

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
М52

Мерзляк, А.Г.
М52 Геометрия : 9 класс : рабочая тетрадь № 1 для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — 3-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2020. — 112 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-11361-4

Рабочая тетрадь содержит различные виды заданий на усвоение и закрепление нового материала, задания развивающего характера, которые позволяют проводить дифференцированное обучение.

Тетрадь используется в комплекте с учебником «Геометрия. 9 класс» (авт. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир).

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72

Условные обозначения



Простые задачи



Задачи среднего уровня сложности



Сложные задачи



Окончание доказательства теоремы



Задачи для взаимоконтроля

Глава 1. Решение треугольников

§ 1. Тригонометрические функции угла от 0° до 180°

Повторяем теорию

1. Заполните пропуски.

- 1) Единичной полуокружностью называют полуокружность радиуса _____ с центром _____, расположенную в _____ полуплоскости координатной плоскости.
- 2) Косинусом и синусом угла α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$), которому соответствует точка M единичной полуокружности, называют соответственно _____ и _____ точки M .
- 3) Для любого угла α , где $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, имеем: _____ $\leq \sin \alpha \leq$ _____, _____ $\leq \cos \alpha \leq$ _____
- 4) Косинусом тупого угла является _____ число.
- 5) Если $\cos \alpha < 0$, то α — _____ или _____ угол.
- 6) Для любого угла α такого, что $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, выполняются равенства $\sin(90^\circ - \alpha) =$ _____, $\cos(90^\circ - \alpha) =$ _____
- 7) Для любого угла α такого, что $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, выполняются равенства $\sin(180^\circ - \alpha) =$ _____, $\cos(180^\circ - \alpha) =$ _____
- 8) Основным тригонометрическим тождеством называют равенство _____, которое выполняется для всех $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.
- 9) Тангенсом угла α , где _____ $\leq \alpha \leq$ _____ и $\alpha \neq$ _____, называют отношение _____, т. е. $\operatorname{tg} \alpha =$ _____
- 10) Поскольку \cos _____ $= 0$, то $\operatorname{tg} \alpha$ не определён для $\alpha =$ _____
- 11) Котангенсом угла α , где _____ $< \alpha <$ _____, называют отношение _____, т. е. $\operatorname{ctg} \alpha =$ _____
- 12) Поскольку \sin _____ $= \sin$ _____ $= 0$, то $\operatorname{ctg} \alpha$ не определён для $\alpha =$ _____ и $\alpha =$ _____

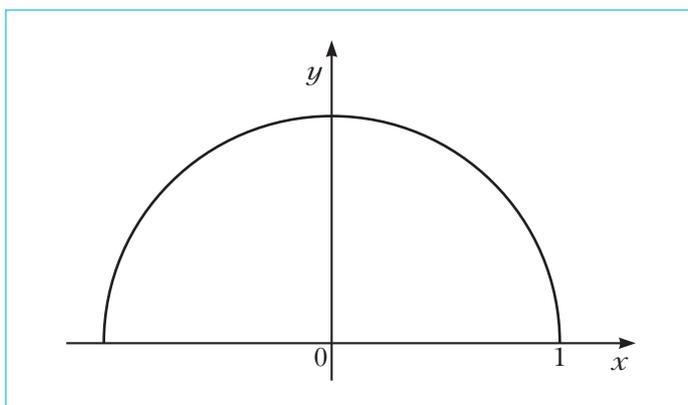
2. Заполните пропуски.

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $\sin 0^\circ =$ _____ | 3) $\sin 90^\circ =$ _____ | 5) $\sin 180^\circ =$ _____ |
| 2) $\cos 0^\circ =$ _____ | 4) $\cos 90^\circ =$ _____ | 6) $\cos 180^\circ =$ _____ |

Практические задания

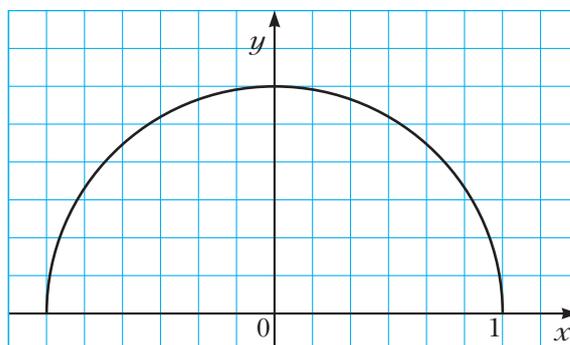
3. Отметьте на единичной полуокружности:

- 1) точку A , соответствующую углу 0° ;
- 2) точку B , соответствующую углу 20° ;
- 3) точку C , соответствующую углу 90° ;
- 4) точку D , соответствующую углу 106° ;
- 5) точку E , соответствующую углу 180° .

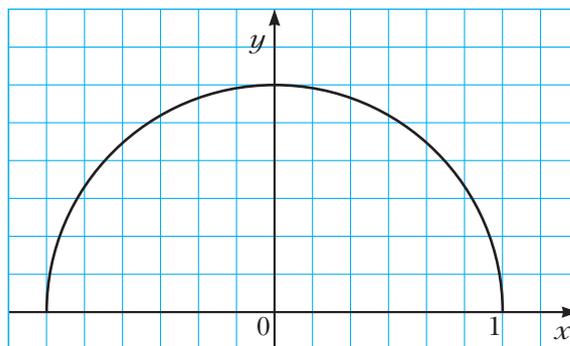


4. Постройте угол, вершиной которого является начало координат, а одной из сторон – положительная полуось оси абсцисс:

- 1) косинус которого равен $\frac{1}{6}$;
- 2) косинус которого равен $-\frac{5}{6}$.



5. Постройте угол, вершиной которого является начало координат, одной из сторон – положительная полуось оси абсцисс, и синус которого равен $\frac{2}{3}$.



Решаем задачи

6. Отметьте знаком \checkmark выражение, значение которого равно $-0,5$.

$\cos 60^\circ$
 $\sin 60^\circ$
 $\cos 120^\circ$
 $\sin 120^\circ$

7. Отметьте знаком \checkmark каждое выражение, значение которого равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\cos 30^\circ$
 $\sin 60^\circ$
 $\sin 120^\circ$
 $\cos 150^\circ$

8. Сравните.

- | | |
|---|--|
| 1) $\sin 9^\circ$ <input type="checkbox"/> $\cos 140^\circ$ | 3) $\cos 89^\circ$ <input type="checkbox"/> $\cos 91^\circ$ |
| 2) $\cos 24^\circ$ <input type="checkbox"/> $\operatorname{tg} 100^\circ$ | 4) $\operatorname{tg} 3^\circ$ <input type="checkbox"/> $\operatorname{ctg} 158^\circ$ |

9. Известно, что $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Отметьте знаком \checkmark вид угла α , если $\sin \alpha = 0$, $\cos \alpha < 0$.

Острый Прямой Тупой Развёрнутый

10. Известно, что $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Отметьте знаком \checkmark вид угла α , если $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$.

Острый Прямой Тупой Развёрнутый

11. Упростите выражение:

1) $\sin 162^\circ \sin 18^\circ - \cos 162^\circ \cos 18^\circ =$

$= \sin(180^\circ - \text{---}) \sin 18^\circ - \cos(180^\circ - \text{---}) \cos 18^\circ =$

$= \text{-----}$

2) $\cos 35^\circ \cos 145^\circ - \sin 35^\circ \sin 145^\circ = \text{-----}$

12. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{7}$ и $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.

Решение.

Из тождества $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ следует, что $\cos^2 \alpha = \text{-----}$. Подставив

в последнее равенство значение синуса, получаем: $\cos^2 \alpha = \text{-----} =$

$= \text{-----}$. Поскольку $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, то $\cos \alpha \text{ ---} 0$. Сле-

довательно, $\cos \alpha = \text{-----}$

Ответ: -----

13. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{9}$.

Решение.

Ответ:

- ↔ 14. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ и $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Решение.

Ответ:

15. Существует ли угол α такой, что:

1) $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$; 2) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \alpha = \frac{2}{3}$?

Решение.

Если угол, обладающий указанными свойствами, существует, то должно выполняться условие $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$

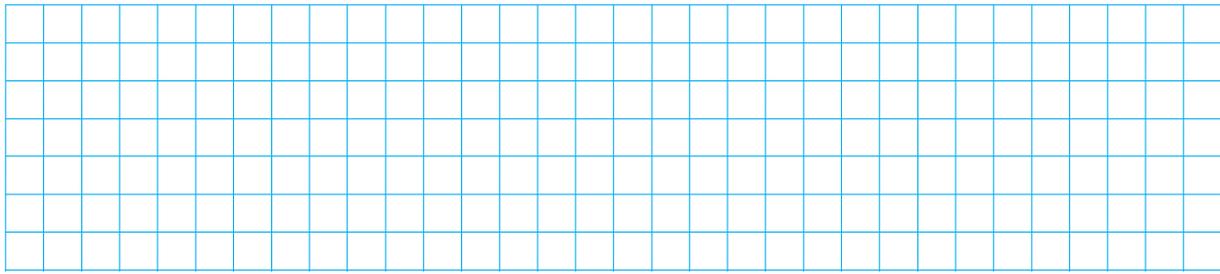
1) Проверим выполнение основного тригонометрического

$$: \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{12}{13}\right)^2 + \left(-\frac{5}{13}\right)^2 =$$

=

Следовательно, такой угол

2)



16. Вычислите синус и косинус угла ABC , изображённого на рисунке.

Решение.

Опустим из точки A перпендикуляр AD на прямую BC .

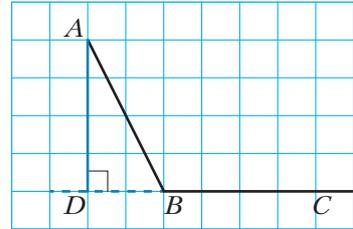
Тогда $\sin \angle ABC = \sin \angle ABD$, $\cos \angle ABC =$ _____

Примем длину стороны клетки за единичный отрезок.

Тогда $BD = 2$, $AD =$ _____

В треугольнике ADB ($\angle ADB = 90^\circ$): $AB =$ _____

Ответ: _____



§ 2. Теорема косинусов

Повторяем теорию

17. Заполните пропуски.

1) Квадрат стороны треугольника равен сумме _____
_____ минус _____

2) Пусть a , b и c – стороны треугольника, причём a – его наибольшая сторона. Если a^2 _____ $b^2 + c^2$, то треугольник остроугольный. Если a^2 _____ $b^2 + c^2$, то треугольник тупоугольный. Если a^2 _____ $b^2 + c^2$, то треугольник прямоугольный.

18. Используя обозначения для сторон и углов треугольника ABC , отметьте знаком \checkmark :

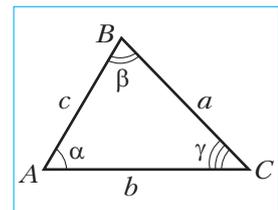
1) верное равенство:

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos \beta$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos \gamma$



2) верное равенство:

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2ab} \quad \square \qquad \cos \gamma = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ab} \quad \square$$

$$\cos \gamma = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ab} \quad \square \qquad \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad \square$$

- 19.** Докажите теорему: пусть a , b и c – стороны треугольника, причём a – его наибольшая сторона; если $a^2 < b^2 + c^2$, то треугольник остроугольный; если $a^2 > b^2 + c^2$, то треугольник тупоугольный; если $a^2 = b^2 + c^2$, то треугольник прямоугольный.

Доказательство.

По теореме косинусов:

$$a^2 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - 2 \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\text{Отсюда } 2bc \cos \alpha = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$$

Если $a^2 < b^2 + c^2$, то $b^2 + c^2 - a^2$ $\underline{\hspace{1cm}}$ 0. Следовательно, $2bc \cos \alpha$ $\underline{\hspace{1cm}}$ 0, т. е. $\cos \alpha$ $\underline{\hspace{1cm}}$ 0. Поэтому угол α – $\underline{\hspace{1cm}}$

Поскольку a – наибольшая сторона треугольника, то против неё лежит $\underline{\hspace{1cm}}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ угол, который, как мы доказали, является $\underline{\hspace{1cm}}$. Следовательно, в этом случае треугольник является $\underline{\hspace{1cm}}$

Если $a^2 > b^2 + c^2$, то $b^2 + c^2 - a^2$ $\underline{\hspace{1cm}}$ 0. Значит, $2bc \cos \alpha < \underline{\hspace{1cm}}$, т. е. $\cos \alpha$ $\underline{\hspace{1cm}}$ 0. Следовательно, угол α – $\underline{\hspace{1cm}}$. В этом случае треугольник является $\underline{\hspace{1cm}}$

Если $a^2 = b^2 + c^2$, то $2bc \cos \alpha$ $\underline{\hspace{1cm}}$ 0. Следовательно, $\cos \alpha$ $\underline{\hspace{1cm}}$ 0. Отсюда $\alpha = \underline{\hspace{1cm}}$. В этом случае треугольник является $\underline{\hspace{1cm}}$ ◀

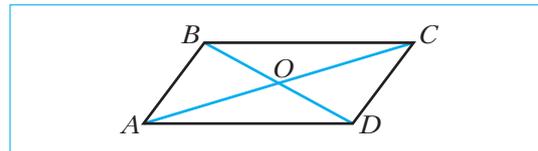
Решаем задачи

- ↔ **20.** Найдите основание равнобедренного треугольника, боковая сторона которого равна 4 см, а угол при вершине – 150° .

Решение.

Ответ:

21. В параллелограмме $ABCD$ $AC = 14$ см, $BD = 6\sqrt{2}$ см, $\angle AOB = 45^\circ$. Найдите периметр параллелограмма.



Решение.

По свойству диагоналей параллелограмма $AO = OC =$,

$BO = OD =$

В $\triangle AOB$: $AB^2 =$

Ответ:

22. Дано: $\triangle ABC$,
 $AB = 37$ см, $BC = 33$ см, $AC = 7$ см.

Найти: $\angle C$.

Решение.

Ответ:

23. Определите, остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны 5 см, 9 см и 12 см.

Решение.

Квадрат наибольшей стороны треугольника равен 144, сумма квадратов двух других сторон равна

Ответ:

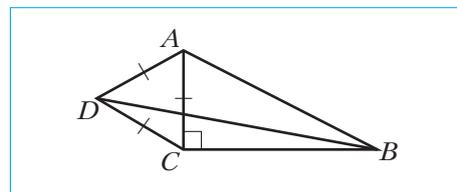
24. Верно ли, что треугольник со сторонами 11 см, 60 см и 61 см является прямоугольным? Ответ обоснуйте.

Решение.

Ответ:

25. Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$,
 $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 4$ см,
 $AC = AD = CD = 2$ см.

Найти: BD .



Решение.

Поскольку $\triangle ACD$ — , то

$\angle ACD =$ °.