но, забегаая вперед, сразу скажем: при малых скоростях воспроизводится выражение (1.2), а при больших — формула (1.1). Данный пример демонстрирует, как обращаться с безразмерными комбинациями, если таковые возникают при анализе размерности.

В заключение приведем **экзотический пример** — использование так называемой векторной размерности. Решим задачу о дальности l_0 полета тела, брошенного под углом к горизонту со скоростью v_0 . На полет тела оказывает влияние притяжение Земли, т. е. в ответ, помимо начальной скорости, должно войти ускорение свободного падения g . Проведем сначала обычный анализ размерностей: ищем искомую дальность полета в виде $l_0 = C v^p g^s$, откуда получаем уравнения

$$[\mathbf{L}] = [\mathbf{L}\Gamma^{-1}]^p [\mathbf{L}\Gamma^{-2}]^q = [\mathbf{L}^{p+q}\Gamma^{-p-2q}].$$

Вытекающая отсюда система уравнений

$$\begin{aligned} 1 &= p + q, \\ 0 &= -p - 2q \end{aligned}$$

имеет очевидное решение $p = 2, q = -1$, т. е. дальность полета дается формулой

$$l_0 = C \frac{v_0^2}{g}. \quad (1.7)$$

Зависимость от угла вылета тела мы потеряли, так как она вошла в безразмерную константу C . Но в данной задаче можно принять во внимание, что мы вправе использовать разные единицы для дальности полета тела и высоты его подъема. Например, рисуя параболу, соответствующую полету снаряда, мы используем разные масштабы по осям x и y , чтобы график поместился на странице, так как обычно дальность полета снаряда намного превосходит высоту его подъема. В соответствии со сказанным, при анализе размерностей мы используем «горизонтальные» L_{\rightarrow} и «вертикальные» L_{\uparrow} единицы длины. Это значит, что размерности вертикальной и горизонтальной составляющих начальной скорости различны, и мы должны искать выражение для дальности полета в виде $l_0 = C v_{0\uparrow}^{p_1} v_{0\rightarrow}^{p_2} g^q$. Дальность полета выражается в «горизонтальных» метрах, а ускорение свободного падения — в «вертикальных» метрах на секунду в квадрате, так что уравнения размерности имеют вид:

$$[\mathbf{L}_{\rightarrow}] = [\mathbf{L}_{\uparrow}\Gamma^{-1}]^{p_1} [\mathbf{L}_{\rightarrow}\Gamma^{-1}]^{p_2} [\mathbf{L}_{\uparrow}\Gamma^{-2}]^q = [\mathbf{L}_{\uparrow}^{p_1+q}\mathbf{L}_{\rightarrow}^{p_2}\Gamma^{-p_1-p_2-2q}].$$

Отсюда следует система уравнений:

$$\begin{aligned} 1 &= p_2, \\ 0 &= p_1 + q, \\ 0 &= -p_1 - p_2 - 2q. \end{aligned}$$

Ее решение $p_1 = 1, p_2 = 1, q = -1$ ведет к формуле $l_0 = C v_{0\uparrow} v_{0\rightarrow} g^{-1}$. Если тело вылетает под углом α к горизонту, то имеем $v_{0\uparrow} = v_0 \sin \alpha, v_{0\rightarrow} = v_0 \cos \alpha$, откуда находим окончательно

$$l_0 = \frac{C}{2} \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha. \quad (1.8)$$

Точное решение получается отсюда при $C = 2$. Используя «векторную» размерность (разные единицы длины в различных направлениях), мы сумели уловить зависимость дальности полета тела от угла вылета.

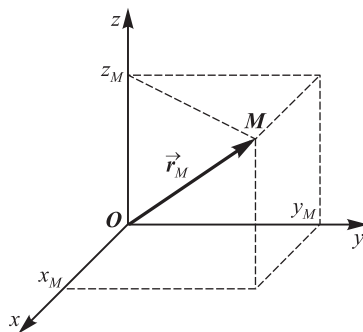
1.4 Система отсчета

Коль скоро мы говорим об измерениях расстояний и времени и выбрали соответствующие единицы (метры, секунды), мы должны условиться, относительно чего мы определяем эти пространственные и временные дистанции. Положение объекта может быть определено только по отношению к какому-то другим телам. Говорить о движении объекта, т. е. об изменении его положения, мы можем, только если указываем тела, относительно которых это положение определено. Такие тела, которые выбраны для определения положений всех остальных объектов, называются *телами отсчета*. В повседневной практике естественным телом отсчета является наша Земля. Но этот выбор не является единственно возможным. Часто удобно пользоваться другими телами отсчета, например Солнцем или звездами. По отношению к разным телам отсчета одни и те же объекты совершают различные движения. Достаточно вспомнить спор относительно двух астрономических систем — Птолемея и Коперника. Они, в сущности, отличались лишь телами отсчета, и выбор Коперником Солнца вместо Земли упростил описание движения планет.

Далее, на теле отсчета выделяют точку, называемую *началом отсчета*, и выбирают единицы измерения расстояний (в СИ — метры). После этого положение какой-либо точки M в пространстве может быть задано с помощью направленного отрезка (радиуса-вектора \vec{r}_M), соединяющего начало отсчета O с данной точкой M . Но вектор — абстрактно-математическое понятие, физическим смыслом оно наполняется, когда мы вводим *систему координат*. Это может быть декартова прямоугольная система — три взаимно перпендикулярных оси, точка пересечения которых совмещена с началом отсчета. В этом случае радиус-вектор задается тремя проекциями x_M, y_M, z_M данной точки M на оси (рис. 1.3), которые называются *компонентами* вектора \vec{r}_M . Это может быть сферическая, цилиндрическая или любая другая система координат, где тот же радиус-вектор \vec{r}_M будет задан тройкой других чисел. Число «три» — размерность нашего пространства, т. е. число независимых координат, необходимых для определения положения точки.

Для отсчета времени нам необходимы какие-то периодические процессы, происходящие в природе или устройствах, созданных человеком. Такие процессы мы будем называть *часами*. И здесь надо условиться о выборе *начала отсчета времени* (можно отсчитывать время от сотворения мира, или от основания Рима, или от Рождества Христова, или от бегства Магомета из Мекки в Медину и т. д.). В отличие от трехмерного пространства время одномерно, поэтому в дополнение к началу отсчета времени достаточно выбрать лишь единицы измерения (секунды).

Рис. 1.3. Положение точки M задается радиусом-вектором \vec{r}_M , имеющим компоненты x_M, y_M, z_M



◆ *Тело отсчета, снабженное системой координат и часами, называют системой отсчета.* ◆

В классической механике, которую сформулировал в современном виде Исаак Ньютон, предполагается абсолютный характер пространства и времени. Иначе говоря, в классической механике считается, что измеряемые расстояния и интервалы времени не зависят от системы отсчета. Скажем, если в системе отсчета, связанной с Землей, расстояние от Москвы до Таллина составляет 860 км, то предполагается, что таким же будет результат измерений, проведенных по отношению к системе отсчета, связанной со звездами. Эти положения, кажущиеся столь естественными, вытекают, строго говоря, только из нашего практического опыта, ограниченного сравнительно небольшими расстояниями, временами и малыми скоростями. Впоследствии они были пересмотрены теорией относительности.

1.5 Алгебра векторов

Как известно, бывают величины *скалярные*, не имеющие направления, а бывают *векторные*, которым кроме величины приписывается некое направление. Время — величина скалярная, а положение в пространстве надо задавать векторами. Недостаточно сказать, что этот учебник пишется в 860 км от Таллина. Этой информации не хватит, чтобы узнать, где именно: в Москве или, скажем, в Копенгагене. Отсюда ясно, что векторы должны играть важную роль в физике, и недаром векторное исчисление получило современный вид именно благодаря работам физиков (Дж. Гиббс). Кроме длины и направления, для векторов определяются операция умножения вектора на действительное число и операция сложения векторов, т. е. задается *векторная алгебра*.

Использование векторного исчисления удобно тем, что многие соотношения получаются в общем компактном виде и без особого труда могут быть трансформированы в соответствующие соотношения для любой системы координат. Соотношения между векторами остаются неизменными при смене начала отсчета или выборе иной системы координат. В этом разделе мы напомним некоторые правила *векторной алгебры*. Занимаясь сейчас физикой, мы не стремимся к точным математическим определениям.

Итак, любой вектор \vec{a} характеризуется своей длиной (модулем) a и направлением. Пусть нам дана какая-то декартова прямоугольная система координат. Любой вектор \vec{a} можно задать тремя компонентами $\{a_x, a_y, a_z\}$ — проекциями вектора на оси Ox, Oy, Oz .

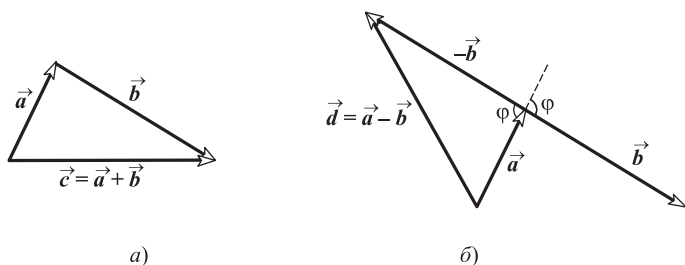


Рис. 1.4. Сумма векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ (а) и разность тех же векторов $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, которая может быть представлена как сумма \vec{a} и $-\vec{b}$ (б)

Длина вектора. Длиной (модулем) вектора \vec{a} называется число

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Длина вектора не меняется при поворотах системы координат.

Умножение вектора на число. Произведение вектора \vec{a} на число α дает новый вектор $\vec{b} = \alpha \vec{a}$ с компонентами $b_x = \alpha a_x$, $b_y = \alpha a_y$, $b_z = \alpha a_z$. Отсюда следует, во-первых, что длина вектора \vec{b} равна длине вектора \vec{a} , умноженной на абсолютное значение числа α : $|\alpha \vec{a}| = |\alpha| |\vec{a}|$. Во-вторых, векторы \vec{a} и $\alpha \vec{a}$ параллельны (коллинеарны) и имеют одно направление, если $\alpha > 0$, и противоположное, если $\alpha < 0$.

Единичный вектор. Единичный вектор \vec{n} — вектор с длиной, равной единице: $|\vec{n}| = 1$. Единичный вектор \vec{n}_a в направлении вектора \vec{a} равен $\vec{n}_a = \vec{a}/|\vec{a}|$. Особую роль играют единичные векторы вдоль положительных направлений осей Ox , Oy , Oz . Их обозначают \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} и называют *ортами*. Иногда оси маркируются цифрами (1,2,3), а орты обозначают как \vec{n}_1 , \vec{n}_2 , \vec{n}_3 . В соответствии с этими определениями вектор \vec{a} можно представить в виде суммы по ортам: $\vec{a} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z$.

Сложение векторов. Суммой векторов \vec{a} и \vec{b} называется вектор $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, компоненты которого равны сумме компонент обоих слагаемых: $c_x = a_x + b_x$, $c_y = a_y + b_y$, $c_z = a_z + b_z$. Отсюда следует геометрическое представление суммы векторов — правило параллелограмма (рис. 1.4,а). Аналогично определяется разность векторов $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ (рис. 1.4,б).

Скалярное произведение. Скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} — это *число* (обозначается $\vec{a} \cdot \vec{b}$), равное сумме произведений компонент: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$. Отсюда следует, что скалярное произведение вектора на себя $\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$ равно квадрату длины вектора: $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$. Второе следствие: скалярное произведение *коммутативно*: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$. Справедливо также соотношение $\vec{a} \cdot (\alpha \vec{b} + \beta \vec{c}) = \alpha \vec{a} \cdot \vec{b} + \beta \vec{a} \cdot \vec{c}$.

Скалярное произведение не зависит от поворота системы координат. Можно повернуть оси так, чтобы оба вектора лежали в плоскости xOy и ось Ox была направлена вдоль вектора \vec{a} . В этой повернутой системе координат векторы-сомножители имеют компоненты:

$$\vec{a} = |\vec{a}| \{1, 0, 0\}, \quad \vec{b} = |\vec{b}| \{\cos \varphi, \sin \varphi, 0\}.$$

Поэтому скалярное произведение может быть представлено в виде $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi$. Здесь φ — угол между векторами \vec{a} и \vec{b} . Если векторы ортогональны ($\varphi = \pi/2$, т. е. $\cos \varphi = 0$), то скалярное произведение равно нулю: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Обратно: если скалярное произведение равно нулю, то либо один из сомножителей — вектор нулевой длины, либо они ортогональны.

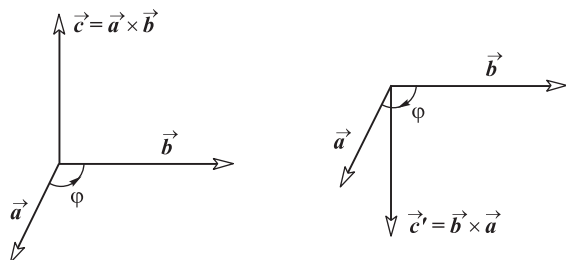


Рис. 1.5. Векторное произведение двух векторов — смена порядка сомножителей меняет знак векторного произведения: $\vec{c}' = -\vec{c}$

Приведем пример использования скалярного произведения. Возьмем разность двух векторов: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$. Возведем в квадрат обе части этого равенства:

$d^2 = a^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + b^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi$. Это теорема косинусов; в частном случае прямоугольного треугольника $\varphi = \pi/2$ из нее следует теорема Пифагора.

Векторное произведение. Векторным произведением двух векторов \vec{a} и \vec{b} называется *вектор* \vec{c} (обозначается как $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ или $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$) с компонентами

$$c_x = a_y b_z - b_y a_z, \quad c_y = a_z b_x - b_z a_x, \quad c_z = a_x b_y - b_x a_y.$$

Отсюда следует, что разложение векторного произведения по ортам может быть представлено в виде определителя

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}.$$

В векторном произведении важен порядок сомножителей: $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$. Справедливо соотношение:

$$\vec{a} \times (\beta \vec{b} + \gamma \vec{d}) = \beta \vec{a} \times \vec{b} + \gamma \vec{a} \times \vec{d}.$$

Чтобы понять, куда направлено векторное произведение и чему равна его длина, снова повернем систему координат так, чтобы плоскость осей xOy совпала с плоскостью векторов \vec{a}, \vec{b} и ось Ox была направлена вдоль вектора \vec{a} . Тогда $\vec{a} = |\vec{a}| \{1, 0, 0\}$, $\vec{b} = |\vec{b}| \{\cos \varphi, \sin \varphi, 0\}$. Подставляя эти значения в определитель для векторного произведения, получаем

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ |\vec{a}| & 0 & 0 \\ |\vec{b}| \cos \varphi & |\vec{b}| \sin \varphi & 0 \end{vmatrix} = \vec{k} |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi.$$

Это значит, что длина векторного произведения равна $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi$ и оно ортогонально обоим сомножителям \vec{a} и \vec{b} , причем направление его определяется по правилу буравчика (штопора): если ручка штопора вращается от первого сомножителя ко второму по кратчайшему пути, то штопор ввинчивается по направлению их векторного произведения (рис. 1.5).

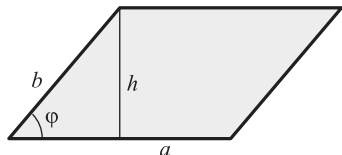


Рис. 1.6. Площадь параллелограмма

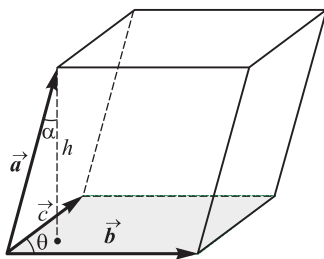


Рис. 1.7. Три вектора, определяющие параллелепипед

Геометрический смысл векторного произведения: если векторы \vec{a} и \vec{b} неколлинеарны, то абсолютная величина их векторного произведения равна площади параллелограмма, построенного на этих векторах как на сторонах.

Если множители векторного произведения коллинеарны ($\varphi = 0, \pi$), то векторное произведение равно нулю, так как $\sin \varphi = 0$. Обратно, из равенства $\vec{a} \times \vec{b}$ вытекает, что $\vec{a} \parallel \vec{b}$, либо один из векторов \vec{a}, \vec{b} равен нулю. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов $\vec{a} \parallel \vec{b}$ — равенство нулю их векторного произведения.

Высота h параллелограмма (рис. 1.6) равна $h = b \sin \varphi$, площадь параллелограмма S равна произведению основания a на высоту h : $S = ah = ab \sin \varphi$, что и доказывает утверждение.

Производная вектора. Производная вектора \vec{a} — это *вектор*, чьи компоненты равны производным от соответствующих компонентов \vec{a} . Например, вектор \vec{a} зависит от времени t . Тогда

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{i} \frac{da_x}{dt} + \vec{j} \frac{da_y}{dt} + \vec{k} \frac{da_z}{dt}.$$

Производные от скалярного и векторного произведений выглядят обычным образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \vec{a} \cdot \vec{b} &= \frac{d\vec{a}}{dt} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \frac{d\vec{b}}{dt}, \\ \frac{d}{dt} \vec{a} \times \vec{b} &= \frac{d\vec{a}}{dt} \times \vec{b} + \vec{a} \times \frac{d\vec{b}}{dt}. \end{aligned}$$

Подчеркнем, что порядок множителей важен только в векторном произведении.

Смешанное произведение. Смешанное произведение трех векторов — это скалярное произведение одного из них на векторное произведение двух других:

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) &= a_x(b_y c_z - b_z c_y) + a_y(b_z c_x - b_x c_z) + a_z(b_x c_y - b_y c_x) = \\ &= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Смешанное произведение по абсолютной величине равно объему параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ (рис. 1.7). Смешанное произведение не меняется при циклической перестановке векторов:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}).$$

Если какие-то два вектора коллинеарны, то смешанное произведение с любым третьим вектором равно нулю. Если три вектора компланарны (т. е. лежат в одной плоскости), то их смешанное произведение равно нулю.

Двойное векторное произведение. Двойное векторное произведение трех векторов — это векторное произведение одного из них на векторное произведение двух других:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}). \quad (1.10)$$

Для двойного векторного произведения справедлива формула Лагранжа («бац минус цаб»):

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}). \quad (1.11)$$

Можно доказать, что для любых трех векторов выполняется тождество Якоби:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{0}. \quad (1.12)$$

Контрольные вопросы

1. Как вы думаете, можно ли считать наукой астрологию с учетом ее подхода к вопросам «как» и «почему»?
2. Как сказано выше, единицу измерения времени (секунду) определяют сейчас по цезиевому стандарту. Скорость же света зафиксирована, так что метр определен как $1/(2,997\,924\,58 \cdot 10^8)$ расстояния, проходимого лучом света за 1 с. Почему специалисты не могли зафиксировать какое-либо более удобное значение скорости света, например, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с?
3. Общий вопрос, связанный с предыдущим. Выбирая стандарт какой-то единицы измерения, мы делаем его по определению неизменяемым. В чем тогда смысл требования точности и стабильности, предъявляемого к любому эталону единицы измерения?
4. Тело массой m брошено под углом к горизонту с начальной скоростью v . Ускорение силы тяжести g . С помощью анализа размерностей получите выражение для максимальной высоты подъема тела и дальности его полета. Объясните результат.
5. В некоей задаче требовалось найти энергию тела, причем в условии фигурировали следующие параметры: масса m , скорость v , ускорение g , высота h , время t . Пять студентов представили пять разных ответов: 1) mg^2t^2 , 2) mv^3/gh , 3) mg^2t , 4) \sqrt{gvt} , 5) mh^2 . Какие из них заведомо неверны? Размерность энергии $[E] = [ML^2T^{-2}]$.
6. Тело массой m колеблется на конце пружины с амплитудой A (т. е. путь, проходимый телом за период колебаний, равный $4A$). Используя анализ равномерностей, найти вид зависимости периода колебаний от величины m , A и коэффициента жесткости пружины k . Последний входит в закон Гука $F = -kx$, где F — сила, необходимая для растяжения пружины на длину x .
7. Что такое система отсчета?
8. Почему говорят, что Солнце восходит и заходит? Что в данном случае является телом отсчета?
9. Пассажир идущего скорого поезда смотрит в окно на вагоны встречного поезда. В тот момент, когда мимо прошел последний вагон встречного поезда, пассажиру показалось, что его движение замедлилось. Почему?

Данный учебник открывает двухтомное издание «Основы физики» и входит в единый комплект, включающий также сборник задач и упражнений тех же авторов. Предыдущее издание учебника в составе других учебных материалов выдвинуто на соискание премии Правительства Российской Федерации в области образования. Настоящее издание переработано и существенно дополнено. В первом томе, помимо основных законов механики, термодинамики и электромагнетизма, представлены многие другие интересные темы, которые обычно не включаются в учебники.

Учебник соответствует программе дисциплины «Физика» для естественно-научных и технических университетов и не имеет аналогов по фундаментальности подхода, с одной стороны, и по живости и доступности изложения, с другой.

КАЛАШНИКОВ Николай Павлович. Профессор, доктор физико-математических наук, заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой общей физики Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» (НИЯУ МИФИ). Автор более 380 научных трудов и 14 монографий.



Основными направлениями научных исследований профессора Калашникова являются: ядерная физика, взаимодействия быстрых заряженных частиц с веществом, физика твердого тела в экстремальных состояниях.

С 2012 г. является директором агентства по аккредитации образовательных программ инженерных специальностей.

СМОНДЫРЕВ Михаил Александрович. Профессор, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ, Дубна), профессор Московского авиационного института (Национального исследовательского университета).



В сферу научных интересов входят вопросы теории элементарных частиц и твердого тела. Автор и переводчик целого ряда научно-популярных книг и статей.

Лауреат премии Ленинского комсомола и премий ОИЯИ - Международной межправительственной научно-исследовательской организации.