

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
Инструкция по выполнению экзаменационной работы	5
ВАРИАНТЫ ТРЕНИРОВОЧНЫХ РАБОТ	6
Вариант 1	6
Вариант 2	13
Вариант 3	21
Вариант 4	29
Вариант 5	36
Вариант 6	43
Вариант 7	50
Вариант 8	57
Вариант 9	64
Вариант 10	71
Вариант 11	78
Вариант 12	86
Вариант 13	93
Вариант 14	100
Вариант 15	108
Вариант 16	116
Вариант 17	123
Вариант 18	131
Вариант 19	139
Вариант 20	147
Вариант 21	155
Вариант 22	162
Вариант 23	169
Вариант 24	176
Вариант 25	183
Вариант 26	190
Вариант 27	197
Вариант 28	204
Вариант 29	211
Вариант 30	218
Вариант 31	225
Вариант 32	232
Вариант 33	239
Вариант 34	246
Вариант 35	253
Вариант 36	260
Вариант 37	267
Вариант 38	274
Вариант 39	281
Вариант 40	288
Вариант 41	296
Вариант 42	303
Вариант 43	311
Вариант 44	318
Вариант 45	325
Вариант 46	332
Вариант 47	339
Вариант 48	346
Вариант 49	353
Вариант 50	360
ОТВЕТЫ	367
КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ	387

ПРЕДИСЛОВИЕ

Уважаемый старшеклассник! Этот сборник предназначен для подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня.

Данный сборник содержит **50 типовых вариантов экзаменационных работ**, составленных в соответствии с демонстрационным вариантом и спецификацией 2023 года.

Каждый вариант включает в себя 18 заданий, различающихся уровнем сложности. Первая часть экзаменационной работы состоит из 11 заданий с кратким ответом, а вторая часть — из 7 заданий с развёрнутым ответом.

Содержание заданий разработано по основным темам курса математики: «Числа, корни и степени», «Основы тригонометрии», «Логарифмы», «Преобразования выражений», «Уравнения», «Неравенства», «Определение и график функции», «Элементарное исследование функций», «Основные элементарные функции», «Производная», «Исследование функций», «Первообразная и интеграл», «Планиметрия», «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела и поверхности вращения», «Измерение геометрических величин», «Координаты и векторы», «Элементы комбинаторики», «Элементы статистики», «Элементы теории вероятностей».

Задания, включённые в вариант, проверяют материал всех тематических блоков.

Экзамен по математике профильного уровня рассчитан на выпускников, которые планируют поступление в вуз.

Решить абсолютно все задания за отведённое время очень трудно. Очень часто наиболее сильные участники экзамена, стремясь как можно скорее заняться сложными и интересными задачами второй части, допускают обидные ошибки в простых задачах с кратким ответом. Наш совет — **внимательно проверьте решения простых задач, прежде чем погружаться в решение сложных!**

В конце пособия даны ответы для проверки решений и общие критерии оценивания.

В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru.

Желаем успеха!

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий.

Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности.

Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

ВАРИАНТЫ ТРЕНИРОВОЧНЫХ РАБОТ

ВАРИАНТ 1

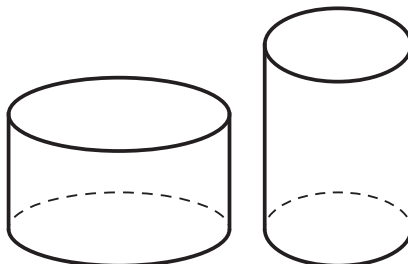
Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Периметр равнобедренного треугольника ABC с основанием BC равен $38,9$ см, а периметр равностороннего треугольника BSC равен $38,7$ см. Найдите сторону AB .

Ответ: _____.

- 2 Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 4 и $\frac{135}{4}$, а второго — 6 и 6 . Во сколько раз объём первого цилиндра больше объёма второго?



Ответ: _____.

- 3 Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 , или 6 , или 8 очков. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 4 Два одинаковых автомата продают кофе.
- Вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна $0,29$.
 - Такая же вероятность у события «К вечеру во втором автомате закончится кофе».
 - Вероятность события «К вечеру кофе закончится в обоих автоматах» равна $0,19$.

Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

5 График уравнения $x - 3y = 4$ проходит через точку $A(4; b)$. Чему равно значение b ?

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $(\sqrt{46\frac{7}{8}} + \sqrt{16\frac{7}{8}}) : \sqrt{\frac{15}{32}}$.

Ответ: _____.

7 Найдите S — площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -1 \cdot 5^x$; $x = -2$; $x = 3$ и осью абсцисс. В ответе запишите значение: $S \cdot \ln 5$.

Ответ: _____.

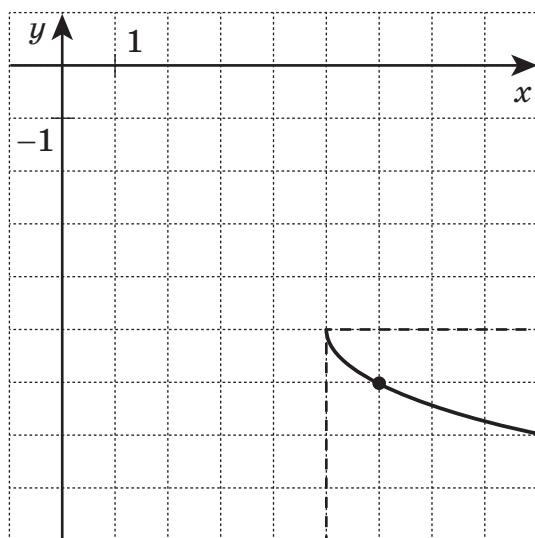
8 Потенциальная энергия тела (в джоулях) в поле тяготения Земли вблизи её поверхности вычисляется по формуле $e = mgh$, где m — масса тела (в кг), g — ускорение свободного падения (в м/с²), а h — высота (в м), на которой находится это тело относительно поверхности. Пользуясь этой формулой, найдите h (в м), если $e = 1862$ Дж, $m = 10$ кг, $g = 9,8$ м/с².

Ответ: _____.

9 К 80 кг 45 % раствора добавили 64 кг пресной воды. Какова концентрация нового раствора?

Ответ: _____.

10 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = b + m\sqrt{x - a}$. Найдите значение $f(21)$.



Ответ: _____.

11

Найдите точку максимума функции $y = e^{x+20}(x^2 + 11x + 31)$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $\left(\left(\frac{1}{6}\right)^{\cos(x)}\right)^{\sin(x)} = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^{\sqrt{3}\cos(x)}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

13

В правильной шестиугольной пирамиде $ABCDEF$ сторона основания $AB = 12$, а боковое ребро $SA = 33$. Точка M — середина ребра AB . Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и D . Прямая SC пересекает плоскость α в точке K .

а) Докажите, что $KM = KD$.

б) Найдите объём пирамиды $CDKM$.

14

Решите неравенство $-2x^2 - \frac{-2x^3 - 18x^2 + 56}{x + 8} - x + 3 < -4$.

15

31 декабря 2020 года завод взял в банке 5 166 700 рублей в кредит под 20 % годовых. Схема выплаты кредита, следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 20 %), затем завод переводит в банк X рублей.

Какой должна быть сумма X , чтобы завод выплатил долг четырьмя равными платежами (т. е. за 4 года)?

16

Окружность радиусом 7 касается внешним образом с окружностью радиусом 1 в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , а прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Выберите треугольники, подобные треугольнику AKB .

б) Найдите площадь треугольника BDC .

17

При каких значениях параметра a уравнение $|6 - 2x^3| = a \log_{\frac{4}{3}}(|6 - 2x^3|)$ имеет ровно два решения?

18

Для каждого натурального числа n обозначим через $n!$ произведение первых n натуральных чисел ($1! = 1$).

а) Существует ли такое натуральное число n , что десятичная запись числа $n!$ оканчивается ровно 9 нулями?

б) Существует ли такое натуральное число n , что десятичная запись числа $n!$ оканчивается ровно 23 нулями?

в) Сколько существует натуральных чисел n , меньше 100, для каждого из которых десятичная запись числа $n! \cdot (100 - n)!$, оканчивается ровно 23 нулями?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Вариант 1



ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН БЛАНК ОТВЕТОВ № 2

Лист 1

Код региона Код предмета Название предмета

Резерв - 5

Бланк ответов № 2
(лист 2)

Лист



Перепишите значения полей "Код региона", "Код предмета", "Название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, 31.
Условия задания переписывать не нужно.



ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте

--

Оборотная сторона бланка НЕ ЗАПОЛНЯЕТСЯ. Используйте бланк ответов № 2 (лист 2).

Вариант 1



ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

БЛАНК ОТВЕТОВ № 2

ЛИСТ 2

Код региона

Код предмета

Название предмета

Резерв - 6

Дополнительный
бланк ответов № 2

Лист



Перепишите значения полей "Код региона", "Код предмета", "Название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, 31.
Условия задания переписывать не нужно.



ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только после заполнения бланка ответов № 2 лист 1

--

Оборотная сторона бланка НЕ ЗАПОЛНЯЕТСЯ. Попросите дополнительный бланк ответов № 2.

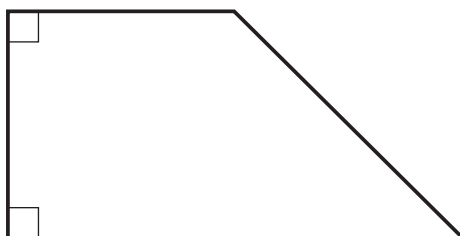
ВАРИАНТ 2

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

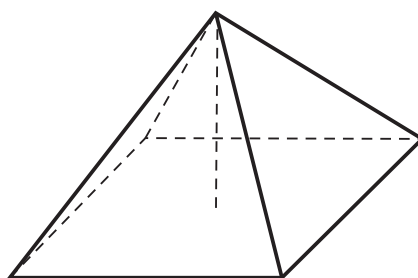
В прямоугольной трапеции основания равны 2 и 4, а один из углов равен 45° . Найдите меньшую боковую сторону трапеции.



Ответ: _____.

2

Дана правильная четырёхугольная пирамида, у которой высота равна 12, а боковое ребро равно $9\sqrt{2}$. Найдите объём пирамиды.



Ответ: _____.

3

В случайном эксперименте 60 элементарных равновозможных событий. Событию A благоприятствуют 27 из них. Найдите вероятность события A .

Ответ: _____.

4

Игральный кубик бросают дважды. Известно, что во второй раз выпало больше, чем 2. Найдите вероятность того, что в сумме выпало 6.

Ответ: _____.

5

Решите уравнение $6x - 9 = 10 - \frac{3}{x}$. В ответе запишите целый корень уравнения.

Ответ: _____.

6

Вычислите $-5\sqrt[5]{0,00032} - 3\sqrt[3]{0,027}$.

Ответ: _____.

7

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $-4x - y + 1 = 0$; $x = -3$; $x = 0$ и осью абсцисс.

Ответ: _____.

8

Операционная прибыль производственного предприятия за месяц равна разности между выручкой и расходами

$$S = na - nb - C,$$

где n — объём производства (количество произведённой продукции), a — продажная цена, b — себестоимость (затраты на единицу продукции), C — постоянные расходы предприятия в месяц.

Фирма производит ежедневники и продаёт по цене 800 руб., себестоимость — 300 руб. за единицу, постоянные расходы 450 000 руб. в месяц. Чему равна операционная прибыль предприятия при объёме производства 1000?

Ответ: _____.

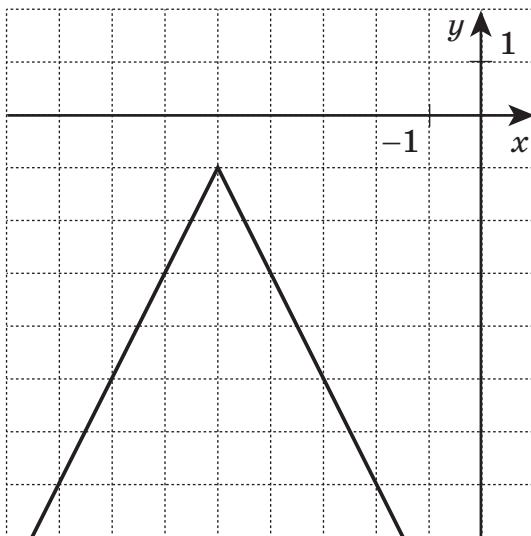
9

Смешали раствор массой 100 грамм и концентрацией 10 % с раствором массой 200 грамм и концентрацией 55 %. Чему равна концентрация полученной смеси (в процентах)?

Ответ: _____.

10

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = b + k|x - a|$. Известно, что график функции $f(x)$ проходит через точку $(-3; -5)$. Найдите значение $f(-7)$.



Ответ: _____.

11

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = x + \frac{4}{x+5} - 2$ на промежутке $[-4; -1]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $\frac{8\sqrt{3}\sin(x) - 6\sin(x) - 8\cos(2x) - 3\sqrt{3} + 8}{64\sin^2(x) - 9} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие интервалу $[-\pi; \pi]$.