

Содержание

Введение	5
Перечень используемых сокращений	6
Глава 1. Основы теории компьютерной схемотехники	8
1.1. Информационные основы компьютерной схемотехники	8
1.2. Арифметические основы компьютерной схемотехники	16
1.3. Логические основы компьютерной схемотехники	38
1.4. Основные характеристики цифровых микросхем	49
Глава 2. Элементы компьютерной схемотехники	63
2.1. Логические элементы — диодные, транзисторные, ИИЛ и ДТЛ	63
2.2. Транзисторно-транзисторные логические элементы	71
2.3. Логические элементы эмиттерно-связной логики	81
2.4. Логические элементы на МОП-транзисторах	84
2.5. Импульсная и потенциально-импульсная системы элементов	91
2.6. Магнитная схемотехника	95
2.7. Асинхронные и синхронные RS-триггеры	101
2.8. Триггеры типов JK, T, D и DV	108
Глава 3. Последовательностные (накапливающие) узлы компьютерной схемотехники	117
3.1. Регистры	117
3.2. Счетчики	126
Глава 4. Комбинационные функциональные узлы компьютерной схемотехники	139
4.1. Дешифраторы	139
4.2. Шифраторы	145
4.3. Мультиплексоры и демультимплексоры	149
4.4. Схемы сравнения и контроля	155
4.5. Преобразователи кодов	164
4.6. Двоичные сумматоры	171
4.7. Двоично-десятичные сумматоры	184
Глава 5. Цифро-аналоговые и аналого-цифровые преобразователи	188
5.1. Цифро-аналоговые преобразователи	188
5.2. Аналого-цифровые преобразователи	194
Глава 6. Основы компьютерной техники	200
6.1. Общая характеристика компьютерной техники и короткая история ее развития	200
6.2. Архитектура и структура компьютеров	201
6.3. Принцип программного управления	204
6.4. Основные характеристики компьютеров	206
6.5. Поколения компьютеров	207
Глава 7. Память компьютеров	210
7.1. Общая характеристика памяти	210
7.2. Основные структуры полупроводниковой памяти	216
7.3. Кэш-память	220
7.4. Постоянная память	224
7.5. Флэш-память	232
7.6. Статические запоминающие устройства	237
7.7. Динамическая память	240

Глава 8. Арифметико-логические устройства и устройства управления	251
8.1. Классификация арифметико-логических устройств	251
8.2. Языки описания операционных устройств	253
8.3. Устройства управления.....	255
8.4. Управляющие автоматы со схемной логикой.....	258
8.5. Структурный синтез управляющего автомата со схемной логикой.....	261
8.6. Синтез микропрограммного автомата с программируемой логикой	263
8.7. Центральное устройство управления.....	269
Глава 9. Проектирование специализированных арифметико-логических устройств	273
9.1. Реализация операции сложения.....	273
9.2. Реализация операции вычитания	281
9.3. Реализация операций сложения и вычитания	287
9.4. Реализация операции умножения.....	295
9.5. Реализация операции деления.....	304
Глава 10. Микропроцессоры	319
10.1. Общая характеристика процессоров и микропроцессоров.....	319
10.2. Однокристалльные восьмиразрядные микропроцессоры.....	331
10.3. Однокристалльные шестнадцатиразрядные микропроцессоры.....	364
10.4. Арифметические сопроцессоры.....	372
10.5. Суперскалярные 32-разрядные микропроцессоры с CISC-архитектурой.....	374
10.6. Суперскалярные микропроцессоры с RISC-архитектурой.....	386
Глава 11. Интерфейсы микропроцессорных систем	391
11.1. Общая характеристика микропроцессорных систем	391
11.2. Общая характеристика интерфейсов	397
11.3. Интерфейсные микросхемы.....	402
11.4. Программируемые интерфейсные контроллеры.....	413
Глава 12. Проектирование печатных плат	430
12.1. Основные определения.....	430
12.2. Виды печатных плат и кабелей.....	430
12.3. Материалы для печатных плат	432
12.4. Входной контроль и механическая обработка печатных плат	433
12.5. Чертеж печатной платы.....	435
12.6. Изготовление оригиналов и фотошаблонов	442
12.7. Типовые процессы изготовления печатных плат.....	448
12.8. Последовательность технологических процессов изготовления печатных плат	450
Список литературы	453
Приложения	456
А. Соотношения размеров условных графических обозначений на модульной сетке	456
Б. Обозначения функций элементов, меток выводов	457
В. Примеры чертежей печатной платы.....	463
Г. Условные графические обозначения элементов цифровой техники	466
Д. Перечень стандартов	471
Е. Словарь общих терминов.....	473

Введение

Компьютерная схемотехника — это научно-техническая дисциплина, которая изучает теоретические методы анализа и синтеза схем компьютеров (электронных вычислительных машин) и способы их технической реализации. Развитие компьютерной схемотехники является основой совершенствования архитектуры компьютеров, качественного повышения их производительности и надежности, существенного уменьшения весогабаритных показателей. Компьютеры широко используются в различных отраслях народного хозяйства.

Цель применения компьютеров заключается в информатизации общества — обеспечении повсеместного использования автоматизированных методов сбора, передачи, обработки и хранения информации. Решение проблемы информатизации обеспечивает выход страны на новый уровень цивилизации.

Данное учебное пособие предназначено для студентов, которые обучаются по специальностям “Компьютерные системы и сети”, “Информационные управляющие системы и технологии”, “Программное обеспечение автоматизированных систем”. Здесь нашли отражение результаты методологических исследований по оптимизации учебного процесса, полученные на кафедре вычислительной техники Института компьютерных технологий Национального авиационного университета Украины.

В пособии изложены информационные, арифметические, логические и схемотехнические основы компьютерной схемотехники. Рассмотрены элементы и типовые функциональные узлы, а также основные устройства компьютеров: электронная память, арифметико-логические, управления и системы ввода/вывода информации. В сжатой форме представлены характеристики процессоров, микропроцессоров и компьютеров, даны определения, классификация, основные области их применения. Рассмотрен также процесс проектирования печатных плат.

Авторы благодарны рецензентам — директору Института проблем моделирования в энергетике НАН Украины, члену-корреспонденту НАН Украины, профессору В. Ф. Евдокимову и заведующему кафедры “Вычислительная техника” НТУУ “КПИ”, доктору технических наук, профессору Г. М. Луцкому за ценные замечания.

Авторы выражают благодарность кандидату технических наук А. А. Бабич за помощь в подготовке книги к изданию, а также ответственному редактору издательства “МК-Пресс” Юрию Шпаку, выполнившему всю работу по обработке авторского материала.

Перечень используемых сокращений

А	аккумулятор
АК	арифметический канал
АЛБ	арифметико-логический блок
АЛУ	арифметико-логическое устройство
АЦП	аналого-цифровой преобразователь
АШ	арбитр шины
БАД	буфер адреса данных
БМУ	блок местного управления
БИС	большая интегральная схема
БИФ	блок интерфейса
ВЗУ	внешнее ЗУ
ГПК	гибкий печатный кабель
ГПП	гибкая печатная плата
ГТИ	генератор тактовых импульсов
ДПП	двусторонняя печатная плата
ЕСКД	единая система конструкторской документации
ЕСПД	единая система программной документации
ЗГ	задающий генератор
ЗУ	запоминающее устройство
И ² Л	интегральная инжекционная логика
ИМС	интегральная микросхема
КВВ	канал ввода-вывода
КМОП	комплементарная МОП-структура
КОП	код операции
КПДП	контроллер ПДП
КПР	контроллер прерываний
КПТО	комплекс программ технического обслуживания
КШ	контроллер шины
МЕП	структура “металл–полупроводник”
МИС	малая интегральная схема
МК	микрокоманда
МНОП	структура “металл–нитрид–оксид–полупроводник”
МОП	структура “металл–оксид–полупроводник”
МП	микропроцессор
МПА	микропрограммный автомат
МПК	микропроцессорный комплект
МПП	многослойная печатная плата
МПС	микропроцессорная система
МЦ	машинный цикл
МЭТ	многоэмиттерный транзистор
СБИС	сверхбольшая интегральная схема
НГМД	накопитель на гибких магнитных дисках
НЖМД	накопитель на жестких магнитных дисках
НМЛ	накопитель на магнитных лентах
НОД	накопитель на оптических дисках
ОА	операционный автомат
ОЗУ	оперативное ЗУ
ОК	открытый коллектор
ОП	оперативная память
ОПП	односторонняя печатная плата

ОС	операционная система
ОУ	операционный усилитель
ПД	переключатель Джозефсона
ПДП	прямой доступ к памяти
ПЗУ	постоянное ЗУ
ПМК	память микрокоманд
ПУ	периферийное (внешнее) устройство
ППА	программируемый параллельный адаптер
ППЗУ	программируемое ПЗУ
ППИ	программируемый последовательный интерфейс
ППП	пакеты прикладных программ
ПТ	программируемый таймер
ПЭВМ	персональная ЭВМ
РОН	регистр общего назначения
РПЗУ-ЭС	репрограммируемое ПЗУ с электрическим стиранием
РПЗУ-УФ	репрограммируемое ПЗУ со стиранием данных ультрафиолетовым лучом
РТ	распределитель тактов
СДНФ	совершенная дизъюнктивная нормальная форма
СКНФ	совершенная конъюнктивная нормальная форма
СИС	средняя интегральная схема
СОИ	система обработки информации
СУП	схема ускоренного переноса
СШ	системная шина
ТЗ	техническое задание
ТЛ	транзисторная логика
ТТЛ	транзисторно-транзисторная логика
ТТЛШ	транзисторно-транзисторная логика с диодами Шотки
УА	управляющий автомат
УВВ	устройство ввода-вывода информации
УВв	устройство ввода информации
УВыв	устройство вывода информации
УГО	условное графическое обозначение
УУ	устройство управления
ФАМК	формирователь адреса МК
ЦАП	цифро-аналоговый преобразователь
ЦП	центральный процессор
ЦУУ	центральное устройство управления
ША	шина адреса
ШВВ	шина ввода-вывода
ШД	шина данных
ШУ	шина управления
ЭВМ	электронная вычислительная машина
ЭП	элемент памяти; эмиттерный повторитель
ЭСЛ	эмиттерно-связная логика

Глава 1

Основы теории компьютерной схемотехники

1.1. Информационные основы компьютерной схемотехники

1.1.1. Информатика, информация, сигналы и их представление

Широкое применение компьютеров способствует научно-техническому развитию страны. Сфера использования компьютеров охватывает практически все виды человеческой деятельности.

Компьютер — это программно управляемая физическая система, предназначенная для алгоритмической обработки информации, представленной сигналами.

В широком смысле слова информация является отражением реального мира. Информация — это единственный неубывающий ресурс жизнеобеспечения. Более того: ее объем в настоящее время удваивается ежегодно. Информация, подготовленная для обработки на компьютерах, называется **данными**.

Информационный процесс включает в себя такие этапы:

1. сбор информации от различных источников и представление ее в форме, необходимой для ввода в компьютер;
2. передачу (пересылку) информации от источника к приемнику;
3. хранение — процесс передачи информации во времени;
4. обработку — систематическое выполнение операций над данными;
5. выдачу результата обработки пользователю.

На всех этих этапах используют средства компьютерной схемотехники. К информации предъявляют следующие требования:

- корректность (однозначность восприятия);
- ценность (полезность) и оперативность (актуальность);
- точность, достоверность и устойчивость (способность реагировать на изменения исходных данных);
- достаточность (полнота) — наличие минимально необходимого объема информации для принятия правильного решения.

Структуру и общие свойства информационных процессов изучают в информатике, которая включает:

- теорию информации;
- алгоритмические, программные и компьютерные средства обработки информации;

- архитектуру компьютеров, системы искусственного интеллекта, вычислительные сети и т.д.

В теории информации изучают процессы передачи, преобразования и хранения информации, в том числе:

- методы определения количества информации в сообщении;
- рациональные способы представления информации с помощью различных символов (букв, цифр и т.д.);
- способы формирования, обнаружения и оценки параметров информационных процессов.

Упорядоченную последовательность символов (букв, цифр, математических знаков, предназначенных для передачи информации), закодированную в материальной форме, называют **сообщением**.

Информационное сообщение всегда связано с источником и приемником информации, соединенных каналом передачи (рис. 1.1).

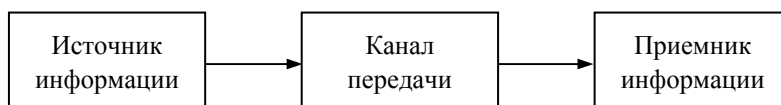


Рис. 1.1. Информационная модель канала передачи

Источником и приемником информации могут быть как люди, так и технические устройства (компьютеры, датчики, индикаторы и др.). **Каналом передачи** (связи) называется совокупность устройств, имеющих один вход и один выход, предназначенных для передачи информации на расстояния. Сообщения могут иметь различные формы: звука, текста, изображения, электрического напряжения от датчиков (например, от термопар).

Информационные сообщения размещают на машинных носителях информации. **Носитель информации** — это любая запоминающая предметная среда, предназначенная для записи и хранения информации с целью ее непосредственного ввода в компьютер. Носитель информации является промежуточным звеном между компьютером и первичным документом, содержащим числовые данные, текстовые материалы, схемы, графики, различные измерения.

Хранение сообщений — это, как правило, три вида операций: запись, собственно хранение и считывание. Информация записывается в носитель посредством изменения физических или механических свойств запоминающей среды. Данные считываются посредством преобразования их в электрические сигналы. Считают, что в носителе информации сигнал хранится в закодированной форме.

Носители информации различаются по следующим признакам:

- средой накопления: непрерывные (магнитные ленты и диски) и дискретные, где каждой хранимой единице данных отводится свой дискретный участок или элемент (ферритовые сердечники, перфокарты, перфоленты, триггеры, криотроны и т.д.);
- типом материала: бумага с текстом или рисунком; бумажные перфоленты, перфокарты; магнитные пленки, магнитные ленты и диски; полупроводниковые схемы памяти;

- способом считывания данных: механические, оптические, магнитные, электрические;
- конструктивным исполнением: ленточные, дисковые, электронные и др.

Для передачи информации от источника к приемнику сообщение преобразовывают в сигналы. Согласно ДСТУ 2938–94 “**сигнал** — это изменение физической величины, используемой для передачи данных”. Таким образом, сигнал образуется на основе некоторой физической величины (электромагнитные или акустические колебания, электрическое напряжение и др.), традиционно называемой энергетическим носителем, и изменения одного или нескольких ее параметров (амплитуды, частоты, фазы, длительности и др.) по закону передаваемой информации. Считают, что сигнал — это материально-энергетическое воплощение сообщения. Посредством совокупности сигналов можно представить любое сложное сообщение. Сигнал может преобразовываться без изменения смысла информации из одной физической величины в другую, более удобную для передачи по каналу связи и обработки в схемах компьютера. Изменение параметров физической величины по закону передаваемого сообщения называют **модуляцией**, а изменяемые параметры — **информативными**.

Сигналы классифицируют по таким признакам:

- степени определенности ожидаемых значений — случайные и детерминированные;
- структуре временного изменения — непрерывные и дискретные;
- роли переданной информации в компьютеры — адреса, данные и управления;
- особенностям спектрального представления — низкочастотные и высокочастотные, узкополосные и широкополосные;
- способу преобразования — кодированные, декодированные, усиленные, дискретизированные и т.д.;
- принадлежности к виду связи — телеграфные, телефонные, радиолокационные, междумашинные и внутримашинные;
- характеру изменения кодированных сигналов в синхронизированные моменты времени — потенциальные и импульсные.

В процессе передачи сигналов от источника к приемнику физические величины и способы их модуляции могут многократно изменяться, но содержание сообщения остается неизменным, поскольку оно определяется только законом модуляции.

Для информационного обмена используют знаки различного ранга:

- первый ранг — символы. **Символ** — это элементарная единица сообщения. Если число различных символов ограничено, то их совокупность называют алфавитом (например, буквы латинского алфавита, двоичные символы 0 и 1 — в технических устройствах);
- второй ранг — **слова** (группы символов), из которых строятся фразы и выражения.

В общем случае способ формализованного описания различных сигналов (и соответственно сообщений) называется **представлением информации**. В теории информации рассматривают не физическое, а математическое представление сиг-

налов, то есть их описание с помощью различных функций, формул, графиков, законов распределения вероятностей.

Наиболее распространенными способами представления сигналов являются временной, спектральный, статистический. Во многих случаях информация о протекании некоторого физического процесса поступает от соответствующих датчиков в виде электрических сигналов, которые непрерывно изменяются во времени. Различают следующие разновидности сигналов, описываемых временной функцией $y(t)$.

1. Непрерывная функция непрерывного аргумента в интервале времени $0 \leq t \leq t_k$ (рис. 1.2, а).
2. Дискретная функция непрерывного аргумента (рис. 1.2, б). Значения, принимаемые функцией $y(t)$, образуют дискретный ряд чисел y_i , $i = 1, 2, \dots, k$. Значение аргумента может быть любым в заданном интервале времени $0 \leq t \leq t_k$. Преобразование непрерывной функции $y(t)$ в дискретное множество значений y_i называется **квантованием по уровню**.
3. Непрерывная функция дискретного аргумента (рис. 1.2, в). Значения функции $y(t)$ определяются только на дискретном множестве t_i , $i = 1, 2, \dots, k$. Функция $y(t_i)$ может принимать любые значения в заданном диапазоне. Преобразование функции $y(t)$ непрерывного аргумента t в функцию $y(t_i)$ дискретного аргумента t_i называется **дискретизацией (квантованием) во времени**.
4. Дискретная функция дискретного аргумента (рис.1.2, г). Значения, принимаемые функцией и аргументом, образуют дискретные ряды чисел y_0, y_1, \dots, y_k и t_0, t_1, \dots, t_k .

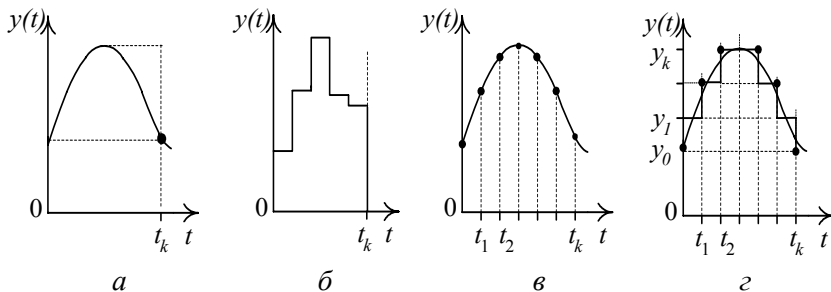


Рис. 1.2. Математическое представление сигналов

Первая из рассмотренных разновидностей описывает непрерывные (аналоговые) сигналы, вторая и третья — дискретно-непрерывные, а четвертая — чисто дискретные. Совместное применение дискретизации и квантования позволяет преобразовывать непрерывную функцию в чисто дискретную.

Согласно теореме Котельникова сигнал, описываемый функцией с ограниченным спектром, определяется своими дискретными значениями, которые отсчитываются через интервалы времени $t = 1/2F_c$, где F_c — ширина спектра. Таким образом, сигнал $y(t)$ можно передавать отдельными мгновенными значениями, которые отсчитываются через конечный интервал времени. По этим значениям компьютер полностью восстанавливает первичный непрерывный сигнал.

К дискретно-непрерывным функциям относят также время-импульсное представление первичного сигнала $y(t)$ прямоугольными импульсами с непрерывным информативным параметром t_i/T , где t_i — длительность импульсов, пропорциональ-

ная значению сигнала; T — период повторения импульсов (рис. 1.3, а).

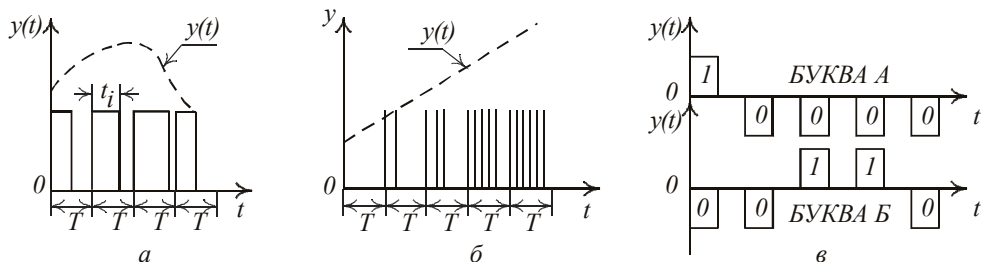


Рис. 1.3. Представление сигналов:

а — время-импульсное; б — число-импульсное; в — импульсно-кодовое

При число-импульсном представлении (рис.1.3, б) информативным параметром является количество импульсов за период. В телеграфной связи используют импульсно-кодовое представление символов. Например, в коде Бодо передачу символов реализуют последовательной посылкой во времени пяти импульсов разной полярности, как показано на рис. 1.3, в для букв А и Б.

В компьютерной схемотехнике используют разрядно-цифровое (или просто цифровое) кодирование, в котором первичный сигнал представляется группой символов, отображающих значения цифр 0 и 1 двоичной системы счисления электрическими сигналами, например, импульсами. Наличие импульса соответствует цифре 1, отсутствие — 0. Разряды двоичного числа характеризуются весом, кратным степени двойки — 1, 2, 4, 8, ... (в направлении от младших к старшим разрядам), например, для четырехразрядного двоичного числа имеем:

$$\begin{aligned} x &= x_3 \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot x_0 = x_3 \cdot 2^3 + x_2 \cdot 2^2 + x_1 \cdot 2^1 + x_0 \cdot 2^0 = \\ &= x_3 \cdot 8 + x_2 \cdot 4 + x_1 \cdot 2 + x_0 \cdot 1 \end{aligned}$$

Если двоичное число $x_2 = 1101$, то получим следующий десятичный эквивалент:

$$x_{10} = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 13$$

Цифровой код передают последовательно во времени (**последовательный код**) с помощью одного канала передачи (рис. 1.4, а) или одновременно (**параллельный код**) с помощью многоканальной передачи (рис.1.4, б).

На практике последовательный код используют при передаче информации на большие расстояния (например, между компьютерами), а параллельный код — при передаче информации на малые расстояния (например, внутримашинные).

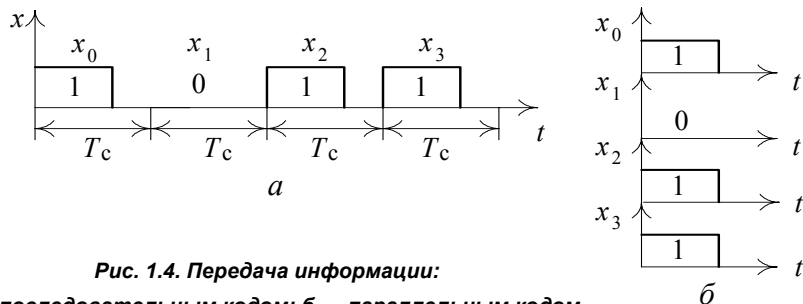


Рис. 1.4. Передача информации:

а — последовательным кодом; б — параллельным кодом

1.1.2. Информационные меры

В теории передачи и преобразования информации установлены информационные меры количества и качества информации — семантические, структурные, статистические.

Семантический подход позволяет выделить полезность или ценность информационного сообщения. В структурном аспекте рассматривают строение массивов информации и их измерение простым подсчетом информационных элементов или комбинаторным методом. Структурный подход используют для оценки возможностей информационных систем вне зависимости от условий их применения. При использовании структурных мер информации учитывают только дискретное строение сообщения, количество содержащихся в нем информационных элементов, связей между ними. При структурном подходе различают геометрическую, комбинаторную и аддитивную меры информации.

Геометрическая мера определяет параметры геометрической модели информационного сообщения (длина, площадь, объем) в дискретных единицах. Эту меру применяют как для оценки информационной емкости всей модели, так и для оценки количества информации в одном сообщении.

В комбинаторной мере количество информации I определяют количеством комбинаций элементов (символов), которые совпадают с числом:

- сочетаний из q элементов по n :

$$I = \frac{q!}{n!(q-n)!},$$

например, для множества цифр 1, 2, 3, 4 можно составить шесть сочетаний по две цифры: 12, 13, 14, 23, 24, 34;

- перестановок $I = q!$, например, для множества букв a, b, c можно получить шесть перестановок: $abc, acb, bac, bca, cab, cba$;
- размещений с повторениями из q элементов по n :

$$I = q^n.$$

Например, для $q = 0, 1$ и $n = 3$ имеем: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111.

Широкое распространение получила аддитивная мера. Пусть N — число равновероятных сообщений, n — их длина, q — число букв алфавита, используемого для передачи информации. Количество возможных сообщений длины n равняется числу размещений с повторениями

$$N = q^n. \quad (1.1)$$

Эту меру наделяют свойством аддитивности, чтобы она была пропорциональна длине сообщения и позволяла складывать количество информации ряда источников. Для этого Хартли предложил логарифмическую функцию как меру количества информации:

$$I = \log N = n \log q. \quad (1.2)$$

Количество информации, которое приходится на один элемент сообщения, называется **энтропией**:

$$H = \frac{I}{n} = \log q. \quad (1.3)$$

Основание логарифма зависит от выбора единицы количества информации. Если для алфавита используют двоичные цифры 0 и 1, то за основание логарифма принимают $q = 2$, в результате чего $I = n \log_2 2 = n$. При длине $n = 1$ получают $I = 1$ и это количество информации называют **битом**.

Передача сообщения длиной $n = 1$ эквивалентна выбору одного из двух возможных равновероятных сообщений — одно из них равно единице, другое — нулю. Двоичное сообщение длины n содержит n битов информации. Если основание логарифма равно 10, то количество информации измеряется в десятичных единицах — **дитах**, причем 1 дит = 3,32 бита. Например, текст составлен из 32 букв алфавита и передается последовательно по телетайпу в двоичном коде. При этом количество информации $I = \log_2 N = \log_2 32 = 5$ битов. Далее используются логарифмы с основанием два.

В общем случае сообщения появляются с разной вероятностью. Статистическая мера использует вероятностный подход к оценке количества информации. Согласно Шеннону каждое сообщение характеризуется вероятностью появления, и чем она меньше, тем больше в сообщении информации. Вероятность конкретных типов сообщений устанавливают на основе статистического анализа.

Пусть сообщения образуются последовательной передачей букв некоторого алфавита $x_1, \dots, x_i, \dots, x_q$ с вероятностью появления каждой буквы $p(x_1) = p_1, \dots, p(x_i) = p_i, \dots, p(x_q) = p_q$, при этом выполняется условие: $p_1 + \dots + p_i + \dots + p_q = 1$.

Множество с известным распределением элементов называют **ансамблем**. Согласно Шеннону количество информации, которое содержится в сообщении x_i , рассчитывают по формуле

$$I(x_i) = \log \frac{1}{p_i}. \quad (1.4)$$

Для абсолютно достоверных сообщений $p_i = 1$, количество информации $I(x_i) = 0$; при уменьшении значения p_i количество информации увеличивается.

Пусть в ансамбле все буквы алфавита $x_1, \dots, x_i, \dots, x_q$ — равновероятны, то есть $p_1 = p_2 = \dots = p_q = 1/q$, и статистически независимы. Тогда количество информации в сообщении длиной n букв с учетом выражения (1.4)

$$I = \sum_{i=1}^n I(x_i) = \sum_{i=1}^n \log \frac{1}{p_i} = \log \frac{1}{p_1} + \dots + \log \frac{1}{p_n} = n \log q,$$

что совпадает с мерой Хартли в соответствии с выражениями (1.1) и (1.2).

Согласно Шеннону информация — это снятие неопределенности, что понимают следующим образом. До опыта событие (например, появление буквы x_i) характеризуют малой начальной вероятностью p_n , которой соответствует большая неопределенность. После опыта неопределенность уменьшается, поскольку конечная вероятность $p_k > p_n$. Уменьшение неопределенности рассчитывают как разность между начальным I_n и конечным I_k значениями количества информации. Например, для $p_n = 0,1$ и $p_k = 1$ получим:

$$\Delta I = I_n - I_k = \log \frac{1}{p_n} - \log \frac{1}{p_k} = \log 10 - \log 1 = 3,32 \text{ бит.}$$

Пусть сложное сообщение характеризуется алфавитом из букв x_1, x_2, \dots, x_q , их вероятностями p_1, p_2, \dots, p_q и частотой появления каждой буквы m_1, m_2, \dots, m_q . Все сообщения статистически независимы, при этом $m_1 + m_2 + \dots + m_q = m$. Общее количество информации для всех q типов сообщений с учетом выражения (1.4)

$$I_{\Sigma} = \sum_{i=1}^q m_i \log \frac{1}{p_i}.$$

Среднее значение количества информации на одно сообщение (энтропия) согласно формуле Шеннона

$$H = \frac{I_{\Sigma}}{m} = \sum_{i=1}^q \frac{m_i}{m} \log \frac{1}{p_i} = \sum_{i=1}^q p_i \log \frac{1}{p_i}, \quad (1.5)$$

где при большом значении m отношение m_i/m характеризует вероятность p_i каждой буквы. Выражение $\log 1/p_i$ рассматривают как частную энтропию, которая характеризует информативность буквы x_i , а энтропию H — как среднее значение частных энтропий. При малых значениях p_i частная энтропия велика, а с приближением p_i к единице она приближается к нулю (рис.1.5, а).

Функция $\eta = (p_i) = p_i \log 1/p_i$ отражает вклад буквы x_i в энтропию H . Как видим, при $p_i = 1$ эта функция равна нулю, затем возрастает до своего максимума и при уменьшении p_i приближается к нулю. Функция $\eta(p_i)$ при значении $p_i = 0,37$ имеет максимум 0,531.

Интерес представляют сообщения с использованием двухбуквенного алфавита x_1 и x_2 (например, цифры 0 и 1). Поскольку при $q = 2$ вероятность букв алфавита $p_1 + p_2 = 1$, то можно положить, что $p_1 = p$ и $p_2 = 1 - p$. Тогда энтропию определяют соотношением

$$H = \eta(p_1) + \eta(p_2) = p \log \frac{1}{p} + (1 - p) \log \frac{1}{(1 - p)},$$

график которой показан на рис.1.5, б. Он образуется суммированием двух графиков, определяющих энтропию каждой из двух букв. Из графиков видно, что при $p = 0$ или $p = 1$ энтропия равна нулю и неопределенность полностью снимается. Это означает, что с вероятностью, равной единице, можно знать, каким будет следующее сообщение.

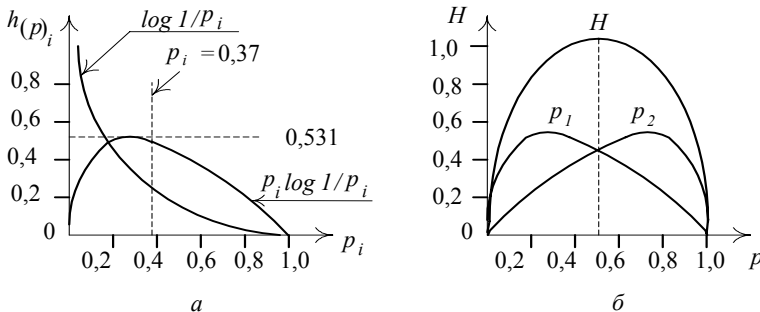


Рис. 1.5. Графики функции H :

а — для частной энтропии; б — для двоичных сообщений

Энтропия двухбуквенных сообщений достигает максимального значения, равного 1 биту, при $p = 0,5$, и ее график симметричен относительно этого значения. Это тот случай, когда наиболее трудно предугадать, какое сообщение будет следующим, — то есть ситуация наиболее неопределенная.

В общем случае энтропия обладает следующими свойствами.

1. Энтропия — величина вещественная, непрерывная, ограниченная и неотрицательная.
2. Энтропия равна нулю, если сообщение заранее известно. В этом случае некоторое сообщение задано с вероятностью $p_i = 1$, а вероятность остальных равна нулю.
3. Энтропия максимальна, если все сообщения равновероятны: $p_1 = p_2 = \dots = p_q = 1/q$. В этом случае на основании выражения (1.5) получим:

$$H_{\max} = \sum_{i=1}^q p_i \log \frac{1}{p_i} = \sum_{i=1}^q \frac{1}{q} \log q = \log q,$$

что совпадает с выражением (1.3). В этом случае оценки количества информации по Хартли и Шеннону совпадают.

4. При неравных вероятностях количество информации по Шеннону меньше меры Хартли.
5. При объединении энтропий двух независимых источников сообщений их энтропии складываются.

В компьютере наименьшей возможной единицей объемной (геометрической) меры информации является бит. Объем (или емкость) информации вычисляется по количеству двоичных символов 0 и 1, записанных в памяти компьютера. При этом возможно только целое число битов в отличие от вероятностного подхода, где может быть и нецелое число.

Для удобства использования введены также единицы количества информации, превышающие бит. Так, двоичное слово из восьми символов содержит 1 **байт** информации, 1024 байт составляют **килобайт** (Кбайт), 1024 Кбайт — **мегабайт** (Мбайт) и 1024 Мбайт — **гигабайт** (Гбайт); при этом $1024 = 2^{10}$.

Между объемным и вероятностным количествами информации соотношение неоднозначное. Если сообщение допускает измерение количества информации и объемно и вероятностно, то они не обязательно совпадают. При этом вероятностное количество не может быть больше объемного. В дальнейшем тексте количество информации понимается в объемном значении.

1.2. Арифметические основы компьютерной схемотехники

1.2.1. Принципы построения системы счисления

Числовая информация в компьютерах характеризуется:

- системой счисления (двоичная, десятичная и др.);
- видом числа (числа вещественные, комплексные, массивы);
- типом числа (смешанное, целое, дробное);

- формой представления числа (место запятой) — с природной (переменной), фиксированной, плавающей запятой;
- разрядной сеткой и форматом числа;
- диапазоном и точностью представления чисел;
- способом кодирования отрицательных чисел — прямым, обратным и дополнительным кодами;
- алгоритмами выполнения арифметических операций.

Системой счисления называется совокупность цифр и правил для записи чисел. Запись числа в некоторой системе счисления называется его **кодом**. Все системы счисления делятся на позиционные и непозиционные. Для записи чисел в позиционной системе счисления используют определенное количество графических знаков (цифр и букв), которые отличаются один от другого. Число таких знаков q называют **основанием позиционной системы счисления**. В компьютерах используют позиционные системы с разным основанием.

Система счисления с основанием два (цифры 0 и 1) называется **двоичной**, система счисления с основанием три (цифры 0, 1, 2) — **троичной** и т.д. В системах счисления с основанием меньше десяти используют десятичные цифры, а для основания больше десяти добавляют буквы латинского алфавита — A, B, C, D, E, F . Далее в обозначениях в случае необходимости пишут десятичный индекс, равный применяемому основанию системы счисления (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Основание q	Система счисления	Знаки
2	Двоичная	0, 1
3	Троичная	0, 1, 2
5	Пятеричная	0, 1, 2, 3, 4
8	Восьмеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
10	Десятичная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
16	Шестнадцатеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

В позиционных системах счисления значение каждой цифры определяется ее изображением и позицией в числе. Отдельные позиции в записи числа называют **разрядами**, а номер позиции — номером разряда. Число разрядов в записи числа называется его **разрядностью** и совпадает с длиной числа.

В непозиционных системах счисления значение каждой цифры не зависит от ее позиции. Самой известной непозиционной системой является римская, в которой используются семь знаков — I, V, X, L, C, D, M , соответствующих таким значениям:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Например: III — 3; LIX — 59; DLV — 555.

Недостатком непозиционной системы является отсутствие нуля и формальных правил записи чисел и соответственно арифметических действий с ними (хотя по традиции римскими числами часто пользуются при нумерации глав в книгах, веков в истории и др.). Система счисления должна обеспечивать:

- возможность представления любого числа в заданном диапазоне;

- однозначность, сжатость записи числа и простоту выполнения арифметических операций;
- достижение высокого быстродействия машины в процессе обработки информации.

Число в позиционной системе можно представить полиномом:

$$A_q = a_k \cdot q^k + a_{k-1} \cdot q^{k-1} + \dots + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m} = \sum_{i=-m}^k a_i \cdot q^i, \quad (1.6)$$

где q — основание системы счисления; q^i — вес позиции; $a_i \in \{0, 1, \dots, (q-1)\}$ — цифры в позициях числа; $0, 1, \dots, k$ — номера разрядов целой части числа; $-1, -2, \dots, -m$ — номера разрядов дробной части числа.

Позиционные системы с одинаковым основанием в каждом разряде называют **однородными**. Поскольку на значение q нет никаких ограничений, то теоретически возможно бесконечное множество позиционных систем счисления.

На практике применяют сокращенную запись полинома (1.6) в виде последовательности цифр со знаком в зависимости от типа числа:

- для смешанного числа

$$A_q = \pm a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} \dots a_{-m}; \quad (1.6, а)$$

- для целого числа

$$A_q = \pm a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0; \quad (1.6, б)$$

- для правильной дроби

$$A_q = \pm 0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m}. \quad (1.6, в)$$

Пример 1.1

Иллюстрация записи чисел в виде последовательности цифр (1.6) и соответствующего полинома (1.5):

- двоичная система: $q = 2$; $a_i \in \{0, 1\}$:

$$A_2 = 111,01 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 7,25_{10};$$

- восьмеричная система: $q = 8$; $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 7\}$:

$$A_8 = 45,21 = 4 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1} + 1 \cdot 8^{-2} = 37,26510;$$

- десятичная система: $q = 10$; $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$:

$$A_{10} = 135,64 = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2};$$

- шестнадцатеричная система: $q = 16$; $a_i = \{0, 1, \dots, F\}$:

$$\begin{aligned} A_{16} = DE,1B &= D \cdot 16^1 + E \cdot 16^0 + 1 \cdot 16^{-1} + B \cdot 16^{-2} = \\ &= 13 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 + 1 \cdot 16^{-1} + 11 \cdot 16^{-2} = 222,10510. \end{aligned}$$

Рассмотренные записи чисел показывают один из способов перевода десятичных чисел в десятичные. При одинаковой разрядности в системах счисления с большим основанием можно записать больше разных чисел.

Достоинством двоичной системы является: простота выполнения арифметических операций; наличие надежных микроэлектронных схем с двумя устойчивыми состояниями (триггеров), предназначенных для хранения значений двоичного разряда — цифр 0 или 1. Двоичные цифры называют также **битами**. В двоично-десятичной системе счисления каждая десятичная цифра записывается четырьмя двоичными разрядами (**тетрадами**).

Пример 1.2

Запись десятичного числа в двоично-десятичной системе:

$$A_{10} = 873,25 = \overbrace{1000}^8 \overbrace{0111}^7 \overbrace{0011}^3 \overbrace{,0010}^2 \overbrace{0101}^5.$$

1.2.2. Перевод чисел из одной системы в другую

Для перевода целого числа из одной системы счисления в другую необходимо разделить переводимое число на новое основание по правилам исходной системы. Полученный первый остаток является значением младшего разряда в новой системе, а первое частное необходимо снова разделить. Этот процесс продолжается вплоть до получения неделимого частного. Результат записывают в порядке, обратном их получению в виде формулы (1.6, б).

Пример 1.3

Перевод целого десятичного числа $A = 118$ в двоичное.

Исходное число	Частное	Остаток	
118/2	59	0	
59/2	29	1	
29/2	14	1	
14/2	7	0	
7/2	3	1	
3/2	1	1	
1/2	—	1	

Результат: $A = 118_{10} = 1110110_2$.

Для перевода правильной дроби из одной системы счисления в другую необходимо, действуя по правилам исходной системы, умножить переводимое число на основание новой системы; от результата отделить целую часть, а оставшуюся дробную часть снова умножить на это основание. Процесс такого умножения повторяется до получения заданного числа цифр. Результат записывают как целые части произведения в порядке их получения, располагаемых в виде формулы (1.6, в).

Пример 1.4

Перевод правильной десятичной дроби $A = 0,625$ в двоичное число с точностью до четвертого знака:

0,	625	
	2	0;
1	250	
	2	$a_{-1} = 1;$
0	500	
	2	$a_{-2} = 0;$
1	000	
	2	$a_{-3} = 1;$
0	000	$a_{-4} = 0.$

Результат: $A = 0,625_{10} = 0,1010_2.$

Для перевода смешанных чисел в двоичную систему требуется отдельно переводить их целую и дробную части. В записи результата целая часть перевода отделяется от дробной в соответствии с формулой (1.6, а).

Пример 1.5

Перевод смешанного десятичного числа $A = 118,625_{10}$ в двоичное. Используя результаты перевода целого числа 118 в примере 1.3 и дробного числа в примере 1.4, запишем результат:

$$A = 118,625_{10} = 1110110,1010_2.$$

В восьмеричных и шестнадцатеричных числах основание системы счисления кратно степени двойки: $2^3 = 8$; $2^4 = 16$. По этой причине перевод этих чисел в двоичные реализуется очень просто: каждую цифру записывают тремя двоичными цифрами (триадами) для восьмеричных чисел и четырьмя двоичными цифрами (тетрадами) для шестнадцатеричного числа в направлении влево и вправо от запятой. При этом крайние незначащие нули опускаются.

Пример 1.6

Иллюстрация перевода восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичные:

$$A = 305,42_8 = \overbrace{011}^3 \overbrace{000}^0 \overbrace{101}^5, \overbrace{100}^4 \overbrace{010}^2_2;$$

$$A = 7AB,EF_{16} = \overbrace{0111}^7 \overbrace{1010}^A \overbrace{1011}^B, \overbrace{1110}^E \overbrace{1111}^F_2.$$

Для перевода двоичного числа в восьмеричное исходное число разбивают на триады влево от запятой; отсутствующие крайние цифры дополняют нулями. Затем каждую триаду записывают восьмеричной цифрой. Аналогично осуществляется перевод двоичного числа в шестнадцатеричное, при этом выделяют тетрады, заменяемые шестнадцатеричными цифрами.