

Предисловие

Данная книга предназначена для работы с учащимися 5–6 классов как на уроках математики, так и внеурочно. Кроме того, данная книга может быть полезна и для старшеклассников при повторении и обобщении знаний из курсов математики и физики, в том числе при подготовке к экзаменам. Основная цель книги — научить школьников решать математические задачи с элементами физики, выполняя различные виды занимательных и увлекательных заданий, а также помочь учителю организовать уроки математики в такой форме, чтобы вызвать у детей интерес к различным видам деятельности. Предложенные задания устанавливают межпредметные связи математики с физикой, формируют умение действовать в соответствии с поставленной целью и способствуют формированию у учащихся всех видов универсальных учебных действий в условиях совместной деятельности.

Книга состоит из трех основных разделов: сборника задач «Занимательная математика с физическим содержанием», лабораторных и практических работ. Кроме того, в книге содержатся методические рекомендации к выполнению заданий всех трех разделов, ответы и указания к задачам, алфавитный и именной указатели. Всего в книге собрано 130 заданий различных типов, направленных на знакомство с физическими понятиями из окружающего мира и способствующих развитию сообразительности и логики, пространственного воображения и интуиции, а также в целом математического мышления.

Разработанные задания содержат проблемные ситуации, новые понятия из курса физики и естественных наук и объяснения этих понятий с помощью наглядных иллюстраций, чертежей, схем, графиков, диаграмм и т.п. Такие задания помогают пробудить интерес учащихся 5–6 классов к физике и другим наукам, тем самым подтверждая неразрывную связь математики с предметами естественно-научного цикла и создавая основу для дальнейшего изучения этих курсов.

Внедрение элементов физики в курс математики в 5–6 классе может осуществляться через решение занимательных задач, выполнение практических и лабораторных работ, в содержании которых используются различные физические объекты, явления, приборы, величины и способы их измерения и т.п., таким образом, чтобы содержания работ были увлекательными, приводили подростков к осмысленному переносу знаний в типовые ситуации, учили анализировать события, явления, факты, формировали такие приемы и методы познавательной деятельности, которые способствовали бы развитию внутренних мотивов к познанию и создавали условия для развития мыслительной активности школьников и успешного формирования универсальных учебных действий.

Разработанные задания позволяют формировать следующие практические умения учащихся: выполнять определенные совместные действия, операции, осуществлять исследования, необходимые в последующей деятельности при изучении курсов физики и химии; создавать модели и т.п.

В заданиях акцент делается на упражнения, развивающие «геометрическую зоркость», интуицию и воображение учащихся. Уровень сложности заданий таков, чтобы их решения были доступны всем обучающимся.

В практических работах особое место занимает изготовление физических моделей по готовым чертежам как на компьютере, так и вручную. В результате этого учащиеся узнают о взаимосвязи математики и физики в окружающей среде и в строении вещества, об использовании математического аппарата для анализа физических явлений и исследований; знакомятся с объемными и плоскими геометрическими фигурами, учатся распознавать их среди предметов окружающего мира.

Хочется надеяться, что выполнение предложенных математических заданий с физическим содержанием, независимо от формы организации занятий (в группе, на уроке или внеурочно), поможет формировать универсальные учебные действия у учащихся, станет основой в дальнейшей исследовательской и проектной деятельности учащихся, поспособствует достижению личных творческих результатов на городских выставках и конкурсах.

Авторы

Раздел I

Занимательная математика с физическим содержанием для 5–6 классов

1. Физические явления в математических задачах

1.1. Механические явления

1) Расстояние от Парижа до Милана, равное 900 км, самолет пролетел за 1,5 часа. Обрато он летел со скоростью 200 м/с. С какой скоростью летел самолет из Парижа в Милан? В каком случае скорость самолета была выше — при полете туда или обратно?

2) Дима проехал на мопеде расстояние, равное 85 км, за 2 часа 30 минут. Какова была средняя скорость движения Димы?

3) Поезд двигался равномерно в течение 45 с со скоростью 64 км/ч. Какой путь прошел при этом поезд?

4) Часть маршрута над озером самолет пролетел за 3,6 мин. Какова протяженность озера, если скорость самолета 780 км/ч?

5) По течению реки движется плот. За какой промежуток времени плот пройдет путь в 81 км вниз по течению, если скорость реки равна 4,5 м/с?

6) За первые 1,5 мин пути мопед проехал 900 м. Какое расстояние проедет мопед за 1,5 ч при движении с той же скоростью?

7*) Какова длина поезда, движущегося в тоннеле длиной 882 м равномерно со скоростью 32,4 км/ч, если известно, что поезд преодолевает тоннель за 1,8 мин?

8*) Артем, находясь в поезде, который движется со скоростью 54 км/ч, увидел в окно другой поезд, двигающийся навстречу. Длина встречного поезда 168 м. Какова скорость встречного поезда, если он прошел мимо поезда Артема за 4 с?

9) Внедорожник и лимузин движутся в одном направлении со скоростями соответственно 72 и 60 км/ч. Лимузин был впереди вне-

дорожника на 30 км. Через какой промежуток времени внедорожник догонит лимузин?

10*) Длина моста Ватерлоо составляет 366 м. Велосипедист проезжает это расстояние за 1 мин 1 сек. Через какой промежуток времени после велосипедиста выехал на мост автомобиль, движущийся на 9 м/с быстрее велосипедиста, если они поравнялись в конце моста?

11) За сутки паром проходит по течению реки путь 924 км, а против течения за то же время путь 420 км. Какова скорость течения реки, если собственная скорость парома постоянна?

12) Шофер хочет проехать путь от Владимирова до Костромово. Он может выбрать один из трех маршрутов: через Суздалево, через Ивановку, а также прямой путь без промежуточных населенных пунктов. Расстояния между пунктами показаны на рисунке.



Если шофер поедет через Суздалево, то средняя скорость его движения будет равна 60 км/ч, если через Ивановку — 50 км/ч, а если он поедет напрямую, то — 42 км/ч. Сколько времени понадобится шоферу, чтобы проехать путь от Владимирова до Костромово, если он намерен затратить на весь путь наименьшее время?

13*) Лина собирается встретить бабушку на вокзале. Если она поедет на мопеде со скоростью 22 км/ч, то опоздает на 18 минут. Если она поедет на автобусе, скорость которого 46 км/ч, то приедет за 1,5 часа до прибытия поезда. Каково расстояние от дома Лины до вокзала?

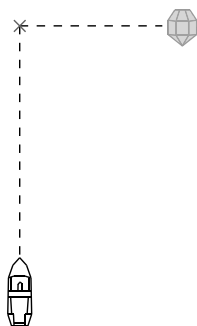
14*) Автобус, следующий по маршруту Москва — Красногорск, прибывает в пункт назначения на 4 мин позже расписания, если едет со скоростью 60 км/ч, и на 12 мин позже, если едет со ско-

ростью 45 км/ч. Чему равно расстояние между Москвой и Красногорском?

15) Поезда Москва-Париж и Париж-Москва двигаются навстречу друг другу со скоростями соответственно 75,4 км/ч и 63 км/ч. Машинист поезда Париж-Москва наблюдает из окна поезда Москва-Париж в течение 9 с. Какова длина поезда Москва-Париж?

16) Оля собралась в поездку из Москвы в Санкт-Петербург на поезде. При этом, проехав 0,6 пути за 6 ч, она вышла на станции, где находилась деревня ее бабушки, и провела у бабушки сутки. После этого Оля снова села на тот же поезд и продолжила свой путь до Санкт-Петербурга. За сколько времени Оля добралась из Москвы в Санкт-Петербург?

17) В океане движется круизный лайнер. Впереди перпендикулярно курсу лайнера плывет айсберг. Через 4,5 часа он окажется на пути лайнера (смотри рисунок). Сейчас расстояние от лайнера до

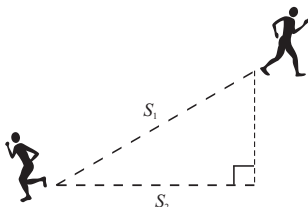


возможного столкновения с айсбергом 180 км. С какой средней скоростью следует двигаться лайнеру, чтобы пройти опасное место первым?

18) Одна из самых быстрых черепах — кожистая черепаха — перемещается по суше с максимальной скоростью 4 м/с. Какой путь преодолеет она за четверть часа?

19*) Коля и Саша, гуляя в парке, идут по параллельным тропинкам в противоположных направлениях. Какое расстояние (на рисунке это S_1) будет между ними спустя 20 минут после момента их максимального сближения, если оно в 1,5 раза больше расстояния (на рисунке это S_2), которое было бы между ними после встре-

чи, если бы для прогулки Коля и Саша выбрали бы одну тропинку? Скорости Коли и Саши 1,5 м/с и 1,25 м/с соответственно.



20*) На каникулах Петя с семьей отправился в путешествие. Сначала они ехали 1 ч на машине со скоростью 60 км/ч, что составило 0,01 всего пути. Затем пересели на поезд, на котором проехали 12 ч, после чего пролетели на самолете $\frac{3}{4}$ всего пути. Последний этап дороги они преодолели на катере, что составило $\frac{1}{50}$ всего пройденного пути. Какова была скорость поезда?

21*) Ракета двигалась в тропосфере со средней скоростью 1000 м/с; в стратосфере средняя скорость ракеты возросла на 280%, а в мезосфере — еще на 220% по отношению к скорости в стратосфере. За какой промежуток времени ракета прошла три слоя атмосферы, если протяженность тропосферы в высоту составляет 12 км, стратосферы — 38 км, мезосферы — 36 км?

22) На небольшом участке пути волк способен развивать скорость 36 км/ч. Сколько прыжков он сделает за минуту, если известно, что длина одного прыжка 12 м?

23) На арене цирка, диаметр которой 13,6 м, скачут лошади, со скоростью 300 м/мин. Найдите длину окружности арены и определите, за сколько секунд лошади сделают один оборот ($\pi \approx 3,14$). Ответ округлите до сотых.

24) Бегун пробежал один круг по круговой дорожке длиной 400 метров за 45 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции и диаметр круговой дорожки ($\pi \approx 3,14$). Ответ округлите до целых.

25) Колесо диаметром 3 м делает один оборот за 4 секунды. Найдите скорость божьей коровки, которая неподвижно сидит на ободе колеса.

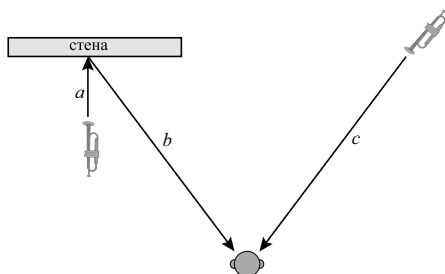
щен в помещение с температурой $26\text{ }^{\circ}\text{C}$, причем температура аккумулятора достигла комнатной через 12 ч после извлечения из морозильной камеры. На сколько процентов средняя скорость нагрева аккумулятора холода ниже средней скорости его охлаждения?

1.3. Звуковые явления

35) У Вовы есть акустическая система для прослушивания музыки, состоящая из двух громкоговорителей. Однажды во время прослушивания Вова решил подвинуть левый громкоговоритель ближе к себе на 85 см, правый при этом оставив на месте. Рассчитайте, на сколько раньше теперь к Вове будет приходить звук от левого громкоговорителя по сравнению с правым, если скорость распространения звука 340 м/с . Как вы думаете, будет ли заметно на слух запаздывание звука между левым и правым громкоговорителями? Можете попробовать повторить эксперимент Вовы самостоятельно и пронаблюдать, начиная с какого расстояния между громкоговорителями запаздывание звука от одного из них будет различаться человеческим ухом. (Подсказка: для удобства наблюдения в качестве звука лучше взять запись ударного инструмента, например, барабана.)

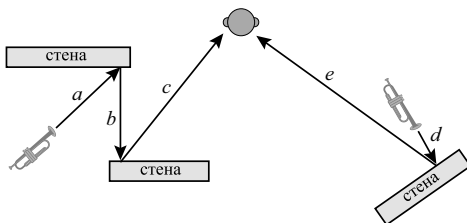
36) В зале идет запись спектакля на две видеокамеры. При этом звук записывается на микрофоны обеих видеокамер. Первая видеокамера находится на расстоянии 1,5 м от сцены, вторая видеокамера — на расстоянии 4 м от сцены. На какой интервал по временной шкале нужно будет подвинуть звуковую дорожку второй камеры при монтаже, чтобы она полностью совпала со звуковой дорожкой первой камеры? Скорость звука принять равной 340 м/с .

37) Два трубача играют слева и справа от слушателя, звук от их инструментов приходит к слушателю так, как показано стрелками на рисунке:



Найдите расстояния a , b и c , если известно, что звук от обеих труб приходит к слушателю одновременно за время 23,5 мс, при этом расстояние b в четыре раза больше, чем a . Скорость звука считать равной 340 м/с.

38) Два трубача играют с разных сторон от слушателя, звук от их инструментов приходит к слушателю так, как показано стрелками на рисунке:



От какой трубы звук придет к слушателю раньше и насколько, если известно, что расстояние b в 2 раза меньше a ; расстояние c в 3 раза больше b , а расстояние e в 4 раза больше, чем d ? При этом время, за которое звук проходит расстояние a , равно 6 мс, а расстояние d — 5 мс.

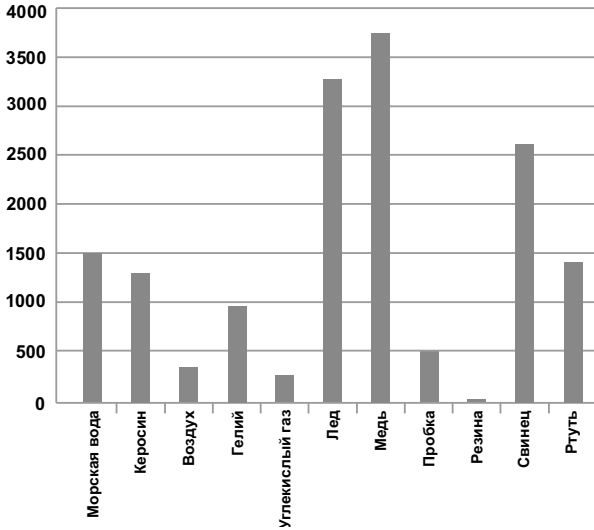
39) Петя нырнул в море и услышал под водой звуковой сигнал теплохода, который находился от него на расстоянии 50 м, через 33 мс после того, как сигнал был подан. Когда Петя вынырнул, теплоход был уже на расстоянии 60 м от него, и его повторный сигнал он услышал через 176,4 мс после его подачи. В каком случае сигнал теплохода дошел до слуха Пети с более высокой скоростью — когда он услышал его в воде или в воздухе? Ответ подтвердите вычислениями и оцените, где скорость звука выше — в воздухе или морской воде и приблизительно во сколько раз.

40) На диаграмме представлены данные о скорости звука в различных веществах.

По диаграмме определите:

- вещество, в котором звук распространяется быстрее всего;
- вещество, в котором звук распространяется медленнее всего;
- скорость звука в пробке;
- вещество, в котором скорость звука составляет 2640 м/с;
- вещество, в котором скорость звука составляет 3280 м/с;
- вещества, в которых скорость звука меньше 600 м/с;
- вещества, в которых скорость звука больше 1100 м/с;

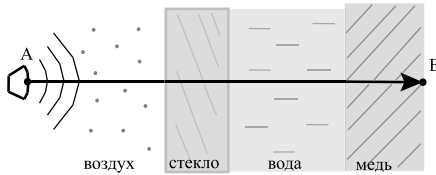
Скорость звука, м/с



з) вещества, в которых звук распространяется быстрее, чем в воздухе;

и) вещества, в которых звук распространяется медленнее, чем в воздухе.

41) Звук из динамика прошел расстояние от точки *A* до точки *B* через разные вещества так, как показано на рисунке:

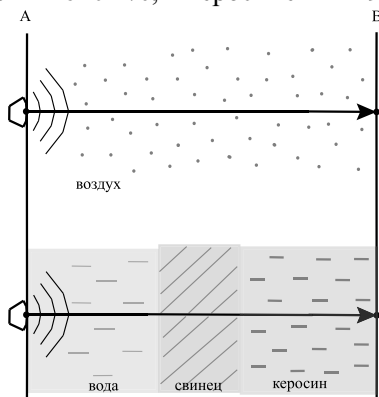


При этом в воздухе звук распространился за 2,95 мс; в стекле — за 0,03 мс; в воде — за 0,2 мс; а в меди — за 0,05 мс. Найдите расстояние *AB*, считая, что скорость звука в воздухе равна 340 м/с, в стекле — 3500 м/с, в воде — 1510 м/с, а в меди — 3700 м/с.

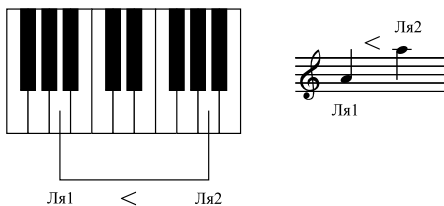
42) Звук из двух одинаковых динамиков распространялся так, как показано на рисунке.

Найдите время, за которое звук из первого динамика прошел расстояние *AB*, если известно, что звук из второго динамика распространился в воде за 0,3 мс; в свинце — за 0,1 мс; в керосине — за

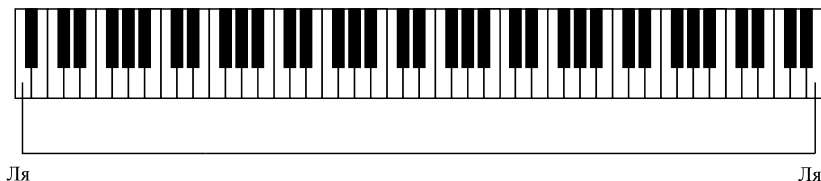
0,2 мс. Скорость звука в воздухе считать равной 340 м/с, в воде — 1510 м/с, в свинце — 2640 м/с, в керосине — 1295 м/с.



43) Любой звук в природе появляется в результате колебаний. Количество таких колебаний в секунду (или другую единицу времени) называют частотой. Если колебания происходят часто (с высокой частотой), то мы слышим более тонкий звук, похожий на писк (это называется высокий звук). Если колебания происходят медленно, то звук получается более басовый (низкий звук). То есть от частоты звука зависит высота тона. Частота звука любой ноты на фортепиано всегда в 2 раза меньше частоты звука одноименной ноты следующей октавы (на октаву выше):



Найдите, во сколько раз частота звука самой нижней ноты Ля (см. рис.) меньше частоты звука самой верхней ноты Ля на клавиатуре фортепиано:



44) Миша решил зашифровать в записке другу свою четвертную оценку по математике:



Для этого он использовал «код», состоящий из длительностей нот, с помощью которых записываются музыкальные звуки, имеющие разную продолжительность по времени:

$$\circ = 1$$

$$\text{♩} = \frac{1}{2}$$

$$\text{♪} = \frac{1}{4}$$

$$\text{♫} = \frac{1}{8}$$

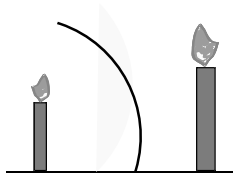
$$\text{♮} = \frac{1}{16}$$

Какую оценку получил Миша?

1.4. Световые явления

Когда мы смотрим в зеркало, то видим свое изображение в натуральную величину. Такие зеркала называются плоскими, так как они не искажают изображения. Но есть и такие зеркала, в которых размеры изображения предмета отличаются от размеров самого предмета, т.е. увеличивают или уменьшают изображение предмета. Зеркала, которые дают увеличенные изображения, называются вогнутыми, а которые дают уменьшенные — выпуклыми. С этими интересными свойствами вы познакомитесь в курсе физики в старших классах.

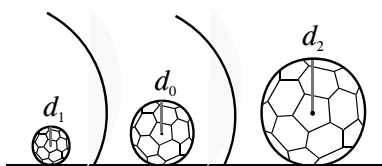
45) Свечка стоит перед вогнутым зеркалом, которое пропорционально увеличивает изображение так, как показано на рисунке.



Найдите, во сколько раз отражение свечки в зеркале увеличено по сравнению с реальной свечкой, если известно, что высота отра-

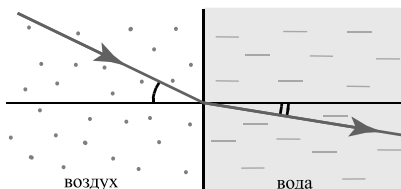
жения свечки без пламени равна высоте настоящей свечки вместе с пламенем и составляет 15 см; при этом высота свечки без пламени в 4 раза больше высоты пламени.

46) Мяч находится между выпуклым зеркалом, которое пропорционально уменьшает изображение и вогнутым зеркалом, которое пропорционально увеличивает изображение (см. рис.).



Обозначим диаметр самого мяча d_0 , диаметр его уменьшенного изображения d_1 , а диаметр увеличенного — d_2 . Каков диаметр настоящего мяча, если известно, что диаметр уменьшенного изображения мяча равен 3 см; d_1 составляет 6% от d_2 ; а $\frac{d_2}{d_0} = 2,5$.

47) Известно, что когда луч света переходит из одной прозрачной среды в другую, то на границе этих сред (веществ) он меняет свое направление (см. рис.).

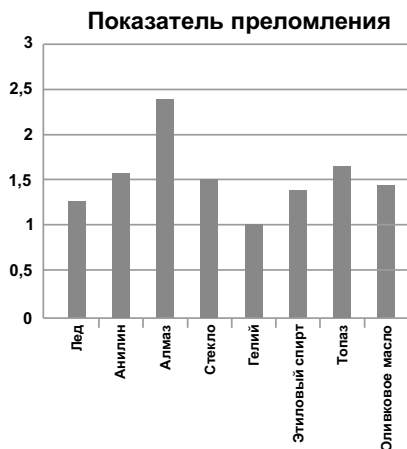


Это явление называется *преломлением* света (подробнее об этом вы узнаете в старших классах из курса физики).

Степень преломления луча (то, насколько сильно луч изменит свое направление при переходе из пустоты в данную среду) определяется специальным коэффициентом — показателем преломления. На диаграмме представлены показатели преломления различных веществ.

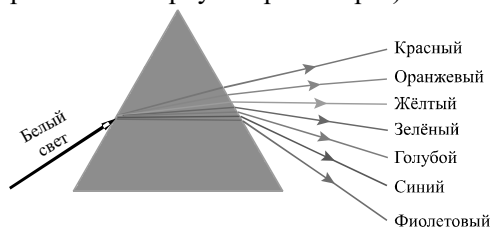
По диаграмме определите:

- а) какое вещество преломляет свет менее всего;
- б) какое вещество преломляет свет более всего;
- в) вещество, которое преломляет свет меньше, чем лед;



- г) вещества, которые преломляют свет больше, чем стекло;
- д) вещество, показатель преломления которого равен 1,46;
- е) вещество, которое преломляет свет примерно в 1,5 раза меньше, чем стекло;
- ж) вещество, которое преломляет свет чуть больше, чем анилин;
- з) вещества, которые преломляют свет меньше, чем оливковое масло, но больше, чем гелий;
- и) вещества, которые преломляют свет меньше, чем алмаз, но больше, чем стекло?

48) В XVII веке И. Ньютоном был поставлен следующий опыт: на трехгранную стеклянную призму был направлен луч белого света. Выяснилось, что при таком преломлении белый свет раскладывается на множество разных цветов. Условно выделяют семь цветов: красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий и фиолетовый. Это явление называется разложением света в спектр (из сайта <http://mathus.ru/phys/dispersion.pdf>).



Разложение белого света в спектр

Раздел II

Практические задания с физическим содержанием для 5–6 классов

Пояснительная записка к практическим работам: «В гостях у многогранников»

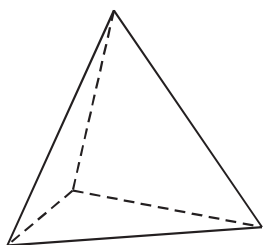
Правильная постановка учебной проблемы — порождение у учеников мотивации к познанию нового на уроках математики.

Каждый, кто побывал в музее минералогии или на выставке минералов (можно совершить «виртуальное путешествие» в музеи и выставки с помощью интерактивной доски или компьютера или переносного компьютерного класса), не мог не восхититься изяществом и красотой форм, которые принимают «неживые» объекты — кристаллы, в которых мельчайшие частицы (атомы, ионы или молекулы) «упакованы» в определенном порядке. В результате при росте кристаллов на их поверхности самопроизвольно возникают плоские грани, а сами кристаллы принимают разнообразную геометрическую форму.

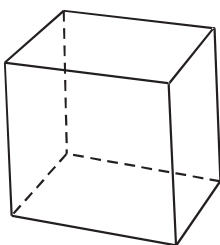
Практические работы составлены с целью показать учащимся, что геометрические формы окружают нас не только в природе и среде, где находится человек, но и в самом внутреннем строении природного вещества.

Содержание практических работ посвящено правильным многогранникам, которые привлекают совершенством своих форм, полной симметричностью.

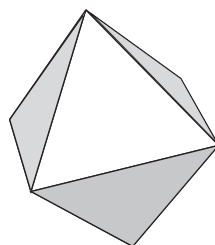
Многогранник называется правильным, если все его грани — равные между собой правильные многоугольники и из каждой его вершины выходит одинаковое число ребер и все двугранные углы равны. Известно 5 правильных многогранников:



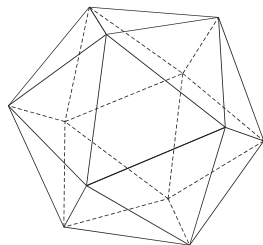
тетраэдр



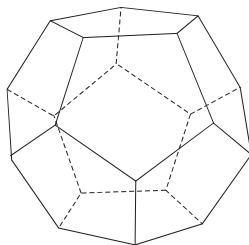
гексаэдр



октаэдр



икосаэдр



додекаэдр

Правильные многогранники встречаются и в живой природе (вирусы, бактерии), и в «неживой» — их могут образовывать молекулы, атомы или ионы.

Необходимо вести беседу о строении вещества, так как с понятием «строение вещества» в 5–6 классах учащиеся знакомятся при изучении предметов «Естествознание», «Природоведение» и «Окружающий мир». Беседу можно начать с проблемного опроса:

- Почему ластик уменьшается, если им долго стирать?
- Почему леденец или мороженое постепенно становятся меньше, тают во рту?
- Почему кончик карандаша уменьшается при раскрашивании рисунка?

Возможный ответ или подведение детей к такому ответу — во всех этих примерах тела постепенно теряют множество мельчайших частиц, из которых они состоят (атомы, ионы или молекулы). Частицы очень малы, их невозможно разглядеть невооруженным глазом, именно поэтому во всех приведенных примерах изменения размеров мы видим не сразу, а лишь через некоторое время, когда тело потеряет так много мельчайших частиц, что это уже отразится на размере всего тела. Эти мельчайшие частицы вещества (то есть резины, из которой сделан ластик, или грифеля, который использу-

ется в карандаше) называются МОЛЕКУЛАМИ. Молекула определяет вещество, она сохраняет его свойства. Но все же молекула — не самая маленькая частица, существующая в природе. И сами молекулы состоят из более мелких частиц — АТОМОВ и ИОНОВ.

Мельчайшие частицы в веществе «упакованы» в определенном порядке, принимают разнообразные геометрические формы, у некоторых — форму ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКОВ.

Цели задания:

1) познакомить с правильными многогранниками и их элементами с помощью чертежей и бумажной развертки;

2) научить исследовать объемные фигуры и показать их связь со строением вещества;

3) развивать внимательность, наблюдательность, сообразительность и пространственное воображение;

4) развивать коммуникативные умения и овладение опытом межличностной коммуникации (ведение дискуссии, работа в группах, выступление с сообщениями и т.д.);

5) формировать приемы работы с информацией, представленной в различной форме (таблицы, рисунки т.д.);

6) формировать мотивации к изучению в дальнейшем физики и химии.

Проблемные вопросы. Как на плоскости изобразить и исследовать объемное тело? Как с помощью плоского листа бумаги самостоятельно создать объемную фигуру — многогранник?

Содержание

Предисловие	3
Раздел I. Занимательная математика с физическим содержанием для 5–6 классов.	5
1. Физические явления в математических задачах	5
1.1. Механические явления	5
1.2. Тепловые явления	9
1.3. Звуковые явления	12
1.4. Световые явления	16
1.5. Электрические явления	20
1.6. Магнитные явления	21
2. Измерение величин	22
3. Буквенные выражения в физических формулах	26
4. Координаты на плоскости	27
5. Графики	37
6. Задания в уравнениях	50
7. Задания с часами	52
8. Задания о строении вещества	58
9. Задания на движение	61
10. Задания в вопросах	62
Ответы. Указания. Решения	64
Раздел II. Практические задания с физическим содержанием для 5–6 классов	83
Пояснительная записка к практическим работам: «В гостях у многогранников»	83
Практическая работа № 1. В гостях у тетраэдра	86
Практическая работа № 2. В гостях у гексаэдра	89
Практическая работа № 3. В гостях у октаэдра	92
Практическая работа № 4. В гостях у додекаэдра	95
Практическая работа № 5. В гостях у икосаэдра	98
Практическая работа № 6. Открытие числа π	101

Практическая работа № 7. Смастерим бумажную сферу	107
Практическая работа № 8. Модели на компьютере и вручную. Практические задания с элементами творчества	116
Раздел III. Лабораторные работы	124
Лабораторная работа № 1. Единицы длины. Измерение длины пружины	124
Лабораторная работа № 2. Единицы массы	126
Лабораторная работа № 3. Шкалы. Цена деления мензурки . . .	128
Лабораторная работа № 4. Измерение объема прямоугольного параллелепипеда	130
Приложения	132
Приложение 1. Занимательная математика с физическим содержанием	132
Приложение 2. Практические задания по математике с физическим содержанием для 5–6 классов	145
Приложение 3. Лабораторные работы по математике с физическим содержанием для 5–6 классов	150
Алфавитный указатель	153
Именной указатель	159