Оглавление

Предисловие

Дорогие школьники, абитуриенты, учителя и просто любители геометрии!

Вам впервые предлагается полное и подробное описание построения треугольника по его основным элементам.

В 1937 году в двух номерах журнала «Математика в школе» была опубликована удивительная по содержанию и полноте изложения статья В. Б. Фурсенко под названием «Лексикографическое изложение конструктивных задач геометрии треугольника». Автор этой статьи на основе изучения многочисленной литературы на русском, немецком, французском и английском языках предлагает читателю описание построения остроугольного треугольника по трем его элементам, предъявляя во всех случаях условия, при которых решение поставленной задачи возможно, при этом более 70 % задач впервые были представлены на суд читателя.

К сожалению, информация об указанной статье и ее содержание, как показала практика многочисленных лекций для школьников и учителей, мало кому известны. Именно поэтому, учитывая общепризнанную роль задач на построение в овладении школьным курсом геометрии, было принято решение познакомить широкую читательскую аудиторию со всеми основными задачами на построение треугольника в виде справочного пособия.

В настоящем пособии подробно описаны решения 178 задач на построение треугольника по материалам указанной выше статьи, а также кратко изложены идеи решения 67 задач, встречающихся в различных современных сборниках задач и учебниках и не попадающих под классификацию В. Б. Фурсенко.

В настоящем издании исправлены замеченные опечатки.

Авторы будут благодарны читателям за любую информацию по содержанию пособия и сведения, позволяющие дополнить и расширить материал, рассматриваемый на последующих страницах.

Введение

Для ориентации в пособии приводим некоторые сводные данные.

1. Базовые элементы треугольника

— три стороны a, b, c;
— три угла A, B, C;
— три высоты h_a, h_b, h_c;
— три медианы m_a, m_b, m_c;
— три биссектрисы l_a, l_b, l_c;
— радиусы описанной и вписанной окружностей R, r;
— периметр $2p$.

2. Дополнительные элементы треугольника*

— радиусы вневписанных окружностей r_a, r_b, r_c.

3. Лексикографическая последовательность элементов треугольника

$$a, b, c, A, B, C, h_a, h_b, h_c, m_a, m_b, m_c, l_a, l_b, l_c, R, r, r_a, r_b, r_c, 2p.$$

Данная последовательность понимается как условный алфавит, предопределяющий порядок представления 178 задач данного пособия. В частности, в первую очередь исчерпываются задачи, в которых дана хотя бы одна сторона треугольника, и т. д.

Лексикографическая последовательность обусловила также рубрикацию параграфов главы 2 (см. Оглавление).

4. Статистические данные

Двадцать один элемент лексикографической последовательности позволяет сформулировать $C_{21}^3 = 1330$ вариантов постановки задачи на построение треугольника по трем его элементам.

Поскольку любая задача на построение треугольника по трем его элементам допускает либо один вариант формулировки, либо три варианта, либо шесть, то указанные 1330 вариантов позволили выделить 293 различные задачи, из которых 178 оказались разрешимыми, а 115 — неразрешимыми или неопределенными.

* Выделение дополнительных элементов вызвано тем обстоятельством, что не во всех учебниках геометрии для основной школы рассматриваются вневписанные окружности.

В частности, среди 178 разрешимых задач 4 задачи допускают одну формулировку, 95 задач — три варианта формулировки и 79 задач — шесть вариантов. Например, задача 1 допускает одну формулировку a, b, c; задача 3 — три формулировки:

$$(a, b, C) \quad \Leftrightarrow \quad (b, c, A) \quad \Leftrightarrow \quad (c, a, B);$$

задача 2 — шесть вариантов равносильных формулировок:

$$(a, b, A) \quad \Leftrightarrow \quad (a, b, B) \quad \Leftrightarrow \quad (b, c, B) \quad \Leftrightarrow \quad (b, c, C) \quad \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \quad (c, a, C) \quad \Leftrightarrow \quad (c, a, A).$$

Любопытно, что в задачах на построение треугольника сторона, угол и высота встречаются гораздо чаще, чем медиана и, тем более, биссектриса, не говоря уже о радиусах окружностей и периметре (см. таблицу).

Распределение элементов треугольника по базовым и дополнительным задачам

№	Элемент треугольника	БЗ*	ДЗ**	Всего
1	сторона	58	18	76
2	угол	60	24	84
3	высота	56	20	76
4	медиана	42	7	49
5	биссектриса	28	8	36
6	радиус описанной окружности	22	9	31
7	радиус вписанной окружности	20	10	30
8	периметр	22	10	32

* БЗ — базовые задачи, содержащие только базовые элементы.
** ДЗ — задачи, содержащие хотя бы один дополнительный элемент.

Поскольку наибольший интерес вызывают задачи, содержащие высоты, медианы или биссектрисы, приводим номера задач, содержащих указанные элементы, на схеме 1.

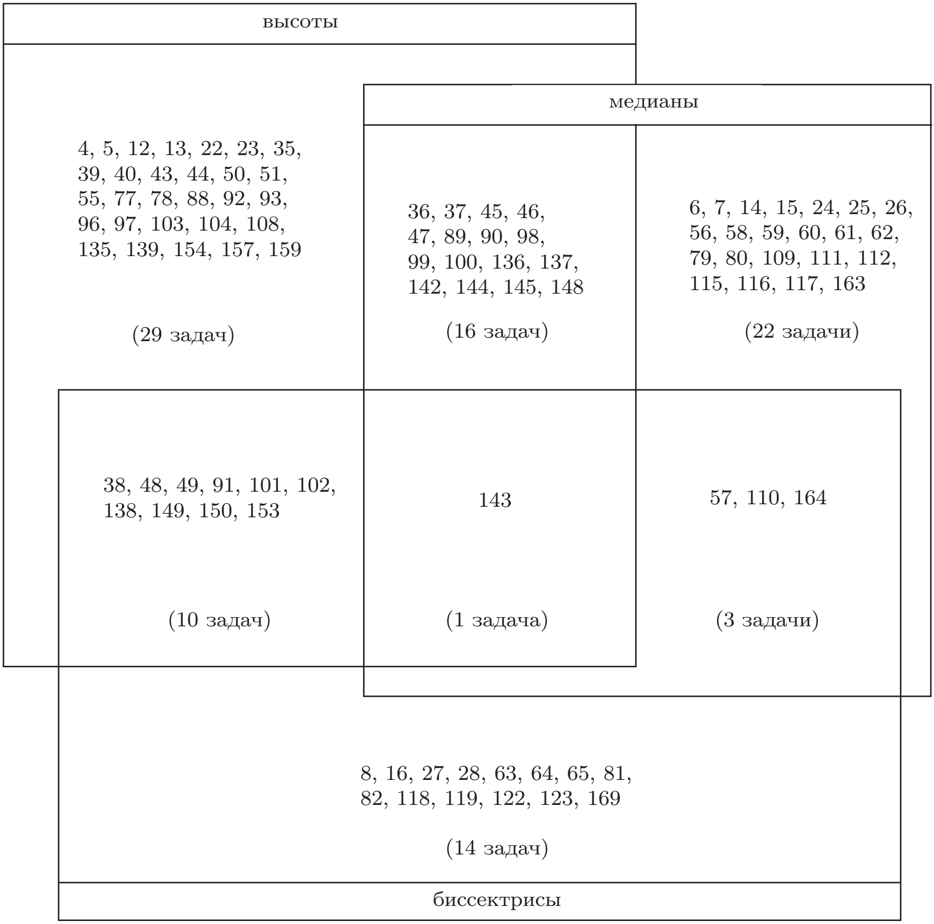

высоты
4, 5, 12, 13, 22, 23, 35, 39, 40, 43, 44, 50, 51, 55, 77, 78, 88, 92, 93, 96, 97, 103, 104, 108, 135, 139, 154, 157, 159
(29 задач)
медианы
36, 37, 45, 46, 47, 89, 90, 98, 99, 100, 136, 137, 142, 144, 145, 148
(16 задач)
6, 7, 14, 15, 24, 25, 26, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 79, 80, 109, 111, 112, 115, 116, 117, 163
(22 задачи)
38, 48, 49, 91, 101, 102, 138, 149, 150, 153
(10 задач)
143
(1 задача)
57, 110, 164
(3 задачи)
8, 16, 27, 28, 63, 64, 65, 81, 82, 118, 119, 122, 123, 169
(14 задач)
биссектрисы

Схема 1

5. Список разрешимых задач

№	Шифр	Данные элементы	Стр.
1	abc	По трем сторонам	44
2	abA	По двум сторонам и углу, противолежащему одной из них	45
3	abC	По двум сторонам и углу между ними	45
4	abh_a	По двум сторонам и высоте к одной из них	46
5	abh_c	По двум сторонам и высоте к третьей стороне	47
6	abm_a	По двум сторонам и медиане одной из них	48
7	abm_c	По двум сторонам и медиане третьей стороны	48
8	abl_c	По двум сторонам и биссектрисе угла между ними	50
9	abR	По двум сторонам и радиусу описанной окружности	51
10	$ab2p$	По двум сторонам и периметру	52
11	aAB	По стороне, прилежащему углу и противолежащему углу	53
12	aAh_a	По стороне, противолежащему углу и высоте к данной стороне	54
13	aAh_b	По стороне, противолежащему углу и высоте к другой стороне	55
14	aAm_a	По стороне, противолежащему углу и медиане к данной стороне	55
15	aAm_b	По стороне, противолежащему углу и медиане к другой стороне	56
16	aAl_a	По стороне, противолежащему углу и биссектрисе данного угла	58
17	aAr	По стороне, противолежащему углу и радиусу вписанной окружности	60
18	aAr_a	По стороне, противолежащему углу и радиусу вневписанной окружности, касающейся данной стороны	61
19	aAr_b	По стороне, противолежащему углу и радиусу вневписанной окружности, касающейся другой стороны	63
20	$aA2p$	По стороне, противолежащему углу и периметру	64
21	aBC	По стороне и двум прилежащим к ней углам	65
22	aBh_a	По стороне, прилежащему углу и высоте к данной стороне	66
23	aBh_b	По стороне, прилежащему углу и высоте, проведенной из вершины данного угла	66
24	aBm_a	По стороне, прилежащему углу и медиане этой стороны	67

7. Комментарий к решениям разрешимых задач

Авторы пособия предупреждают читателя, что предложенные решения очевидным образом не единственны для данной задачи и, тем более, не обязательно оптимальны.

Среди решений 178 задач решения 97 не содержат ссылок на другие задачи, а решения 81 задачи тем или иным образом сводятся к решениям 40 задач (см. схему 2).

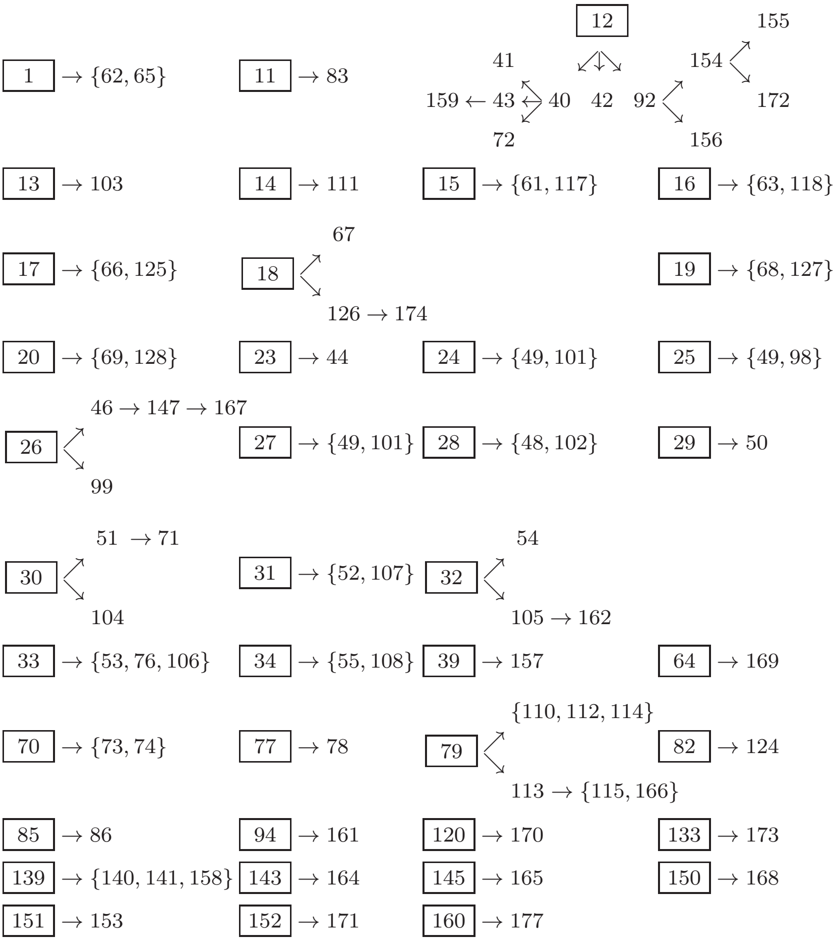


Схема 2. Взаимосвязь предложенных решений

Глава 1

Основные построения (процедуры)

Список основных построений

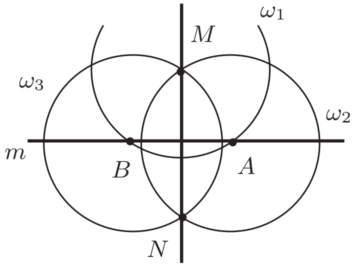
П 1. Прямая l, перпендикулярная прямой a, проходящая через данную точку вне прямой a.
П 2. Прямая l, перпендикулярная прямой a, проходящая через данную точку на прямой a.
П 3. Серединный перпендикуляр к отрезку.
П 4. Прямая l, параллельная прямой a, проходящая через данную точку.
П 5. Прямая l, параллельная прямой a, на данном расстоянии от прямой a.
П 6. Отрезок, равный данному.
П 7. Середина отрезка.
П 8. Деление отрезка в данном отношении.
П 9. Угол, равный данному.
П 10. Биссектриса угла.
П 11. Деление дуги пополам.
П 12. Дуга, вмещающая данный угол, опирающаяся на данный отрезок.
П 13. Окружность данного радиуса, касающаяся данной прямой в данной на прямой точке.
П 14. Окружность данного радиуса, вписанная в данный угол.
П 15. Касательная к окружности через точку на окружности.
П 16. Касательная к окружности через точку вне окружности.
П 17. Общая внешняя касательная.
П 18. Общая внутренняя касательная.
П 19. Геометрическое место середин хорд данной окружности, выходящих из данной точки на окружности.
П 20. Геометрическое место точек, расстояния от которых до концов данного отрезка находятся в отношении $m : n$ (окружность Аполлония).
П 21. Отрезок $x = a + b$.
П 22. Отрезок $x = a - b$.
П 23. Отрезок $x = \sqrt{ab}$.
П 24. Отрезок $x = \sqrt{a^2 + b^2}$.
П 25. Отрезок $x = \sqrt{a^2 - b^2}$.
П 26. Отрезок $x = ab/c$.
П 27. Прямоугольный треугольник по двум катетам.
П 28. Прямоугольный треугольник по катету и гипотенузе.
П 29. Прямоугольный треугольник по катету и острому углу.
П 30. Прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.

П 1. Построение прямой, перпендикулярной данной прямой, проходящей через данную точку M вне прямой

Дано:

Построение

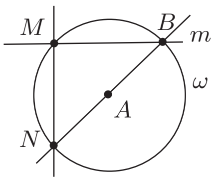
1. Окружность $\omega_1(M, r)$, где $r > \rho(M, m)$.
   A и B — точки пересечения окружности ω_1 и прямой m.
2. Окружность $\omega_2(A, r)$.
3. Окружность $\omega_3(B, r)$.
   N — точка пересечения окружностей ω_2 и ω_3, отличная от M.
4. Прямая MN — искомая.



П 2. Построение прямой, перпендикулярной данной прямой, проходящей через данную точку M на данной прямой

Дано:

Построение



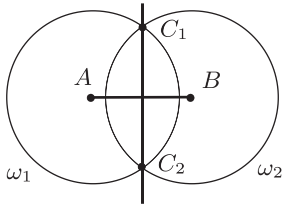
1. Окружность $\omega(A, |AM|)$, где A — произвольная точка вне прямой m.
   B — точка пересечения окружности ω и прямой m, отличная от M.
2. Прямая BA.
   N — точка пересечения прямой BA и окружности ω.
3. Прямая MN — искомая.

П 3. Построение серединного перпендикуляра к данному отрезку

Дано: 

Построение

1. Окружность $\omega_1(A, r)$, где $r > 0{,}5|AB|$.
2. Окружность $\omega_2(B, r)$.
   C_1 и C_2 — точки пересечения окружностей ω_1 и ω_2.
3. Прямая C_1C_2 — искомый перпендикуляр.

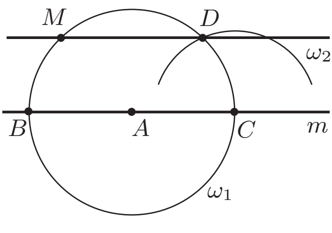


П 4. Построение прямой, параллельной данной, проходящей через данную точку

Дано: 

Построение

1. Окружность $\omega_1(A, |AM|)$, где A — произвольная точка прямой m.
   B и C — точки пересечения прямой m и окружности ω_1.
2. Окружность $\omega_2(C, |BM|)$.
   D — точка пересечения окружностей ω_1 и ω_2, лежащая по одну сторону с точкой M относительно прямой m.
3. Прямая DM — искомая.



Глава 2

Разрешимые задачи

Задачи, в которых даны две стороны

1. Построить треугольник по трем сторонам

Дано:

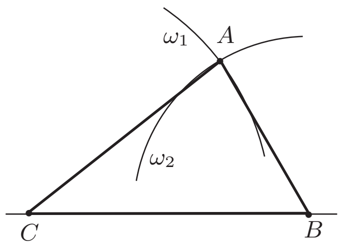
Анализ. Заметим, что вершина A треугольника находится на расстоянии b от вершины C (значит, на окружности с центром C и радиусом b) и на расстоянии c от вершины B (значит, на окружности с центром в точке B и радиусом c). Таким образом, построив отрезок $CB = a$, положение вершины A найдем на пересечении окружностей $\omega_1(C, b)$ и $\omega_2(B, c)$.

Решение существует, если окружности ω_1 и ω_2 пересекаются, что возможно, если расстояние между центрами окружностей меньше суммы радиусов ($a < b + c$), т. е. выполняется неравенство треугольника:

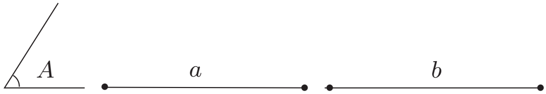
$$\begin{cases} a < b + c, \\ b < c + a, \\ c < a + b; \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad |b - c| < a < b + c. \qquad \blacktriangleleft$$

Построение

П 6
1. Отрезок $CB = a$.
2. Окружность $\omega_1(C, b)$.
3. Окружность $\omega_2(B, c)$.
   Точка A — точка пересечения окружностей $\omega_1(C, b)$ и $\omega_2(B, c)$.
4. Отрезок AC.
5. Отрезок AB.
   $\triangle ABC$ — искомый.



2. Построить треугольник по двум сторонам и углу, противолежащему одной из этих сторон

Дано: 

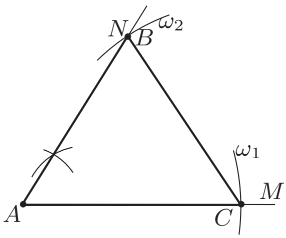
Анализ. Пусть треугольник ABC построен. Заметим, что можно построить угол A, на одной из его сторон отложить отрезок, равный b, точку B найти как пересечение второй стороны угла с окружностью радиуса a и центром C (так как точка B удалена от точки C на расстояние a).

Решение возможно, если сторона a не меньше расстояния от вершины C до AB, т. е.

$$a \geqslant b \sin A \quad (\text{если } A \leqslant \pi/2).$$

Если $A > \pi/2$, то достаточно $a > b$. ◀

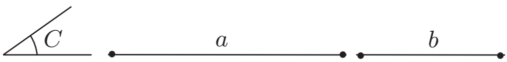
Построение



П 9

1. Угол $MAN = \angle A$.
2. Окружность $\omega_1(A, b)$.
   C — точка пересечения луча AM и окружности ω_1.
3. Окружность $\omega_2(C, a)$.
   B — точка пересечения луча AN и окружности ω_2.
4. Отрезок BC.
   $\triangle ABC$ — искомый.

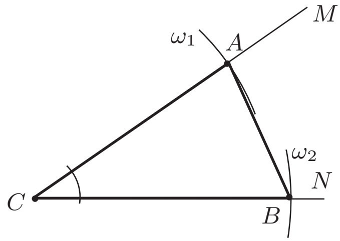
3. Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними

Дано: 

Анализ. Пусть треугольник ABC построен. Заметим, что вершины A и B находятся на сторонах данного угла: вершина A на расстоянии b от вершины C , а вершина B — на расстоянии a от вершины C. Поэтому построим угол MCN и на его сторонах отложим данные отрезки a и b. ◀

Построение возможно всегда.

Построение



П 9
1. Угол MCN, равный углу C.
2. Окружность $\omega_1(C, b)$.
   Точка A — пересечение окружности $\omega_1(C, b)$ и луча CM.
3. Окружность $\omega_2(C, a)$
   Точка B — пересечение окружности $\omega_2(C, a)$ и луча CN.
4. Отрезок AB.
   $\triangle ABC$ — искомый.

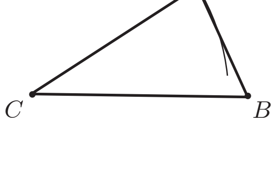
4. Построить треугольник по двум сторонам и высоте к одной из них

Дано: 

Анализ. Пусть треугольник ABC построен. Заметим, что вершина A удалена от точки C на расстояние, равное b (значит, находится на окружности с центром в точке C и радиусом b). Кроме того, точка A находится на расстоянии, равном h_a, от прямой CB (то есть лежит на прямой, параллельной CB, отстоящей от CB на расстояние h_a). Таким образом, построив отрезок CB, равный a, положение вершины A найдем как пересечение окружности с центром в точке C радиуса b и прямой, параллельной прямой CB, отстоящей от нее на расстояние h_a.

Построение возможно, если $b \geqslant h_a$ (в случае равенства треугольник прямоугольный). ◀

Построение

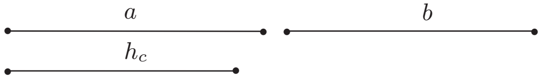


П 6
1. Отрезок CB, равный a.
2. Окружность $\omega(C, b)$.

П 5
3. Прямая $k \parallel CB$ на расстоянии h_a от CB.
   Точка A — точка пересечения прямой k и окружности $\omega(C, b)$.
4. Отрезок AB.
5. Отрезок AC.
   $\triangle ABC$ — искомый.

5. Построить треугольник по двум сторонам и высоте, проведенной к третьей стороне

Дано:



Анализ. Пусть треугольник ABC построен, CD — высота h_c. Заметим, что треугольник CBD можно построить по двум сторонам

$$CB = a \quad \text{и} \quad CD = h_c$$

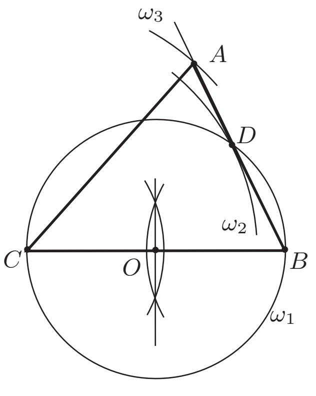
и углу $CDB = 90°$, противолежащему одной из сторон (CB) (задача 2). Вершина же A искомого треугольника лежит на луче BD и одновременно находится на расстоянии, равном b, от точки C (т. е. лежит на окружности с центром в точке C и радиусом b). Таким образом, построив вспомогательный прямоугольный $\triangle CBD$ и луч BD, положение точки A найдем как пересечение луча BD и окружности с центром в точке C и радиусом b.

Построение возможно, если стороны a и b не меньше высоты, причем одновременно не равны h_c, т. е.

$$\begin{cases} b \geqslant h_c, \\ a \geqslant h_c, \\ |b - h_c| + |a - h_c| > 0. \end{cases}$$

◀

Построение



П 6 1. Отрезок $CB = a$.

П 7 2. Разделим отрезок CB пополам. Точка O — середина CB.

3. Окружность $\omega_1(O, OB)$.
4. Окружность $\omega_2(C, h_c)$. Точка D — точка пересечения окружностей $\omega_1(O, OB)$ и $\omega_2(C, h_c)$. (Точка D является вершиной прямого угла, опирающегося на диаметр CB окружности $\omega_1(O, OB)$, находящейся на расстоянии h_c от вершины C.)
5. Луч BD.
6. Окружность $\omega_3(C, b)$.

   Точка A — точка пересечения луча BD и окружности $\omega_3(C, b)$.
7. Отрезок AC.

   $\triangle ABC$ — искомый.

Глава 3

Дополнительные задачи

Построить $\triangle ABC$, если дано:

1. Угол A и расстояния от центра вписанной окружности до двух других вершин.

2. Сторона, высота, к ней проведенная, и угол, под которым данная сторона видна из центра вписанной окружности.

3. Угол, радиус описанной окружности и угол между медианой и высотой, проведенными из вершины данного угла.

4. Сторона, высота, к ней проведенная, и разность углов, прилежащих к данной стороне.

5. Сторона, разность углов, прилежащих к этой стороне, и разность двух других сторон.

6. Сторона, прилежащий угол и разность двух других сторон.

7. Сторона, противолежащий угол и сумма двух других сторон.

8. Сторона, противолежащий угол и разность двух других сторон.

9. Сторона, прилежащий угол и сумма двух других сторон.

10. Сторона, разность прилежащих к ней углов и сумма двух других сторон.

11. Разность стороны и радиуса вписанной окружности, прилежащий к этой стороне угол и высота, проведенная из вершины другого прилежащего угла.

12. Высота и радиусы окружностей, описанных около треугольников, на которые данная высота разделила искомый треугольник.

13. Радиус вписанной окружности и отрезки, на которые вписанная окружность делит одну из сторон.

14. Сторона, противолежащий угол и отношение двух других сторон.

15. Сторона, медиана, проведенная к этой стороне, и отношение двух других сторон.

16. Сторона, высота, проведенная к этой стороне, и отношение двух других сторон.

17. Сторона, высота, проведенная к этой стороне, и отношение двух других высот.

18. Биссектриса и отрезки, на которые эта биссектриса делит сторону.

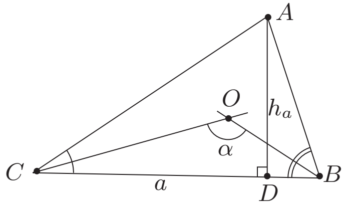
19. Сторона, противолежащий угол и основание биссектрисы этого угла.

20. Сторона, высота, проведенная к этой стороне, и основание биссектрисы угла, противолежащего данной стороне.

21. Сторона и две точки — основания биссектрисы и высоты на данной стороне.

2. Построить треугольник по стороне и проведенной к ней высоте, если известно, что эта сторона видна из центра вписанной окружности под углом α

Анализ. Пусть треугольник ABC построен. O — центр вписанной окружности (точка пересечения биссектрис), $CB = a$ — данная сторона, $\angle COB = \alpha$ — данный угол.



Заметим, что

$$\angle COB = 90^\circ + \frac{A}{2},$$

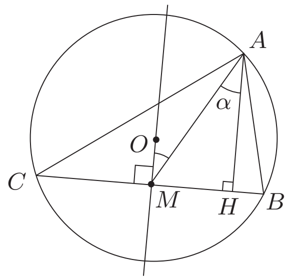
откуда

$$\frac{A}{2} = \alpha - 90^\circ, \quad A = 2(\alpha - 90^\circ).$$

Построив угол A, сведем задачу к построению треугольника по стороне, противолежащему углу и высоте к данной стороне — задаче 12. ◀

3. Построить треугольник по радиусу описанной окружности, одному из углов и углу между медианой и высотой, выходящими из вершины данного угла

Анализ. Пусть треугольник ABC построен и около него описана окружность. $\angle MAH$ — угол между высотой h_a и медианой m_a.



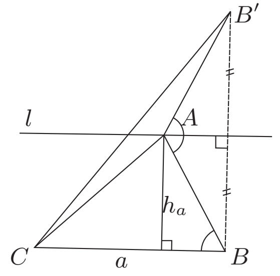
Заметим, что данные радиус R и угол A позволяют построить сторону CB, а значит, и ее середину — точку M. В прямоугольном треугольнике MHA

$$\angle AMH = 180^\circ - (\widehat{m_a, h_a}) = 180^\circ - \alpha,$$

а вершина A лежит на построенной окружности, что позволит найти положение точки A как пересечение стороны этого угла и окружности. ◀

4. Построить треугольник по стороне, высоте, к ней проведенной, и разности двух углов, прилежащих к этой стороне

Анализ. Пусть треугольник ABC построен, $CB = a$ — данная сторона, h_a — данная высота. Проведем через вершину A прямую $l \parallel BC$ и отразим точку B симметрично относительно прямой l.



$$\angle CAB' = 180^\circ - (B - C).$$

Действительно,

$$\begin{aligned}\angle CAB' &= 360^\circ - A - 2B = \\ &= 180^\circ + (180^\circ - A - B) - B = \\ &= 180^\circ + C - B = 180^\circ - (B - C).\end{aligned}$$

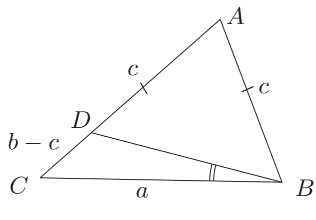
Таким образом, получаем следующее построение:

1) отрезок BC и на расстоянии h_a от прямой BC прямая $l \parallel BC$;
2) B' — симметричная точке B относительно прямой l;
3) отрезок CB';
4) дуга, опирающаяся на отрезок CB', вмещающая угол, равный $180^\circ - (B - C)$.

Вершина A искомого треугольника — это точка пересечения построенной дуги и прямой l. ◀

5. Построить треугольник по стороне, разности углов, прилежащих к этой стороне, и разности двух других сторон

Анализ. Пусть треугольник ABC построен, $CB = a$ — данная сторона и пусть $AC > AB$. На стороне AC отложим отрезок AD, равный AB, и соединим точки D и B. В полученном треугольнике CBD известны две стороны $CB = a$, $CD = b - c$ и угол DBC:

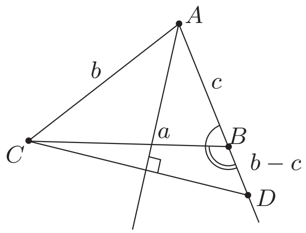


$$\angle DBC = \angle B - \angle ABD = \angle B - \left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) =$$
$$= \angle B - \frac{\angle B + \angle C}{2} = \frac{1}{2}\,(\angle B - \angle C).$$

Построив $\triangle CDB$, найдем положение вершины A как точки прямой CD, равноудаленной от точек B и D (т. е. на пересечении луча CD и серединного перпендикуляра к отрезку BD). ◀

6. Построить треугольник по стороне, прилежащему углу и разности двух других сторон

Анализ. Пусть треугольник ABC построен, $CB = a$, $\angle B$ — данные элементы и пусть $b > c$. Продолжим сторону AB за точку B так, чтобы $AD = b$.



Тогда

$$BD = b - c, \quad \angle CBD = 180^\circ - \angle B.$$

Треугольник CBD можно построить по двум сторонам

$$BC = a, \quad BD = b - c$$

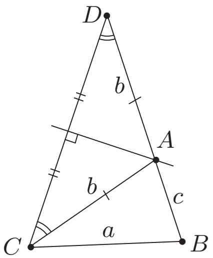
и углу между ними

$$\angle CBD = 180^\circ - \angle B.$$

Вершину A построим как точку, лежащую на луче DB, равноудаленную от точек C и D (т. е. лежащую на серединном перпендикуляре к отрезку CD). ◀

7. Построить треугольник по стороне, противолежащему углу и сумме двух других сторон

Анализ. Пусть треугольник ABC построен, $CB = a$, $\angle A$ — данные элементы. Продолжим сторону BA за вершину A на величину, равную стороне b.



$\triangle CAD$ — равнобедренный $(AC = AD)$, $\angle BAC$ — внешний по отношению к $\triangle CAD$, поэтому

$$\angle CDB = 0{,}5\angle A.$$

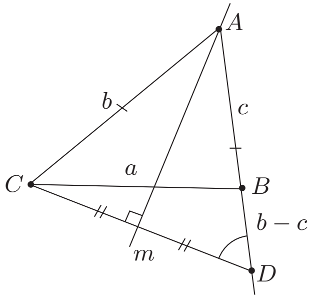
Таким образом, $\triangle CDB$ можно построить по двум сторонам

$$CB = a, \quad BD = b + c$$

и углу D, прилежащему к одной из них. Вершина A искомого треугольника лежит на серединном перпендикуляре к отрезку CD и, с другой стороны, на стороне BD треугольника CBD. ◀

8. Построить треугольник по стороне, противолежащему углу и разности двух других сторон

Анализ. Пусть треугольник ABC построен, $CB = a$, $\angle A$ — данные элементы, и пусть $b > c$. Отложим на луче AB отрезок $AD = b$. Тогда $BD = b - c$ и угол ADC как угол при основании равнобедренного треугольника ABC равен



$$\frac{180^\circ - A}{2} = 90^\circ - \frac{A}{2}\,.$$

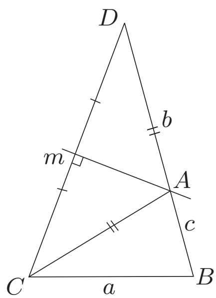
В таком случае $\triangle CBD$ можно построить по двум сторонам

$$CB = a, \quad BD = b - c$$

и углу $D = 90^\circ - (A/2)$, прилежащему к одной из них. Вершину A искомого треугольника получим как пересечение серединного перпендикуляра m к отрезку CD и прямой BD. ◀

9. Построить треугольник по стороне, прилежащему углу и сумме двух других сторон

Анализ. Пусть треугольник ABC построен, $CB = a$, $\angle B$ — данные элементы. Продолжим сторону BA за точку A на длину, равную AC, и соединим полученную точку с вершиной C. Получим $\triangle CBD$, который можно построить по двум сторонам

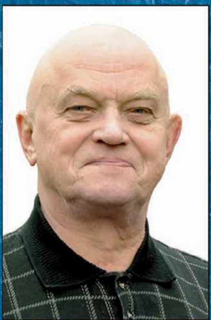


$$CB = a, \quad BD = b + c$$

и углу B между ними. Вершину A искомого треугольника получим как пересечение серединного перпендикуляра m к отрезку CD и отрезка BD. ◀

ГОЛУБЕВ ВИКТОР ИВАНОВИЧ – старший научный сотрудник института системных исследований Российской академии наук, член редколлегии журнала «Квант», эксперт медальной комиссии Департамента образования г.Москвы, имеет звание «Соросовский учитель». Автор многочисленных работ, в том числе книги «Решение сложных и нестандартных задач по математике» и учебного пособия для 11 класса «Факультативный курс по математике. Решение задач» (в соавторстве с И.Ф. Шарыгиным).

ЕРГАНЖИЕВА ЛАРИСА НИКОЛАЕВНА – кандидат педагогических наук, преподаватель математики Лицея информационных технологий №1533 г.Москвы. Имеет многочисленные публикации по методике преподавания математики и дидактике, является соавтором широко известного пособия «Наглядная геометрия».



МОСЕВИЧ КОНСТАНТИН КОНСТАНТИНОВИЧ – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник вычислительного центра Российской академии наук. Специалист в сфере довузовской подготовки и автор многочисленных публикаций по материалам вступительных экзаменов по математике в различных периодических изданиях, в том числе в журнале «Квант» и газете «Математика».